IL Calcolo letterale (o algebrico) .

1) Premessa:

Al posto dei numeri posso utilizzare delle……

Esempi: ……

……

2) Introduzione.

a) Un numero qualsiasi: ……

b) Il doppio di un numero qualsiasi: ……

c) Il triplo di un numero qualsiasi.: ……

d) La metà di un numero qualsiasi: ……

e) Un terzo di un numero qualsiasi: ……

f) Il quadrato di un numero qualsiasi: ……

g) Il cubo di un numero qualsiasi: ……

h) Un numero elevato alla quarta: ……

i) Il successivo di un numero: ……

j) Il consecutivo di un numero: ……

k) Il precedente di un numero: ……

l) La somma di due numeri qualsiasi:……

m) La differenza tra due numeri qualsiasi: ……

n) Il quoto tra due numeri qualsiasi: ……

o) Il prodotto tra due numeri qualsiasi:……

3) Esprimi le seguenti frasi con l'aiuto delle lettere:

a) Un multiplo di due: ……

b) Un multiplo di 15: ……

c) Un numero sicuramente pari: ……

d) Un numero sicuramente dispari: ……

e) Il prodotto di due numeri **d** e **t**: ……

f) Il quintuplo di un numero **z**: ……

g) La somma di due numeri **t** e **s**: ……

h) La somma di tre numeri interi consecutivi: ……

……

i) I tre quarti di un numero **m**: ……

j) Il perimetro di un esagono regolare di lato **a**: ……

k) L'area di un quadrato di lato **p**: ……..

l) L'area di un trapezio: ……..

m) L'area d'un quadrato di lato l: ……

……..

n) Il volume di un cubo di spigolo **s**: ……..

o) Un numero naturale di due cifre, con "**u**" per le cifre delle unità e "**d**" per quello delle decine: ……..

……

p) L'ammontare di una somma formata da k monete da 2 franchi: ……

q) La differenza di due numeri dispari consecutivi: ……

……

r) La media aritmetica di due numeri **x**, **y**: ……

s) La media aritmetica di tre numeri **x**, **y**, **z**: ……

t) La media di n termini:……

u) La somma degli angoli interni di un triangolo: ……

v) Il quoziente di due numeri **t** e **s**: ……

w) L'area di un triangolo di base **b** e altezza **h**: ……

4) Trasforma le seguenti proposizioni in un'espressione algebrica:

a) Ad un numero aggiungo il suo doppio. ……

b) Ad un numero aggiungo il suo consecutivo: ……

……

c) Al doppio di un numero aggiungo il suo precedente: ……

……..

d) Ad un numero aggiungo il suo precedente e il suo consecutivo: ……

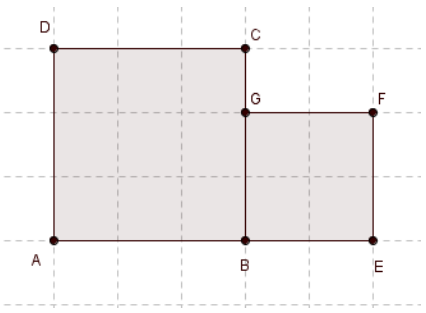
……

e) Ad un numero aggiungo il suo quadrato, il suo cubo e la sua quarta potenza:

……

f) Ad un numero aggiungo il doppio d'un altro numero:……

5) Sapendo che le misure in centimetri dei lati dei due quadrati della figura data differiscono di una unità, esprimi il perimetro e l'area della figura grigia.



$|BE| = u\ (cm)$; $|GC| = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (cm)$

la misura del lato del quadrato grande sarà:

$|AB| = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (cm)$

P = $|AB|$ + ……

P = ……

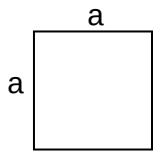
$\boldsymbol{A_{BEFG}}$ = ……

$\boldsymbol{A_{ABCD}}$ = ……

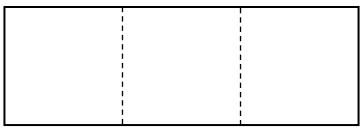
Area totale= ……

……

6) Scrivi l'espressione corrispondente al perimetro **P** e quella corrispondente all'area **A** per ognuno dei seguenti poligoni composti da quadrati di lato **a**.

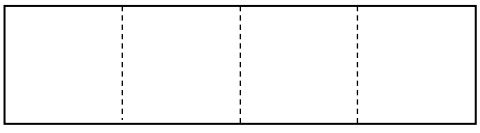


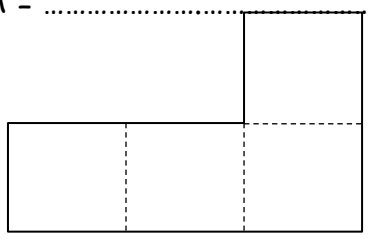




P =……; P =……; P =……;

A = ……; A = ……; A = ……;





P =……; P =……;

A = ……; A = ……;

7) Sostituisci ad ogni variabile il valore assegnato e calcola:

a) $x + 2y =$ con $x = 7$; $y = 5$ ……

……

b) $a^2 - b^4 =$ con $a = 5$; $b = 2$ ……

……

c) $5m^3 - 6n^2 =$ con $m = 3$; $n = 2$ ……

……

8) Completa le seguenti tabelle.

Numero	Il precedente	Il successivo	Il quadrato
3			
39			
	6		
		6	
			16
2^3			

Con le lettere capita la stessa cosa; ragiona!

Numero	Il precedente	Il successivo	Il quadrato
x			
a			
2x			
3b			
10m			
x + 1			
17 - m			
	a + 1		
	2 - b		
		m +12	
		23- m	
a + b			

Numero	Il doppio	Il triplo	La metà
3			
	10		
		6	
			6
(8 + 6)			
18 - 6			
2^3			
3^2			

Con le lettere capita la stessa cosa; ragiona!

Numero	Il doppio	Il triplo	La metà
x			
a			
2x			
3b			
10m			
x + 1			
4 - y			
a - 1			
a + b			

9) Ordinare e definire lettere sulla retta numerica.

Inserisci sulla retta: 2a ; 2 b ; (a + 1) ; (a – 1); (2b +2) ;(b - 1) ; (a : 2) ; (b : 2)



Completa:

a …… 2 ; b …… 3 ; a + 1 ……3; 2b …… 5 ; (2b + 2) …… 7 ; 4a …… 8

a…… 2a ; 2b …… b ; a + 1 …… b ; a + 1 …… (b : 2) ; (b – 1) …… (a + 1)

I MONOMI

Concetto:

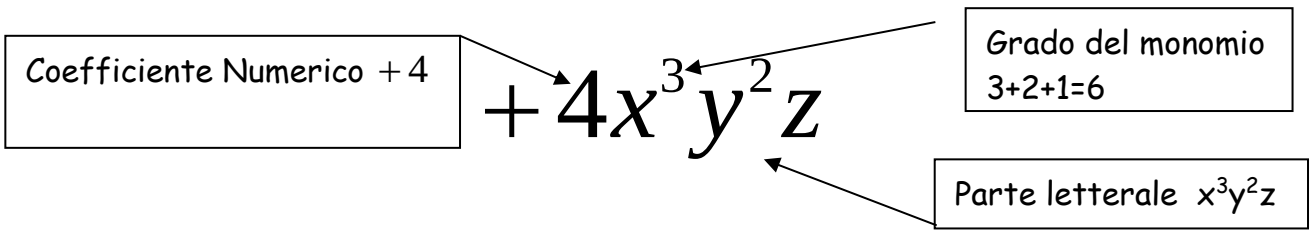
La più semplice espressione letterale è detta **monomio**. Il monomio è una espressione letterale in cui possono figurare una o più variabili (lettere) e solo le operazioni di moltiplicazione e divisione. Ovviamente un monomio rappresenta un numero.

Es. + 3a ; +7x ; + 13ab^2 ; + 17 x^{3}y^{5}z^8 ; Non sono monomi: a +b ;1+a ;(ab +c)^2

Due o più monomi si dicono simili quando hanno la stessa parte letterale.

Es. + 3a è simile +13a, ma non simile a + 3a^2 ; + 7x^{2}y è simile +3 x^{2}y, ma non simile a + 3 x^{2}y^2 ;

Vediamo da vicino come è formato un monomio:



Completa la tabella

Monomio	Coefficiente numerico	Parte Letterale.	Monomi simili	Monomio opposto
+3a				
	+12	x^2y^3		
			$+7\ m^3$	
				$+10\ a^2b^5c^7$

Operazioni tra monomi:

a) L'Addizione e la sottrazione di monomi.

Consideriamo monomi simili (cioè con uguale parte letterale) 2b+ 6b

Addizione:2 b +6 b =(2+6) b = ……; $2\ x^3y^4 + 6xy$ =……;

Sottrazione: 6ab -2ab =(6-2)ab = …… ; $12\ x^3y^4 - 8x^3y^4$ =……;

$15\ a^2b^3 - 7\ a^2b^3$= ……

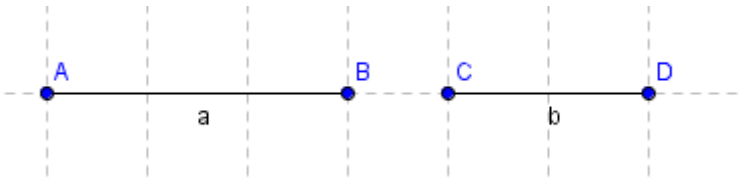
Esercizi:

$+3x + 7a + 2x + 5a - 8a$ = ……

$+5ab^2 + 3a^2b + 7ab^2 + 13a^2b + 4a^2b$ = ……

- Significato geometrico dell'addizione e sottrazione di monomi.

Qual è il risultato della somma di a +b =



Conclusione: la somma di due o più monomi simili è ……
……
e geometricamente ……

Quali proprietà possiede l'addizione di monomi?
……
……
……
……

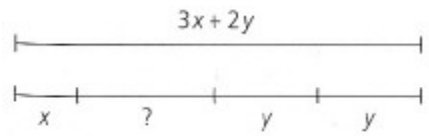
Esercizi:

Semplifica le seguenti espressioni letterali:

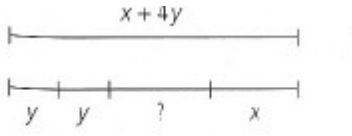
1. a) 3a + 2b + 4a + 3b = b) 2xy + 5 xy =
2. a) 7xyz – 3xyz = b) 13abc – 5 abc =
3. a) $12a^2b^5 + 3ab^2 - 10a^2b^5 - ab^2 =$ b) 3x + 5 y =
4. a) Calcola il perimetro di un esagono avente il lato che misura 5b.
   b) Calcola il perimetro di un rettangolo sapendo che la base misura 2x +3y, mentre l'altezza misura 3x – y.

Applicazioni.

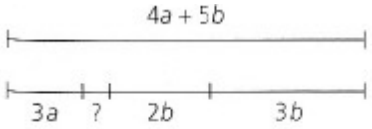
1) Completa le seguenti situazione con i dati mancanti.



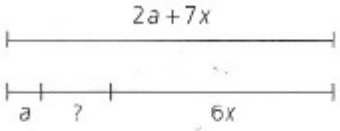
? =



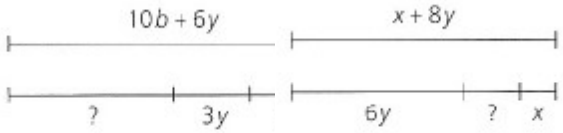
? =



? =



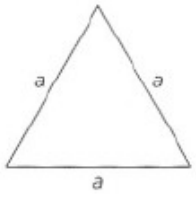
? =



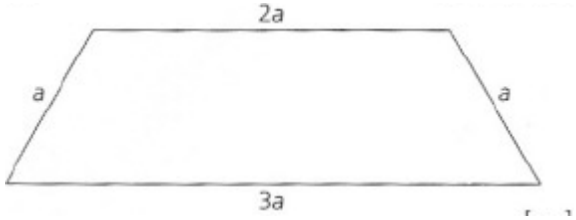
? =

? =

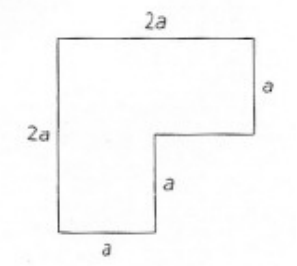
2) Scrivi le formule che esprimono il perimetro delle seguenti figure.



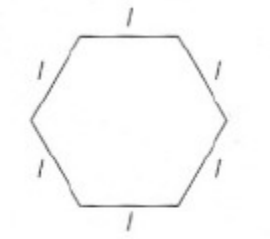
Perimetro =



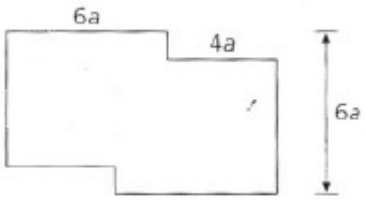
Perimetro =



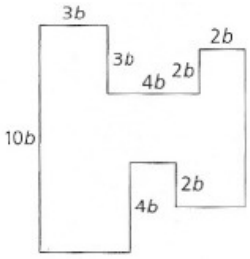
Perimetro =



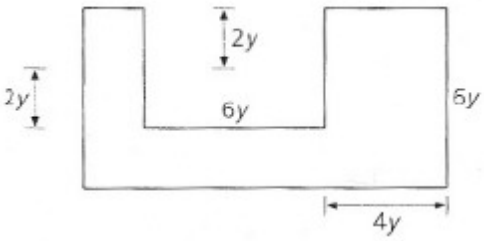
Perimetro =



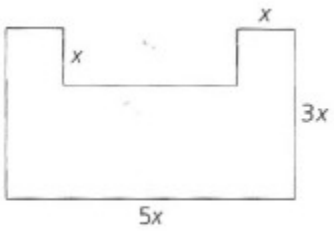
Perimetro =



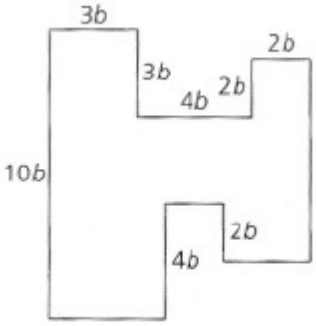
Perimetro =



Perimetro =



Perimetro =



Perimetro =

b) La Moltiplicazione di monomi.

Esempio

Consideriamo i monomi:3a e 4bc

Il loro prodotto è $3a \cdot 4b = (3 \cdot 4) \cdot (a \cdot b) =$ ……

$3a \cdot 4a^2 =$ ……$3xy \cdot 2x^3y =$ ……

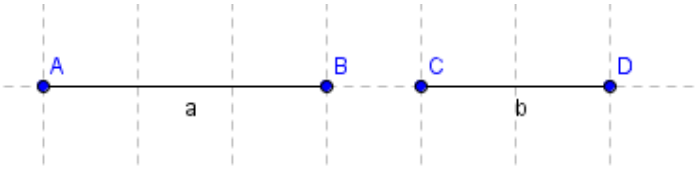
$(+5a^2b^3) \cdot (+3ab^2c^3) =$ …… $(+5a) \cdot (+4b) =$ ……;

$a \cdot b \cdot c =$ …… ; $2x \cdot 3x^4 \cdot 5x^6 =$ …… ;

$2xy \cdot 3x^4y^2 \cdot 5x^6y^3 =$ ……

Significato geometrico della moltiplicazione di monomi.

Qual è il risultato del prodotto di $a \cdot b =$



Conclusione: il prodotto di due monomi è ……

……

geometricamente rappresenta ……

il prodotto di tre monomi è ……,

geometricamente rappresenta ……

Esempi:

$(2xy^2)\cdot(4x^2y^3)=(2\cdot 4)\cdot(x\cdot x^2\cdot y^2\cdot y^3)=8x^{1+2}y^{2+3}=8x^3y^5$

1. a) $2a^2b^4 \times 3a^3b^2 =$ b) $12ab \times 3ab^2 =$
2. a) $12a^2b^5 . 3ab^2 =$ b) $10a^3b^6 . 5a^2b^4 =$
3. a) $8a \times 5b^2 \times 2a^3 =$ b) $a^2 \times b^7 \times a^3 \times b^8 =$

c) La Divisione di monomi.

$12\,x^7 : 4x^2 =$ (12 : 4) · ($x^7 : x^2$) = ……

$(+6a^5b^3c):(-3ab^2c)=$ ……

Esempi:

1. a) $20a^2b^4 : 5a^3b^2 =$ b) $12a^5b^7 : 3ab^2 =$
2. a) $12a^2b^5 : 3ab^2 =$ b) $10a^3b^6 : 5a^2b^4 =$
3. a) $21\,x^4\,b^3 : 3\,x^4b =$ b) $10a^2b^4 : 2a^2b^6 =$

d) L'elevazione di monomi.

(3x)^2 = 3x . 3x = 3 .3 . x .x = 3^2. x^2 = 9 x^2 dunque abbiamo la seguente regola:

……

……

$(+6a^5b^3c)^2 =$ ……

$(2a^2b^4)^3 =$ ……; $(3a^2b^4c)^3 =$ ……

e) La proprietà distributiva.

Ricorda : 17 . 3 = (10 +7) . 3 = 10 . 3 + 7 . 3 = 30 + 21 = 51

Stessa metodo con le lettere: (2 + x) . 3 = 2 . 3 + 3 .x = 6 + 3x

i) 3. (x + 4) = ……

ii) 4 . (3x + 3b – x + b) =……

iii) 3c . (5a + 3c) = ……

iv) (x + 5) . 7 = ……

f) Espressioni con monomi.

i) $20x^3 : 5x + (3x)^2 + 2x . 3x^2$ = ……

……

ii) $8a^3x : (+2a) + 5a . (+2ax) + a^2x$ =……

……

Un'applicazione del calcolo letterale: l'EQUAZIONI.

1) Calcola un numero il cui doppio è 28.
   Osservazione.
   Il numero che non conosciamo lo contrassegniamo con una lettera detta incognita, normalmente si sceglie la "**x**" , ma posso scegliere altre lettere, solitamente le ultime dell'alfabeto.
   Trasformiamo la proposizione nel linguaggio algebrico, otteniamo:……..
   Questa espressione algebrica è detta **EQUAZIONE**.
   Per calcolare il valore dell'incognita, svolgerò le operazioni inverse.
   2x = 28 ; devo …… per 2 ottengo 2x :2 = 28 ; x = ……
   Il numero richiesto è dunque ……..
2) Ad un numero aggiungo il suo doppio, ottengo 135. Calcola il numero.

   Scelgo l'incognita: …….. Metto in equazione: ……

   Risolvo: ……

   ……..

   Metto la risposta al problema. ……..

3) Calcola tre numeri consecutivi, sapendo che la loro somma è 96. [31;32;33]
4) Carletto è un bambino molto goloso. Per il suo compleanno ha ricevuto in regalo una scatola con 28 caramelle. Ogni giorno ne mangia il doppio del giorno precedente. In tre giorni Carletto le ha mangiate tutte. [……;…;16]
5) Penso un numero intero, lo moltiplico per 3, sottraggo 11, divido per 4, aggiungo 7 e ritrovo il numero di partenza! [17]
6) Penso ad un numero. Se lo sottraggo da 4 o se lo moltiplico per 4, trovo lo stesso risultato. [0,8]
7) Dobbiamo ripartire la somma di 2000 CHF fra tre persone, in modo che la prima abbia 100 CHF più della seconda e la seconda 200 CHF più della terza. Trova le tre somme. [……;…;500]
8) Ho delle caramelle che voglio distribuire in parti uguali fra un certo numero di bambini: m' accorgo che se do 4 caramelle ciascuno m' avanzano 3 caramelle, mentre se do 5 caramelle ciascuno mi mancano 6 caramelle. Quante sono le caramelle e quanti i bambini? [9 ; 39]
9) In un cortile ci sono polli e conigli: in totale ci sono 40 teste e 130 zampe. Quanti sono i polli e quanti i conigli?
10) Un mattone pesa un chilo più mezzo mattone. Quanto pesa un mattone?