I sistemi d'equazioni. BM4 pag.24 - 27.Esercizi 56-67 pag.95 -97.

i) Equazioni ad un incognita

Es. Trova un numero che sommato al suo triplo dia 28.

Scrivendolo nel linguaggio matematico avremo:

x + 3x = 28 da cui segue = >

Dall'equazione ottengo dunque una soluzione.

ii) Equazione a due incognite.

Determina due numeri che sottratti diano 4.

Matematicamente avremo: x – y = 4

Quali sono le possibili soluzioni?

Per poter definire un'unica soluzione dobbiamo porre un'altra condizione, per esempio che la loro somma sia 10 = > x + y = 10

Otteniamo di conseguenza due equazioni che formano **un sistema** e scriveremo:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

Per risolvere un sistema abbiamo diversi metodi tra i quali i seguenti.

a) Metodo di sostituzione.

Risolvo un'equazione, che sostituisco nell' (la) altra (e) ottenendo di conseguenza una sola equazione ad una sola incognita. Nel nostro caso.

$\begin{cases} x = y + 4 \\ y + 4 + y = 10 \end{cases}$ = > $\begin{cases} x = y + 4 \\ 2y = 10 - 4 \end{cases}$ = > $\begin{cases} x = y + 4 \\ 2y = 6 \end{cases}$ = > $\begin{cases} y = 3 \\ x = 3 + 4 \end{cases}$ = > $\begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases}$ segue che il sistema è determinato e con insieme soluzione : S = $\{(7;3)\}$

b) Metodo di confronto.

Risolvo le due equazioni rispetto alla stessa incognita e le uguaglio (confronto) .

$\begin{cases} y = x - 4 \\ y = 10 - x \end{cases}$ = > x – 4 = 10 – x ; 2x = 14 ; x = ……. ; = > y =

Il sistema è chiaramente determinato con S =

c) Metodo d'addizione – sottrazione.

Quando uno dei coefficienti delle due equazioni sono uguali posso sottrarli.

$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 10 \end{cases}$ Sommando la prima equazione con la seconda ottengo:

2x +0y = 14 = > x = 7 = > y =

Il sistema è dunque

Osservazione: Un sistema a più equazioni viene risolto normalmente con il metodo di sostituzione, riducendo le incognite.

Esercizi.

i) $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} 2x + 6y = 3 \\ 4x + 9y = 5 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \\ -5x - y = 9 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x - y + z = 8 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{cases}$ v) $\begin{cases} x + y = z \\ x + z = t \\ x + t = y + z \\ x + y = -3 \end{cases}$ S= (-1;-2;-3;-4)

Esercizi sistemi d'equazioni.

CM pag. 556-560 es. 30 – 70
Problemi pag. 585 – 597 es. 264 – 390.

1) Risolvi con il metodo che meglio credi i seguenti sistemi.

i) $\begin{cases} x+y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} x+y=5 \\ -x-y=-3 \end{cases}$ iii) $\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=2 \\ 3x+2y=13 \end{cases}$ iv) $\begin{cases} 2x-2y=1 \\ 3y-3x=-\frac{3}{2} \end{cases}$

2) Risolvi i seguenti problemi.

a) Trova due numeri sapendo che la loro somma dà 26, mentre la loro differenza è 2.

b) Determina l'età di due persone sapendo che la somma della seconda età con il doppio della prima dà 70, mentre la differenza tra il sestuplo della prima età e il doppio della seconda dà 10. $S=\{(15;40)\}$

c) In un cortile vi sono delle galline e dei conigli. Calcolare quanti conigli e quante galline si trovano in quel cortile, sapendo che si contano 40 teste e 112 zampe.

$S=\{(24\,g\,;16\ c)\}$

d) Per acquistare due libri ho speso 60 CHF. Il costo di uno dei due libri è i 2/3 del costo dell'altro. Determina il costo dei due libri. $S=\{(24,36)\}$

e) Gigi ha nel salvadanaio 460 CHF in monete da 5 CHF e da 1 CHF. Sapendo che le monete da 5 Fr sono 20 in più delle altre, calcolare il numero delle monete d'ogni tipo. $S=\{(60,80)\}$

3) Risolvi i seguenti sistemi riducendoli prima alla forma più semplice.

i) $\begin{cases} -\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}y=3 \\ -\frac{9}{4}=2y+\frac{1}{4}x \end{cases}$ $S=\{(-5;-2)\}$ ii) $\begin{cases} \frac{x+y}{4}-\frac{x-y}{2}=-\frac{3}{4} \\ \frac{y-1}{3}-\frac{x+y}{2}=-\frac{1}{2}x \end{cases}$ $S=\{(-3\,;-2)\}$

iii) $\begin{cases} x-2-\frac{3y+16}{5}=0 \\ \frac{x-1}{3}=3-\frac{y+6}{2} \end{cases}$ $S=\{(4;-2)\}$ iv) $\begin{cases} x-3=-\frac{5}{3}y \\ \frac{10}{3}y=6-2x \end{cases}$ $S=$????

4) i) Prova ad inventare un sistema a due incognite e due equazioni. Chiaramente cercherai di risolverlo.
ii) Inventa un problema che sia risolvibile con un sistema a due incognite.

5) Risoluzione di un sistema a tre incognite e tre equazioni.

i) $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+y-z=6 \\ x-y+2z=-5 \end{cases}$ $[1;2;-2]$ ii) $\begin{cases} x-y+z=1 \\ x+2y-z=8 \\ 3x-y+2z=3 \end{cases}$ $[2;3;0]$ iii) $\begin{cases} 3x+2y+z=3 \\ x-y+z=\frac{5}{6} \\ x+y=\frac{5}{6} \end{cases}$ $\left[\frac{1}{3};\frac{1}{2};1\right]$

6) Risolvi con un sistema i seguenti problemi.

i) Determina tre numeri sapendo che la loro somma è 60, che il secondo è i $\frac{2}{3}$ del primo e che la somma di $\frac{1}{5}$ del primo e dei $\frac{3}{2}$ del terzo è 21. [30;20;10]

ii) In un numero di tre cifre la cifra delle unità è doppia di quella delle decine e la somma delle tre cifre è 11. Scambiando l'ordine delle cifre delle centinaia e delle decine si ottiene un nuovo numero che supera il precedente di 90. Trova il numero.

[236]

iii) L'età di un padre supera di 6 anni il triplo dell'età del figlio; tra 15 anni l'età del padre sarà il doppio dell'età del figlio. Calcolare l'età attuale del padre e del figlio.

[33;9]

iv) In uno scaffale di un supermercato vi sono 54 scatole, alcune di fagioli, altre di piselli, altre ancora di lenticchie. Si sa che le scatole di lenticchie sono due più di quelle dei fagioli e che se si somma il numero delle scatole di fagioli con la metà di quello delle scatole di piselli e con un terzo di quello delle scatole di lenticchie si ottiene 32. Quante scatole di fagioli, di piselli e di lenticchie vi sono?

[16;20;18]

7) Due sistemi a quattro incognite e quattro equazioni.

i) $\begin{cases} x-y+z+t=-2 \\ x+y-z-t=8 \\ -x+y-z+t=-2 \\ -x+y+z+t=-4 \end{cases}$ $[3;2;-1;-2]$ ii) $\begin{cases} x-y=1 \\ y-z=3 \\ z-t=1 \\ t+x=1 \end{cases}$ $[3;2;-1;-2]$

iii) Determina l'età di quattro fratelli sapendo che sommando in tutti i possibili modi le età di tre di essi ottengo di volta in volta 37, 38, 43 e 47 anni. [8; 12; 17; 18]

8) Risoluzione grafica di un sistema.

i) $\begin{cases} x+y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$ (5; 2) ii) $\begin{cases} x+y=5 \\ -x-y=-3 \end{cases}$ (sist. Imp.) iii) $\begin{cases} 3x+2y=-5 \\ 2x+y=-3 \end{cases}$ (-1 ; -1)