PROVA DI FINE CICLO DI ORIENTAMENTO: MATEMATICA / LIVELLO 1

ESERCIZIO 1

x, y sono due numeri reali non nulli e y è anche diverso da –1.
A quali condizioni vale la seguente uguaglianza?

$$1-\frac{x^2-x\,y\,(x+1)}{y+1}=\frac{1+y+2\,x\,y-x^2}{y+1}-x\,y$$

ESERCIZIO 2

Risolvi in **R** la seguente equazione fratta:

$$\frac{2\,(x-2)}{x-3}-1-\frac{3}{(x-3)\,(x+2)}\;=\;\frac{x+2}{x}$$

ESERCIZIO 3

Per quali $u \in \mathbf{R}$ le due seguenti disuguaglianze sono entrambe vere?

$$\frac{u+2}{5}\;\leq\;10-3\,u \qquad ; \qquad \frac{4}{3}u+7\;\leq\;2\,u+5$$

ESERCIZIO 4

Trova tre numeri m, p, q , diversi da zero, che soddisfino le seguenti condizioni:

- i rapporti $\frac{p}{m}$ e $\frac{q}{p}$ sono uguali a 2
- la somma dei tre numeri è uguale a 28.

ESERCIZIO 5

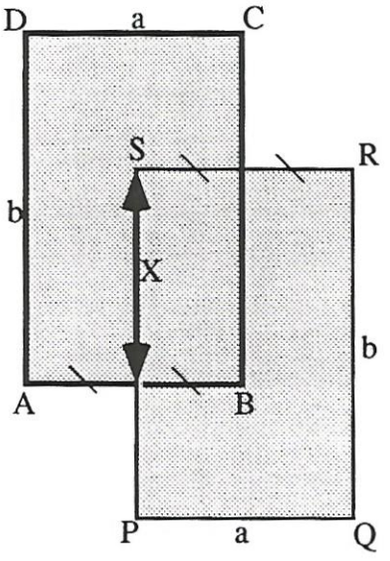
Tito e Lara hanno insieme 1000 Fr.
Se Lara avesse 140 Fr in più, disporrebbe del doppio di quello che ha Tito.
Quanti franchi hanno ciascuno dei due?

ESERCIZIO 6

Di un rettangolo ABCD si conoscono le lunghezze del lato AB, che è 25 mm, e della diagonale che è 65 mm.
In esso si inscrive un altro rettangolo PQRS in modo che le sue diagonali siano situate su quelle di ABCD e che il rapporto tra le aree di PQRS e di ABCD sia un quinto.
Calcola le misure dei lati di PQRS. (Sono richiesti valori esatti con denominatori razionali.)

PROVA DI FINE CICLO DI ORIENTAMENTO: MATEMATICA / LIVELLO 1

ESERCIZIO 7



I due rettangoli ABCD e PQRS sono isometrici e i loro lati sono paralleli a due a due. Le loro dimensioni sono a,b (con a,b numeri reali maggiori di 0).
Il rettangolo ABCD viene fatto scorrere lungo la retta AD, in modo che il lato AB abbia sempre il suo punto medio in comune con il segmento PS . Di conseguenza, anche il lato SR ha sempre in comune con BC il suo punto medio.
Il movimento del rettangolo ABCD fa sì che l'area della figura $\mathscr{F}$, unione dei due rettangoli ABCD e PQRS, varia in funzione della misura del segmento x (vedi figura).

7.1 Determina la funzione y=g(x) che ad ogni x fa corrispondere l'area della figura $\mathscr{F}$ e trova gli insiemi di definizione e delle immagini.

7.2 Poni $a = \frac{2}{7}b$ e determina:

7.2.1 $g\left(\frac{b}{7}\right)$

7.2.2 x tale che $g(x)= \frac{27}{49}b^2$.

ESERCIZIO 8

Una piramide retta ha come base un quadrato di lato ℓ e altezza h.
La si vuol sezionare con un piano parallelo alla base in modo che il tronco di piramide risultante abbia il volume uguale ai due terzi della piramide data.

8.1 A quale distanza dal vertice della piramide occorre effettuarela sezione?

8.2 Calcola il rapporto fra le aree della base minore e della base maggiore del tronco di piramide.

8.3 Verifica che il rapporto fra l' altezza della piramide data e quella del tronco di piramide è $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}-1}$.