Multipli – Divisori.

1) I multipli di un numero. (Teoria 31 – 31; Esercizi 117 – 120)

$M_n = \{x \in \mathbb{N} \setminus x \text{ sia un multiplo di } n\}$

es. $M_7 = \{x \in \mathbb{N} \setminus x \text{ sia un multiplo di } 7\} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

Definisci per elencazione i seguenti insiemi:

$M_4 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; $M_6 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;

Definisci per estensione i seguenti insiemi e rappresenta con il diagramma di Venn:

$M_4 \cup M_6 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$M_4 \cap M_6 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\} = \ldots\ldots$

$M_4 \setminus M_6 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$M_6 \setminus M_4 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

Alcune situazioni particolari:

a) Definisci per elencazione i seguenti insiemi:

$M_5 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; $M_{10} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;

Cosa noti?

Definisci per estensione i seguenti insiemi e rappresenta con il diagramma di Venn:

$M_5 \cup M_{10} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\} = \ldots\ldots\ldots$

$M_5 \cap M_{10} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\} = \ldots\ldots\ldots$

$M_5 \setminus M_{10} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$M_{10} \setminus M_5 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

Completa con $\subset$; $\not\subset$ M_3 ……M_6 ; M_6 ……M_3 ; M_{10} ……M_5 ; M_{14} ……M_7 ; M_{15} ……M_{30} ;

b) Multipli di una potenza con la stessa base .

2. 2. 2 = …… ; 2 . 2 .2 .2 = …… ; 2 .2 . 2 . 2. 2 = …… ; 2 .2 . 2 . 2. 2.2 = …… ;

Dunque $2^{\cdots\cdots}$; $2^{\cdots\cdots}$;$2^{\cdots\cdots}$;$2^{\cdots\cdots}$; sono dei …… di …….dunque ;

$M_{2^2} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;$M_{3^4} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$M_{5^7} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;$M_{10^9} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

Ricorda: 2^7 è …… di ……; 3^{23} è …… di ……;

c) Qual è il multiplo comune più piccolo tra due numeri ? Per esempio tra 6 e 8 ?

$M_6 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; $M_8 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;

Determino i multipli comuni : $M_6 \cap M_8 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\} = \ldots\ldots\ldots$

Scelgo il multiplo più piccolo: ……

Matematicamente abbiamo calcolato il **minimo comune multiplo** tra 6 e 8 e scriveremo:

m.c.m. (6; 8) = ……

Due problemini:

i) Ogni 15 giorni ho la verifica di matematica, mentre quella di francese è ogni 20 giorni. Sapendo che oggi le ho affrontato entrambe, tra quanti giorni capiterà la stessa situazione?

ii) Ogni 4 s s'accendo intermittenti le luci del presepe, mentre quelle dell'albero s'illuminano ogni 6 s. In un minuto quante volte saranno accese contemporaneamente?

2) I divisori di un numero.

$D_n = \{x \in \mathbb{N} \setminus x \text{ sia un divisore di } n\}$

es. $D_{12} = \{x \in \mathbb{N} \setminus x \text{ sia un divisore di } 12\}$ = {……..}

Definisci per elencazione i seguenti insiemi:

D_4 = {……}; D_6 = {……} ;

Definisci per estensione i seguenti insiemi e rappresenta con il diagramma di Venn:

$D_4 \cup D_6 = \{……..\}$

$D_4 \cap D_6 = \{……..\}$ = ……

$D_4 \setminus D_6 = \{……..\}$

$D_6 \setminus D_4 = \{……..\}$

Definisci per elencazione: D_{18} = {……..}

D_{30} = {……..} ; D_{80} = {……..}

Alcune situazioni particolari:

a) Definisci per elencazione i seguenti insiemi:

D_5 = {……}; D_{10} = {……} ;

Cosa noti?

b) Definisci per estensione i seguenti insiemi e rappresenta con un diagramma di Venn:

$D_5 \cup D_{10} = \{……..\}$ = …….

$D_5 \cap D_{10} = \{……..\}$ = …….

$D_5 \setminus D_{10} = \{……..\}$

$D_{10} \setminus D_5 = \{……..\}$

Completa con $\subset$; $\not\subset$ D_3 ……D_6 ; D_6 ……D_3 ; D_{10} ……D_5 ; D_{14} ……D_7 ; D_{15} ……D_{30} ;

c) Divisori di una potenza con la stessa base .

2 è ……di 2 . 2 = ……. = $2^{\cdots}$;2^2 è ……di 2. 2. 2 = ……= $2^{\cdots}$;

Dunque $2^{\cdots}$; $2^{\cdots}$;$2^{\cdots}$;sono dei …… di ……dunque ;

$D_{2^2} = \{……\}$;$D_{2^3} = \{……\}$ $D_{2^4} = \{……\}$

$D_{5^6} = \{……\}$;$D_{10^9} = \{……\}$

Ricorda: 2^7 è …… di ……; 3^{23} è …… di ……;

d) Determina per elencazione:

D_6 = {……}; D_8 ={……} ;

$D_6 \cap D_8 = \{……\}$

i) Qual è il divisore comune più piccolo tra due numeri?……

ii) Qual è il divisore comune più **grande** tra due numeri?

Scelgo il divisore comune più grande: …… Matematicamente abbiamo calcolato il **Massimo Comune Divisore** tra 6 e 8 e scriveremo: **M.C.D. (6; 8)** = ……

Un problemino:

Ho 20 caramelle e 30 cioccolatini si vuole ottenere il maggior numero possibile di pacchetti uguali, contenenti ciascuno uno stesso numero di caramelle e uno stesso numero di cioccolatini. Quanti caramelle quanti cioccolatini conterrà ciascun pacchetto? Quanti pacchetti si riusciranno ad ottenere?

3) Numeri primi. (pag. 38)

Determina:

D_3 = {… … …} ; D_5 = {… … …} ; D_7 = {… … …} ; D_{11} = {… … …} ; D_{13} = {… … …} ;

Cosa noti? : ……

Un numero avente solo ……. Divisori è detto PRIMO.

Definisci i numeri primi minori a 52. D = ……..

4) I criteri di divisibilità. (Teoria pag. 36 – 37 esercizi pag. 121)

Per scoprire velocemente se un numero è divisibile per un altro applica le seguenti semplici regole

- Un numero è **divisibile per 2** se è **pari** e quindi termina con una delle seguenti cifre: **0** - **2** - **4** - **6** - **8**

23**4** è divisibile per 2 1.08**0** è divisibile per 2 7.31**8** è divisibile per 2 4.16**7** non è divisibile per 2

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 2

96 245 714 1'048 6'023 21'609 15'792 320'570

- Un numero è **divisibile per 3** se la **somma delle sue cifre** è un numero divisibile per **3**

72 = 7 + 2 = **9** è divisibile per 3, quindi anche **72** è divisibile per 3
567 = 5 + 6 + 7 = **18** è divisibile per 3, quindi anche **567** è divisibile per 3
416 = 4 + 1 + 6 = **11** non è divisibile per 3, quindi anche **416** non è divisibile per 3
2.985 = 2 + 9 + 8 + 5 = **24** è divisibile per 3, quindi anche **2.985** è divisibile per 3

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 3

45 95 129 2'388 8'694 56'490 404'205 382'190

- Un numero è **divisibile per 4** se termina con **due zeri** o se le ultime due cifre formano un numero divisibile per **4** (cioè ……)

9.6**00** è divisibile per 4 1**08** è divisibile per 4 2.0**36** è divisibile per 4 19.3**12** è divisibile per 4

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 4

112 500 928 1'244 5'126 54'608 115'714 920'572

- Un numero è **divisibile per 5** se termina per 5 o per 0

87**0** è divisibile per 5 4.65**5** è divisibile per 5 24.91**0** è divisibile per 5 35.10**2** non è divisibile per 5

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 5

72 905 345 2'000 6'004 28'895 85'791 411'810

- Un numero è **divisibile per 6 (= 2 . 3)** se è divisibile per **2 e** per **3**.

102 è divisibile per 2, è divisibile per 3 dunque è divisibile per ……
87**0** è divisibile per 2, è divisibile per 3 dunque è divisibile per ……
4.61**4** è divisibile per 2 è divisibile per 3 dunque è divisibile per ……
24.91**0** è divisibile per 2 ma ……dunque…… è divisibile per ……

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 6

72 102 340 506 931 934 1200 2346

- Un numero è **divisibile per 9** se la **somma delle sue cifre** è un numero divisibile per **9**

855 = 8 + 5 + 5 = **18** è divisibile per 9, quindi anche **855** è divisibile per 9
1.503 = 1 + 5 + 0 + 3 = **9** è divisibile per 9, quindi anche **1.503** è divisibile per 9
519 = 5 + 1 + 9 = **15** non è divisibile per 9, quindi anche **519** non è divisibile per9
92.475 = 9 + 2 + 4 + 7 + 5 = **27** è divisibile per 9, quindi anche **92.475** è divisibile per 9

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 9

531 199 729 1'764 2'601 59'886 84'530 131'645

- Un numero è **divisibile per 10** se termina ……..

87**0** è divisibile per 10; 4'600 è divisibile per 10; 24'000 è divisibile per 10;35'10**2** non è divisibile per 10.

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 10

72 905 345 2'000 6'004 320'570 85'791 411'810

- Un numero è **divisibile per 15 (5 . 3)** se ……

7**5** è divisibile per 15; 4'600 **non** è divisibile per 15; 24'000 è divisibile per 15;35'10**2** non è divisibile per 15.

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 15

720 1'020 340 555 931 9340 1200 2'345

- Un numero è **divisibile per 25** se termina ……..

87**0 non** è divisibile per 25; 4'600 è divisibile per 25; 24'000 è divisibile per 25;35'10**2** non è divisibile per 25.

COLORA SOLO I NUMERI DIVISIBILI PER 25

1'020 1'250 3400 5575 9310 93"425 1200

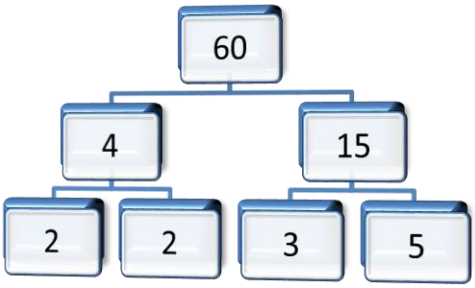
Completa la tabella con un visto, quando il numero della prima colonna è divisibile per il numero della prima riga.

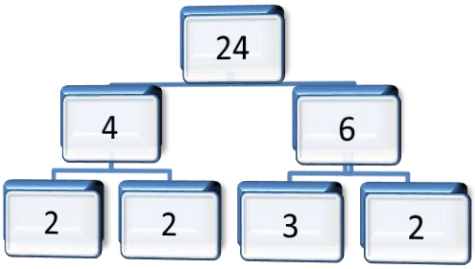
	2	3	4	5	6	9	10	12	15
102									
216									
3420									

5) La scomposizione in fattori primi. (teoria pag. 39; es. 121 – 123)

Ricorda: un numero è detto primo se possiede unicamente due divisori uno e se stesso.
I primi numeri primi sono P = $\{2; 3; 5; 7\ 11; 13\ ; 17\ ; 19\ ; 23\ ; 29; 31\ ; 37; 41; 43; 47\ \ldots.\}$
Un qualsiasi numero non primo può essere scomposto nel prodotto d'altri numeri primi.
Questo scomposizione è unica, vedi pag. 39 del testo.
Un numero può essere scomposto in fattori primi in diversi metodi.

a) Il diagramma ad albero (verticale o orizzontale).





Otteniamo 60 = …… ; 24 = ……

b) Metodo tradizionale o verticale.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Otteniamo 60 = …… ; 24 = ……

c) Metodo della fattorizzazione (scomposizione orizzontale) .
60 = 6 . 10 = 2 . 3 . 2 . 5 = ……
24 = 3 . 8 = 3 . 2 . 4 = 3 . 2 . 2 . 2 = ……

Particolarità:
30 = ……; 90 = ……
100 = ……; 600 = ……
4'000 = …… ; 12 000 = ……
Dunque : ……

Esercizi:

Scomponi in fattori primi con il metodo della fattorizzazione.

490 = ……

112 = ……

375 = ……

975= ……

243 = ……

1024 =……

1025 = ……

Scomposizione in fattori primi e proprietà delle operazioni. (calcolo mentale)

Esempio:

60 : 15 = (6 . 10) : (3 . 5) = (2 . 3 . 2 . 5) : (3 . 5) = (2^2 . 3 . 5) : (3 . 5) ; applico la proprietà …… dividendo sia dividendo che …… per ……ottengo;

[(2^2 . 3 . 5) : 3] : [(3 . 5) : 3] = (2^2 . 5) : 5 = ……. Dunque 60 : 15 = ……

Che posso anche scrivere : 60 : 15 = $\frac{60}{15} = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 5} = 2^2 = 4$

Esercizi:

72 : 24 = $\frac{72}{24}$ =……

600 : 50 =……

408 : 68 =……

1'690 : 130 = ……

1'080 : 90 = ……

1'152 : 576 = ……

201'600 : 4'200 = ……

112 . 375 = ……

Calcola il valore delle seguenti espressioni:

9'801 : 99 = ……

……

(504 . 18) : 42 =……

……

2'205 : (343 : 21) = ……

……

6) La scomposizione in fattori primi, alcuni vantaggi.

a) **I divisori d'un numero,** sfruttando la scomposizione in fattori primi.BM1 pag. 39

Ricorda 1 è divisore di tutti i numeri.

Scomponi in fattori:

$6 = 2 \cdot 3$ dunque, $D_6 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ che posso scrivere $8 = 2^3$; dunque $D_8 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$14 = 2 \cdot 7$ dunque, $D_{14} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$15 = 3 \cdot 5$ dunque, $D_{15} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ che posso scrivere $18 = 2 \cdot 3^2$; dunque $D_{18} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$20 = 2 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ che posso scrivere $20 = 2^2 \cdot 5$; dunque $D_{20} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

Se il numero fosse relativamente grandi applico i due metodi della scomposizione in fattori e della divisione.

$60 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ dunque $D_{60} = \{$ $\}$

$80 =$ …… dunque $D_{80} = \{$ $\}$

$100 =$ …… dunque $D_{100} = \{$ $\}$

Esercizi

i) Calcola i divisori dei seguenti numeri, utilizzando la scomposizione in fattori:

30 - 42 - 50 – 72 -102 -280 – 1000 - 2000 – 2016 – 2017

Puoi verificare il tuo lavoro sul sito: calcolare i divisori di un numero.

Dati le seguenti scomposizioni in fattori primi, completa, chiaramente senza calcolatrice, con ☒ se i numeri sono divisibili per i numeri della prima colonna.

Cos inserirai nella prima colonna?

		$2 \cdot 3 \cdot 5$	$3^2 \cdot 5$	$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	$2^2 \cdot 3 \cdot 5$	$2^2 \cdot 3^2$	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
	6						
	9						
	10						
	12						
	15						
	20						

b) **Multipli e divisori di potenze.**

i) Multipli: 2^3 è un multiplo di ……

3^4 è un multiplo di ……

ii) Divisori: 2^3 è un divisore di …… ; ma anche di ……

3^4 è un divisore di …… ; ma anche di ……

iii) Completa con M (multiplo) oppure D (divisore):

2^3 ….. 2^4 ; 5^4 ….. 5^2 ; 2^8 ….. 2^4 ; 5^4 ….. 5^8 ; 2^3 ….. $3 \cdot 2^4$; $2^3 \cdot 5^4$ ….. $2^5 \cdot 5^8$

b) **Il calcolo del minimo comune multiplo (mcm),** BM1 pag. 40.

i) Calcola mcm (6;8)

- Scompongo in fattori primi: $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **maggiore**, cioè 2^3
- Per ottenere anche un multiplo di 6 devo moltiplicare per 3.
- Dunque mcm (6;8) = $2^3 \cdot 3 = 24$

ii) Calcola mcm (16;18)

- Scompongo in fattori primi: $16 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $18 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **maggiore**,cioè ……
- Per ottenere anche un multiplo di 18 devo moltiplicare per ……
- Dunque mcm (16;18) = ……

iii) Calcola mcm (28;36)

- Scompongo in fattori primi: $28 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $36 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **maggiore**, cioè ……
- Per ottenere anche un multiplo di 28 devo moltiplicare per ……
- Dunque mcm (28;36) = ……

iv) **Calcala mcm dei seguenti gruppi di numeri**: 8;12 – 8;12;15 – 24;32 – 24; 32; 36

Regola: ……

……

c) **Il calcolo del Massimo Comune Divisore (MCD),** BM1 pag. 40

i) Calcola MCD (6;8)

- Scompongo in fattori primi: $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **minore**, cioè 2.
- Tre non è divisore di 8 e dunque non lo prendo in considerazione
- Dunque **MCD** (6;8) = 2

ii) **Calcola MCD (16;18)**

- Scompongo in fattori primi: $16 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $18 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **minore**, cioè ……
- Dunque **MCD** (16;18) = ……

ii) Calcola **MCD** (28;36)

- Scompongo in fattori primi: $28 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $36 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **minore**, cioè ……
- Dunque **MCD** (28;36) = ……

v) **Calcala MCD dei seguenti gruppi di numeri**: 8;12 – 8;12;15 – 24;32 – 24; 32; 36

Regola: ……

……

Per controllare il tuo lavoro puoi consultare la pagina M.C.D. e m.c.m.