Esame d'ammissione alle scuole medie superiori

Matematica – Classe Prima

18 agosto 2016

Sussidi ammessi:

- *calcolatrice tascabile senza CAS*
- *riga, squadra, compasso, goniometro*
- *raccolta di formule*

Per ognuna delle sette richieste sono assegnati 12 punti.

Richiesta 1

1.1 Se *2 EUR* valgono *2,18 CHF*, a quanti *EUR* corrispondono *8 CHF* ? (Arrotondare al centesimo)

1.2 Per quale valore di y vale l'uguaglianza $\frac{12}{y} = \frac{3}{5}$?

1.3 A quanti *km/h* corrisponde una velocità di *5 m/s*?

1.4 Un articolo scontato del *30%* lo pago *56 CHF*. Quale sarebbe stato il suo prezzo non scontato?

Richiesta 2

2.1 Dalla formula $m = \frac{1}{2}\left(3a + b^2\right)$ ricavare l'espressione per calcolare a.

2.2 Calcolare $\frac{2x - y}{x + 3y^2}$ nel caso in cui $x = \frac{1}{4}$ e $y = -\frac{2}{3}$. (È richiesto il risultato in forma frazionaria ridotta ai minimi termini)

2.3 Si consideri l'espressione $a^2 - 3ab + 2b^2$. Porre $a = 2 + t$ e $b = 2 - t$ e semplificare il più possibile.

Richiesta 3

3.1 Risolvere l'equazione $\frac{5}{4} - 5\left(1 + 2x\right) = \frac{x - \frac{15}{2}}{2}$.

3.2 Risolvere l'equazione $\frac{x}{x-3} + \frac{2}{x-2} = \frac{-3}{\left(x-2\right)\cdot\left(3-x\right)}$.

Richiesta 4

Due ragazzi che collezionano figurine discutono tra di loro.

Il primo ragazzo dice all'amico:

«Se mi dai 8 delle tue figurine ne avrò tre volte quelle che ti rimarrebbero».

L'amico gli risponde:

«Se invece dai tu a me 12 figurine, ne avrò il doppio di quelle che ti resterebbero».

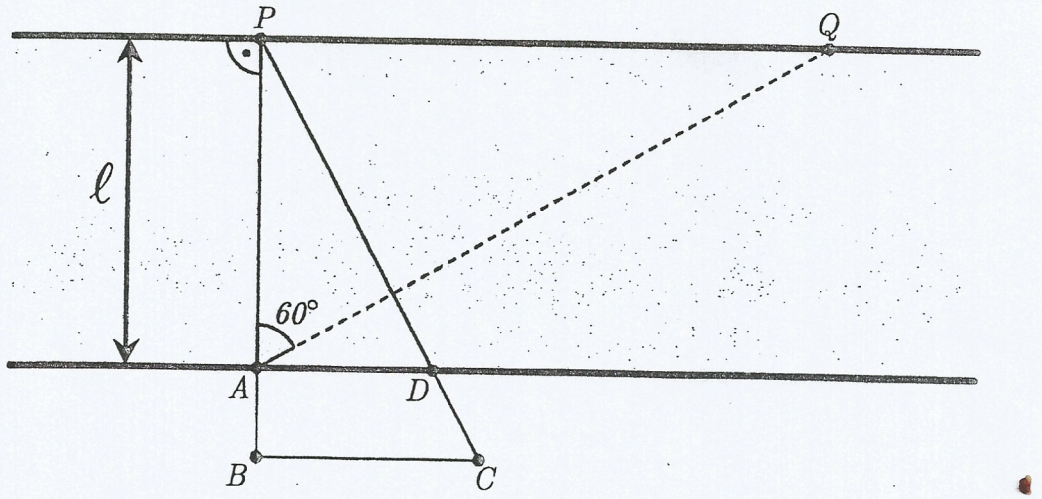
Quante figurine possiede ognuno dei due ragazzi?

Richiesta 5

Un gruppo di giovani esploratori deve calcolare la larghezza ℓ di un canale che ha le due sponde parallele (in grigio nella figura). A tale scopo esegue una triangolazione: pianta nel terreno dei paletti nei punti A, B, C, D, in modo da formare i triangoli rettangoli PAD e PBC.

Sul terreno vengono inoltre eseguite le seguenti misurazioni in metri:

- $|AB| = 2$
- $|AD| = 7$
- $|BC| = 8$



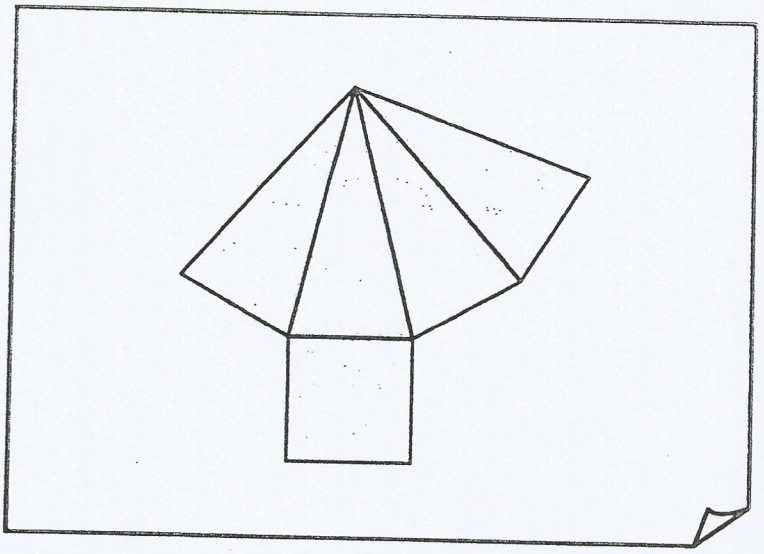
5.1 Determinare la larghezza ℓ del canale.

5.2 Gli esploratori attraversano il canale in canoa partendo da A e, data la corrente, approdano in Q con una traiettoria rettilinea che forma un angolo di $60°$ rispetto al tragitto più breve AP (vedi figura).

Esprimere in funzione di ℓ la distanza percorsa con la canoa.

Richiesta 6

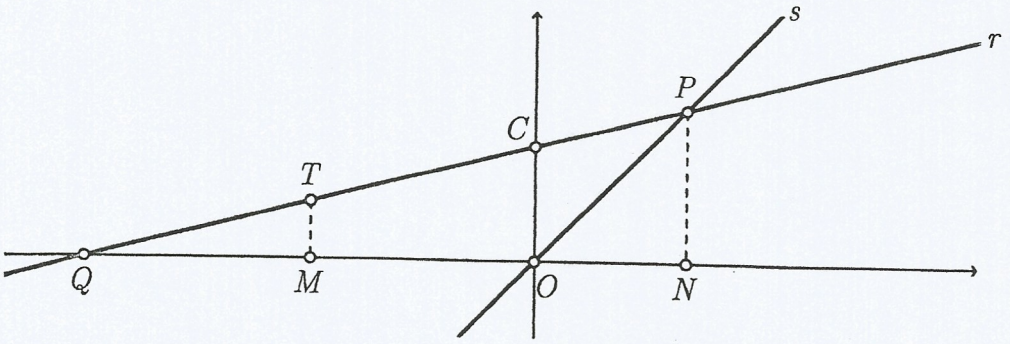
Su un foglio da disegno di dimensioni *24 cm* e *19,6 cm*, è stato disegnato (secondo la modalità indicata nella figura) lo sviluppo di una piramide regolare a base quadrata avente lo spigolo di base lungo *48 mm*.
Sapendo che il disegno dello sviluppo occupa il *20%* di tutta la superficie del foglio, determinare il volume della piramide.



Richiesta 7

Si consideri la seguente situazione nel piano cartesiano, dove la retta r è il grafico della funzione affine f, mentre la retta s è il grafico della funzione lineare g:

$$x \mapsto f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \qquad x \mapsto g(x) = x$$



Nella figura M rappresenta il punto medio del segmento OQ.

7.1 Determinare le coordinate dei punti Q e C.

7.2 Calcolare l'area [u^2] del triangolo QNP.

7.3 Determinare le coordinate del punto T e calcolare l'area [u^2] del trapezio $MNPT$.