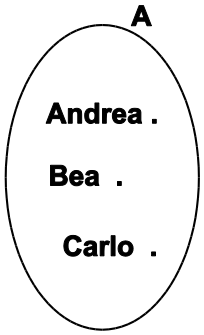
Le Funzioni. BM3 pag. 53 – 69; esercizi pag. 129 – 147.
NLM pag.546 - 595 pag. 596 – 621. Attenzione non tutti gli argomenti!

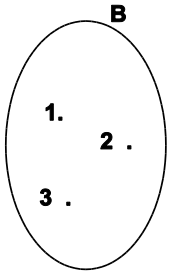
1) Ripresa sugli Insiemi.

Ricorda un insieme può essere definito per:……



A =

A =



B =

B =

Definisci nel modo mancante:

$C = \{x \in \mathbb{N} \ / \ 4 \leq x < 20 \wedge x \in M_5\}$; $D = \{x \in \mathbb{Z} \ / \ -3 \leq x < +6\}$;

$E = \left\{1 ; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4} ; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}\right\}$; $F = \left\{-\sqrt{3}; -\sqrt{2} \ ; -\frac{3}{29}; 0 ; \frac{1}{2}; +1 ; \ldots ; +\sqrt{3}\right\}$;

$D_{20} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; $D_{10} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;;

Cosa puoi dire degli ultimi due insiemi? ……

Rappresenta gli insiemi D_{20} e D_{10} con un unico diagramma di Venn.

Fa un esempio d'un insieme vuoto. ……

Ricorda l'insieme vuoto è sottoinsieme d'ogni insieme.

Quanti sono i possibili sottoinsiemi d'un insieme?

……

……

……

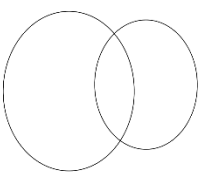
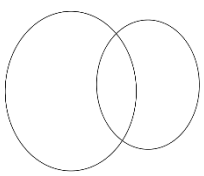
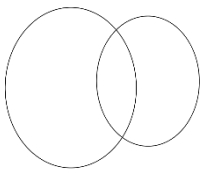
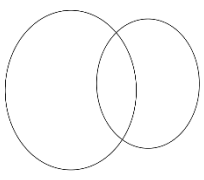
Operazioni con gli insiemi.

Determina per elencazione:

$C \cup D = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $C \cap D = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$;

$C \setminus D = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $D \setminus C = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Rappresenta le quattro situazioni con un diagramma di Venn.

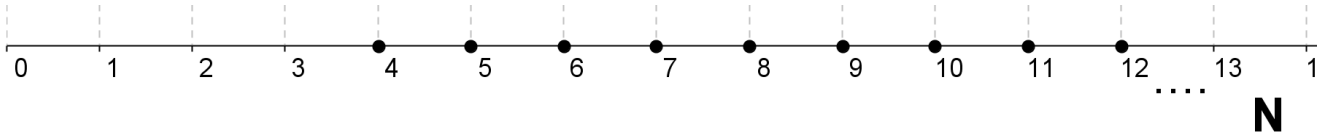





2) Gli Intervalli.

Un altro modo per definire un insieme è quello di considerare l'intervallo nel quale gli elementi sono racchiusi.

Esempio.

Sulla retta numerica ho segnato l'insieme G dei punti, che possiamo definire nei seguenti modi:



i) Per elencazione.

G = $\{4; 5; 6; 7; 8; \ldots\}$ Attenzione l'insieme ha un numero **infinito d'elementi**.

ii) Per caratteristica.

La caratteristica che possiede ogni elemento è quella

……

Matematicamente scriveremo:

G = $\{x \in \mathbb{N} \setminus x \geq 4\}$ oppure G = $\{x \in \mathbb{N} \setminus x > 3\}$

iii) Con il diagramma di Venn.

iv) Con gli intervalli.

Prendo in considerazione l'intervallo nel quale sono definiti gli elementi, nel nostro casa da quattro compreso a infinito, matematicamente scriveremo:

G: $x \in [4; \infty[$ e si legge da 4 compreso a infinito non compreso.

oppure G: $x \in]3 ; \infty[$ e si legge da 3 non compreso a infinito non compreso.

Ricorda:

a) **[**: la parentesi quadra rivolta verso **l'interno** indica che l'elemento è compreso nell'insieme. (**corrisponde ai simboli** $\leq ; \geq$)

b)**]** : la parentesi quadra rivolta verso **l'esterno** indica che l'elemento è **non** compreso nell'insieme. Attenzione **l'infinito** non è mai compreso.

(**corrisponde ai simboli** $< ; >$)

Definisci con gli intervalli i seguenti insiemi.

H = $\{x \in \mathbb{Z} / -4 < x \leq +8\}$ che si legge: ……

H_1 = $\{x \in \mathbb{Q} / -4 < x \leq +8\}$; H_2 = $\{x \in \mathbb{R} / -4 < x\}$; H_3 = $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -4\}$

Definisci per elencazione i seguenti intervalli:

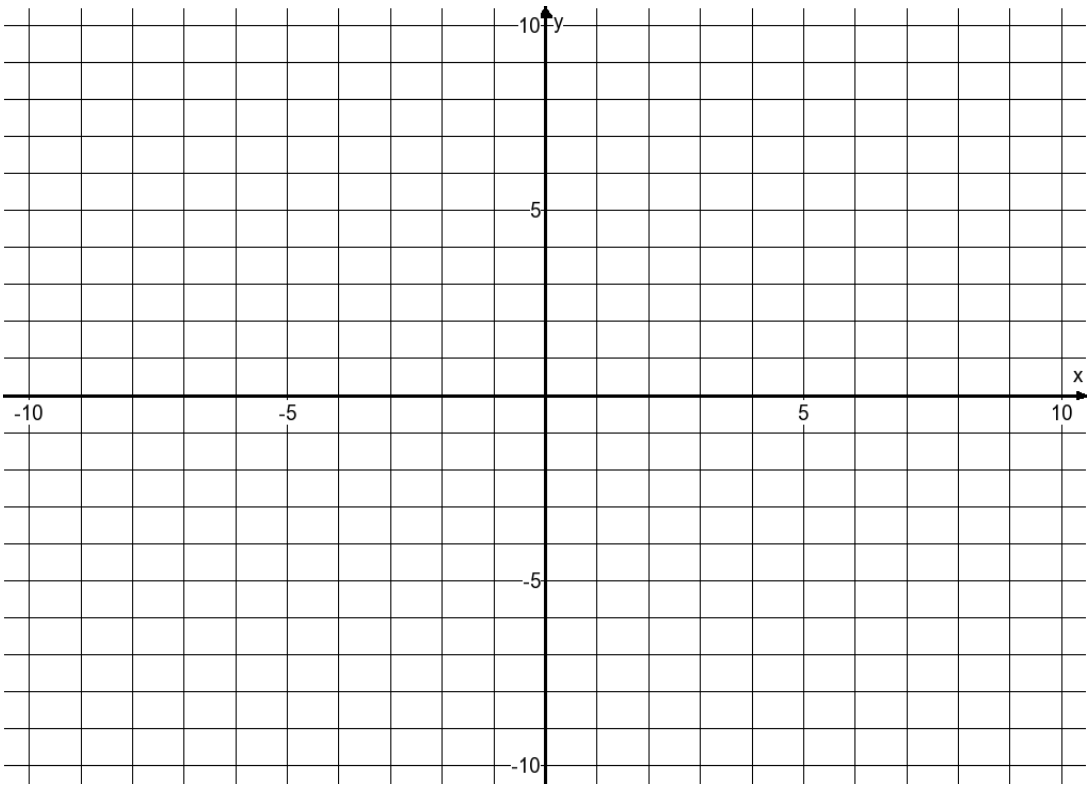
M_1: $x \in \mathbb{N} ; x \in [2 ; 9[$; M_2: $x \in \mathbb{N} ; x \in]2 ; 9]$; M_2: $x \in \mathbb{N} ; x \in [2 ; \infty[$;

M_4: $x \in \mathbb{Z} ; x \in [-2 ; +9[$; M_5: $x \in \mathbb{Z}; x \in]-\infty ; +9]$; M_6: $x \in \mathbb{Q}; x \in \left]-\frac{32}{7} ; +\infty\right[$;

Quali vantaggi possiede la definizione con gli intervalli? Cosa bisogna assolutamente definire? ……

3) Situazioni introduttive – Lettura di grafici. BM1 Teoria 53 – 56 ; es 129 – 130.

a) Un graffito sul muro cartesiano



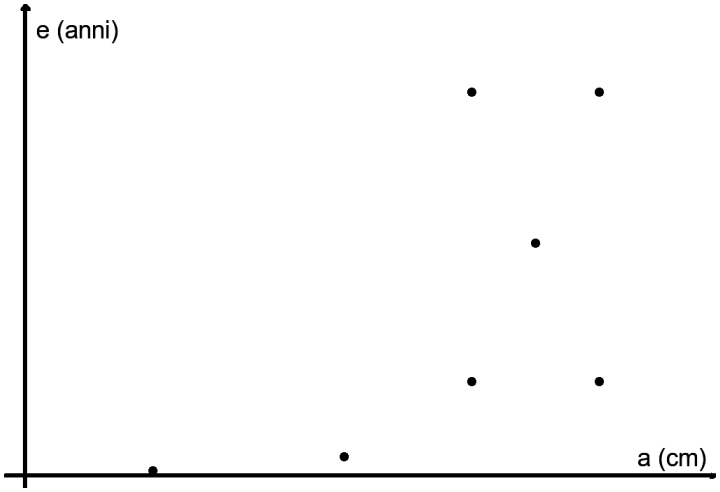
Calcola le coordinate dei punti A, B, … , Z, definite nella tabella in basso.
Segna i punti nel diagramma cartesiano.

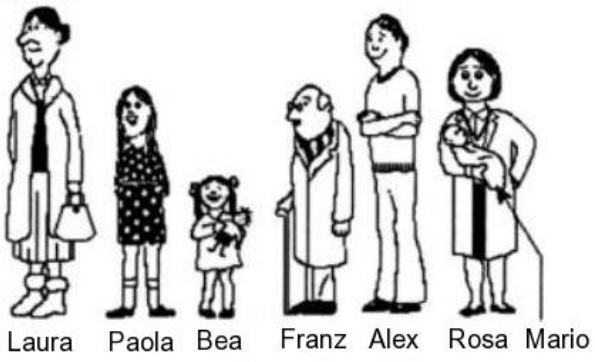
Punto (x ; y)	definizione di x	definizione di y	Punto (x ; y)	definizione di x	definizione di y
A	x = 5 + (-15)	y = -5 + 11	B	x = -27 : (+3)	y = 24 : (-24)
C	x = -20 + 12	y = -12 + 15	D	x = -42 : (-3 + 10)	y = -1 - 1
E	-5 + x = -11	$2^y = 64$	F	$x = (3^{17} : 3^{17}) \cdot (-4)$	$y = \sqrt{16}$
G	x = 60 : (-12)	y = 88 + (-88) - 3	H	x = -3	y = x - 1
I	x = -16 + 5 · 3	y = 18 + 6 · (-3)	J	x = y + 5	y =[3·(-4) – 3] : 3
K	x + 7 = 7	-8 + y = -3	L	x = -(-1 + 3)	y = x + 5
M	x + y = 0	$y = (-9 + 27^2) : (-9 + 27^2)$	N	(5 + x) · 5 = 30	y = 2 · x
P	x = 90 : (-10) + 11	y = x - 2	Q	x = -9· 7- 21·(-3)	y = [8·(-5) - 4·(-9)]:2
R	$x = \sqrt{49} - 1$	x + y = 10	S	x = y - 1	(y + 7) : 2 = 6
T	x + 6 = 10	y + 12 = 10	U	x = 3·(-9) - (-8)·4	y = 24:(-6) - 4
V	x = (-7)· 2 + 17	y = -20 – 5·(-2)	W	x = -24 : 6 + 6	y = (-24):(-6) - 8
X	x = 20 : (-20)	y + 7 = 0	Y	x = -20 - (-20 + 3)	y = 3·x - 1
Z	$x = \sqrt{25} - 2\sqrt{25}$	$y = \sqrt{49} - 2\sqrt{49}$			

Collega: ABCDE FGH HIJ KLMNPQ RSPT TUVW HXYZH, ogni spezzata con un altro colore. Leggi il messaggio. ?.....

b) **La scampagnata**

- I sette componenti d'una famiglia effettuano una gita; sono pronti per la foto-ricordo. Ad ogni punto del grafico assegna il nome della persona che gli corrisponde.



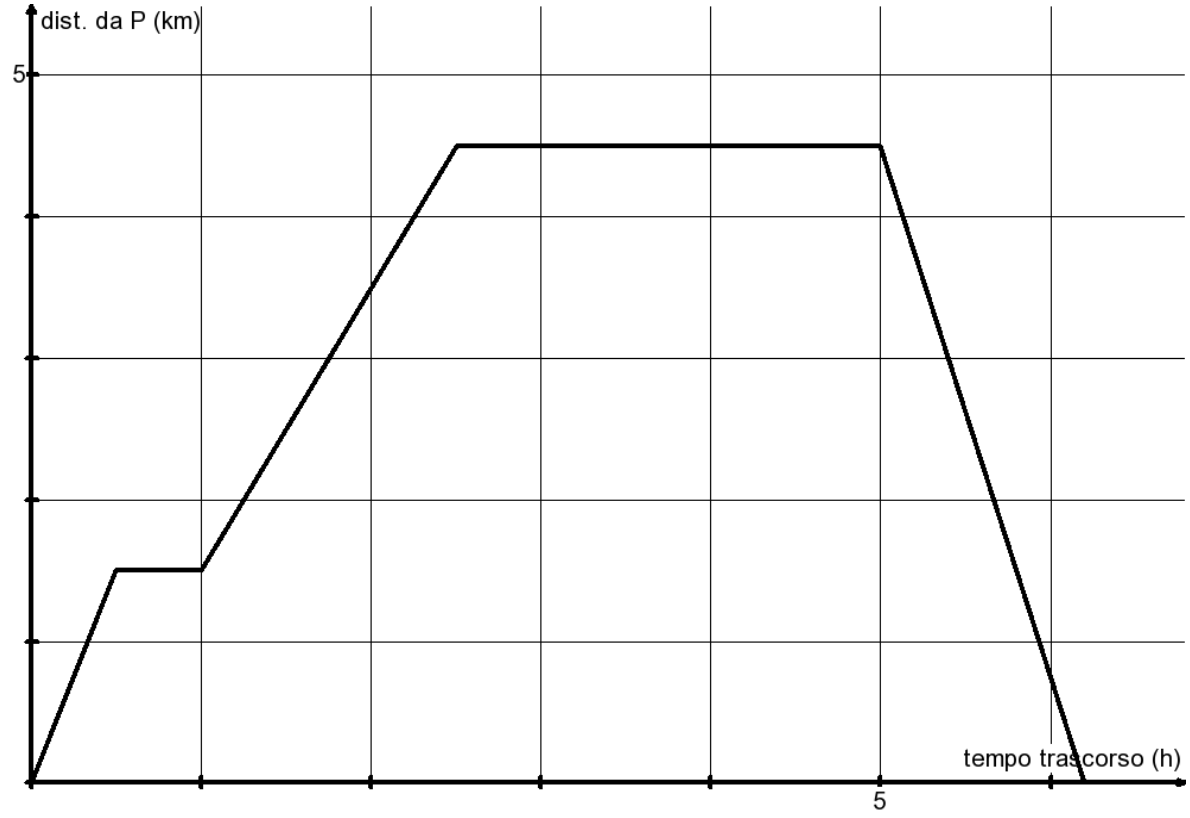


Ogni punto (a ; e) nel diagramma contiene le informazioni riguardanti l'altezza **a** e l'età **e** della persona cui si riferisce.

Quali sono le grandezze prese in considerazione?.....

In quanti modi potevano mettersi in colonna i sette partecipanti, tenuto presente che Mario era in braccio a mamma Rosa?

- Il grafico qui sotto rappresenta la posizione dei partecipanti rispetto al punto di partenza **P**. La gita inizia alle 9:30; descrivi i 5 momenti principali con i relativi tempi.



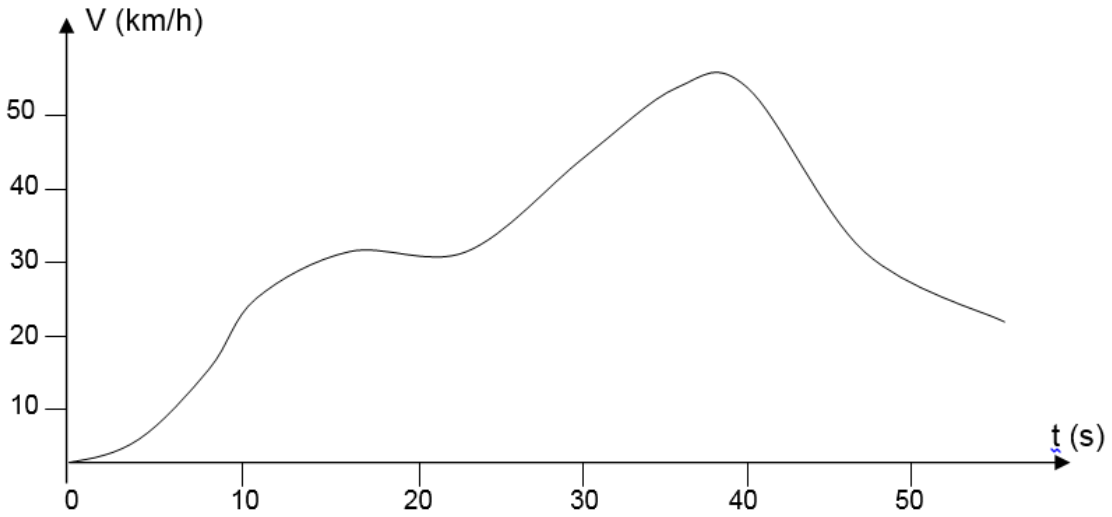
(Illustrazione da A.J. Baroody, R.T. Coslick, *Fostering Children's Mathematical Power,* Lawrence Erlbaum Associates, 1998)

- Primo momento: ……
- Secondo momento: ……
- Terzo momento: ……
- Quarto momento: ……
- Quinto momento: ……
- Qual è stata la velocità media durante l'escursione? ……

Quali sono le grandezze prese in considerazione?.....

c) La velocità del ciclomotore.

Nel grafico seguente è riportata la velocità di un ciclomotore (in km/h) in funzione del tempo trascorso dalla partenza (in s).



Analizza il grafico e rispondi alle domande seguenti:

- Quanto vale la velocità all'inizio del viaggio?

.....

- Qual è la velocità dopo 50 secondi dalla partenza?

.....

- Dopo quanti secondi il ciclomotore raggiunge la velocità massima e quanto vale?

.....

- Come varia la velocità tra 0 s e 10 s?

.....

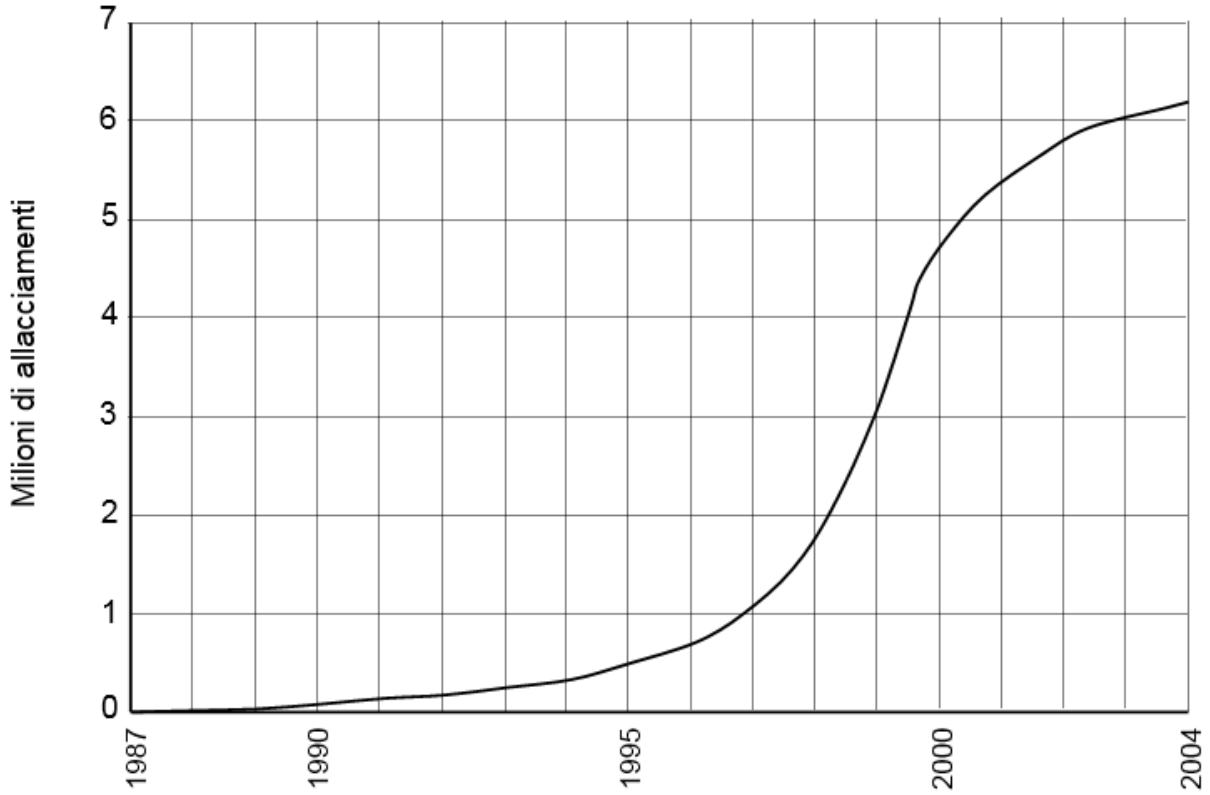
- E tra 40 s e 50 s?

.....

Quali sono le grandezze prese in considerazione? .....

d) La telefonia mobile.

Il grafico mostra l'evoluzione degli allacciamenti alla rete telefonica mobile in Svizzera.



❖Nel corso di quale anno si sono raggiunti il milione di allacciamenti? E i 6 milioni?

.....

❖Stima il numero di allacciamenti nel 1995 e nel 2003.

.....

❖Nel corso dell'anno 1998 quanti nuovi allacciamenti sono stati fatti?

.....

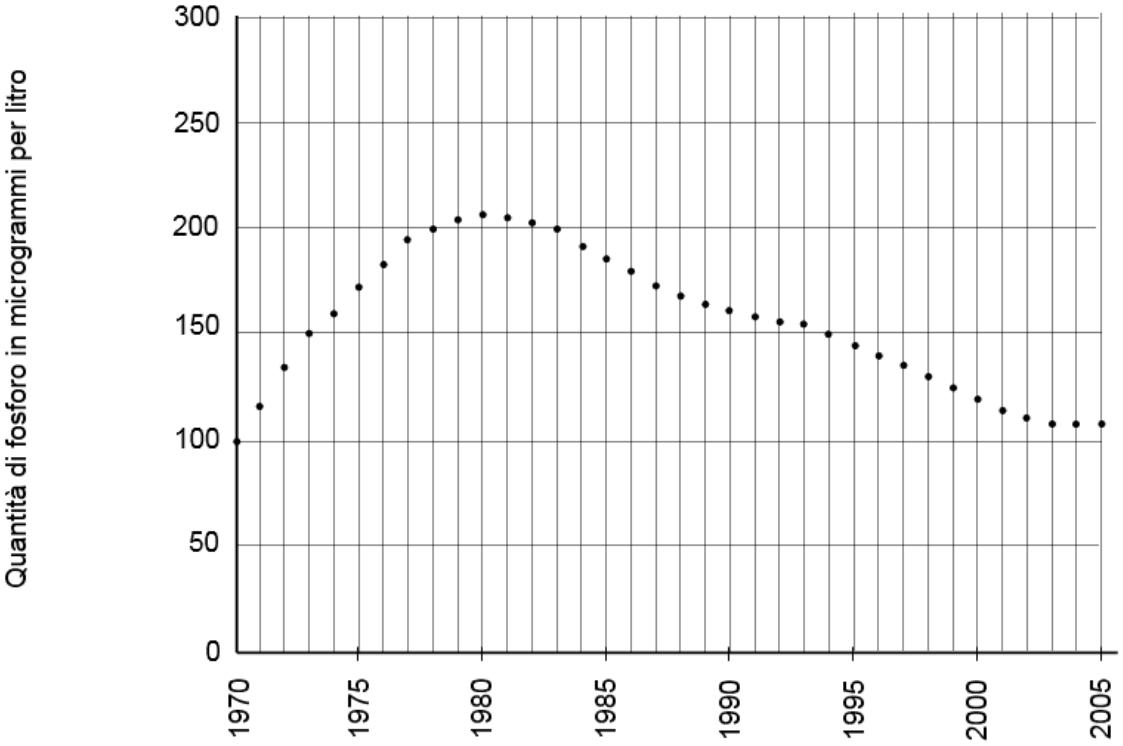
❖In quale anno si nota un cambiamento di tendenza?

.....

Quali sono le grandezze prese in considerazione? .....

e) **La concentrazione di fosforo nell'acqua**

Ecco un grafico relativo alla misurazione delle quantità di fosforo nell'acqua del lago di Zugo, in microgrammi per litro (μg/L), nel periodo che va dal 1970 al 2005 (dati dell'Ufficio Federale dell'Ambiente).



Rispondi alle seguenti domande:

- In quale anno si è avuta la maggior concentrazione di fosforo?
  .....
- Qual è il suo valore (in μg/L)?
  .....
- In quali anni si è avuta una concentrazione di 150 μg/L?
  .....
  .....
- Stima la concentrazione di fosforo nel 1975 e nel 1997.
  .....
  .....
- Descrivi l'andamento della concentrazione di fosforo dal 1970 al 1988 e dal 2000 al 2005.

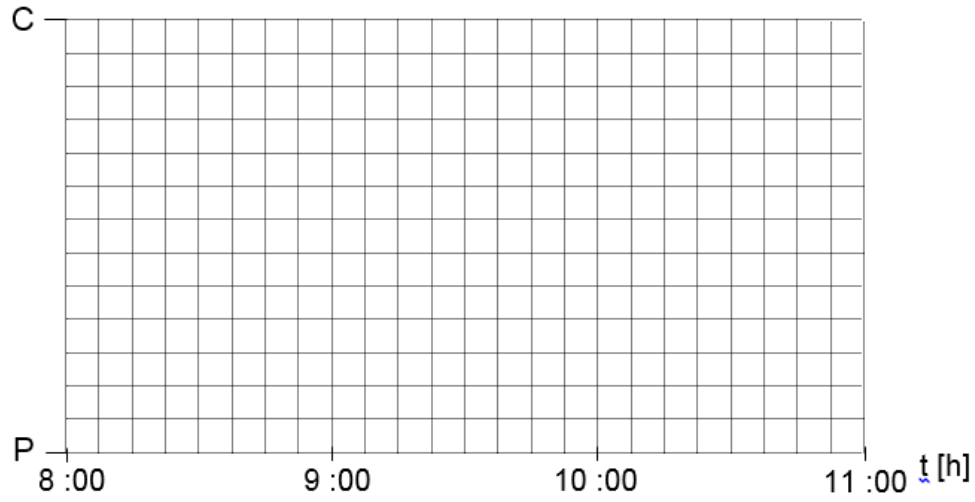
.....
.....

Quali sono le grandezze prese in considerazione?.....

4) Risoluzione di semplici problemi da situazioni reali.es 131 – 133 es. 8

a) La gita di Paola e Alice

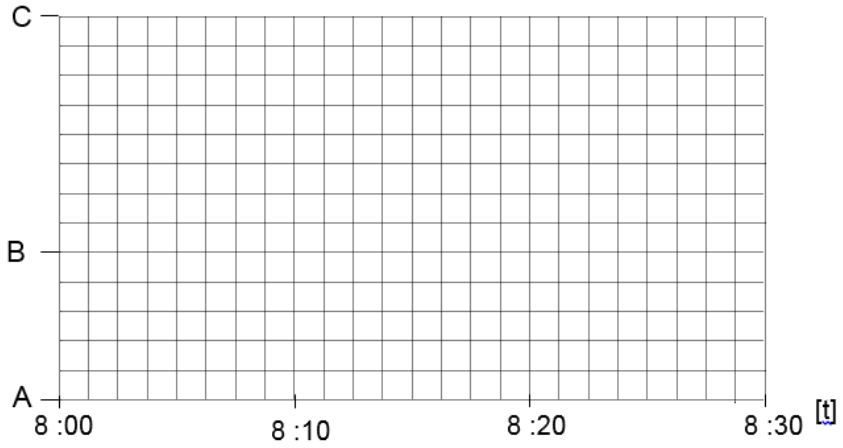
i) Paola parte alle 8:00 dalla piazza del villaggio (P) e sale lungo il sentiero fino alla capanna **(C)**. Arriva alla capanna alle 11:00.
Alice parte dalla capanna alle 8:30 e scende fino alla piazza del villaggio, lungo il medesimo sentiero, impiegando 2 ore. Entrambe camminano sempre con passo regolare e costante. A che ora s'incontrano Alice e Paola, e in quale punto del percorso?



.....

.....

ii) Le località A e B si trovano lungo la strada che porta in C. Lorenzo parte da A in ciclomotore alle 8:00 e va in C impiegando 20 minuti. Anna, con la bicicletta, parte da B e va in C impiegando lo stesso tempo di Lorenzo, ma parte da casa alle 8:05. Le velocità dei due mezzi di trasporto si suppongono costanti. In che istante s'incontrano Anna e Lorenzo?



.....

.....

Quali sono le grandezze prese in considerazione? .....

b) L'abbonamento alla stagione tennistica.

Per la pratica del tennis, una società sportiva offre le seguenti possibilità di pagamento:

a) 20 CHF per ogni ora di gioco.

b) Una tassa base di 150 CHF e 10 CHF per ogni ora di gioco.

c) Una tassa unica di 500 CHF.

Nel periodo estivo, un giocatore prevede di giocare 30 ore.
Quanto spenderebbe considerando ognuna delle tre possibilità di pagamento?
(Indica i calcoli svolti)

a) …… b) …… c) ……

Quanto spenderebbe se giocasse solo 10 ore?

a) …… b) …… c) ……

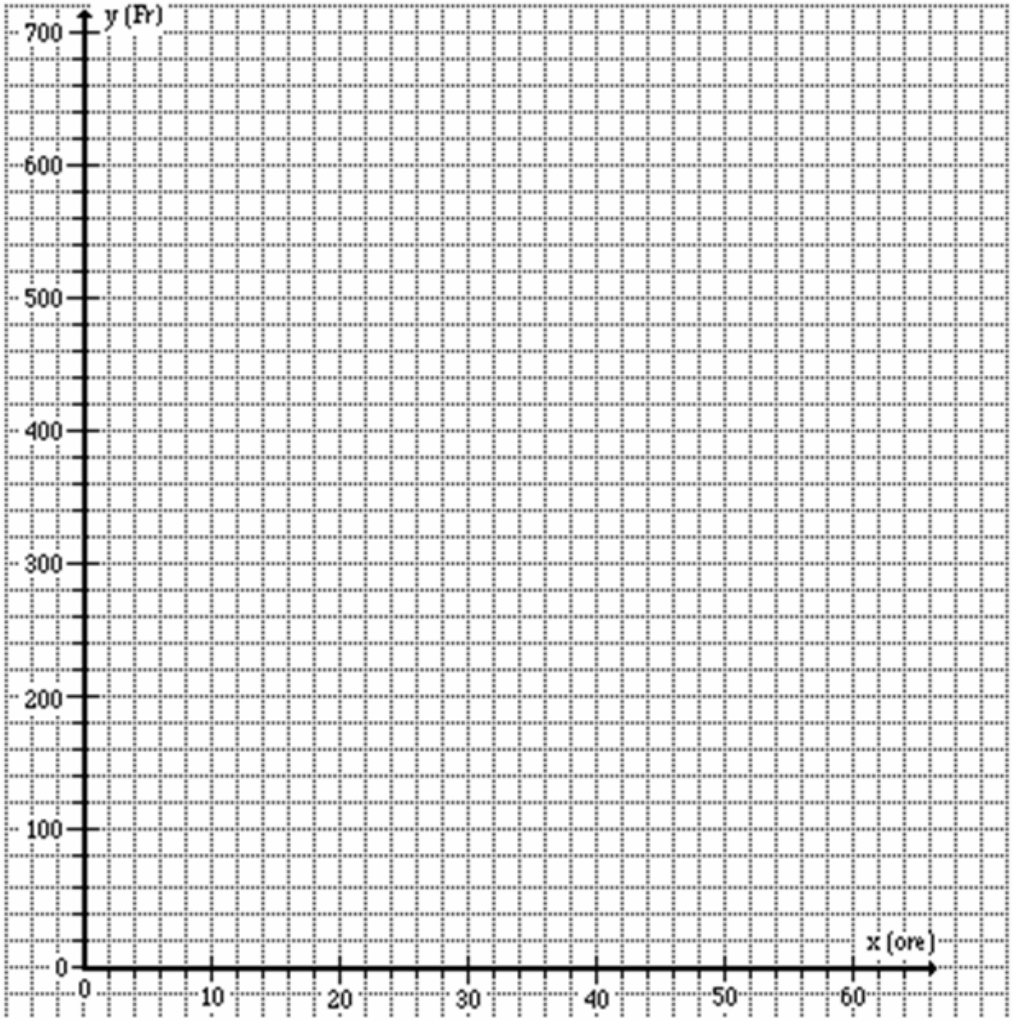
Quanto spenderebbe se giocasse 15 ore?

a) …… b) …… c) ……

Quanto spenderebbe se giocasse 24 ore?

a) …… b) …… c) ……

Rappresenta, nel seguente diagramma cartesiano, le coppie di valori che hai ottenuto (ore giocate, spesa totale). Utilizza un colore diverso per ciascuna offerta.



Possiamo raggruppare i dati in una tabella, nel seguente modo.

Variante **a**:

Numero di ore (x)	10	15	24	30	x
Franchi spesi (y)					

Nella casella grigia hai scritto la forma algebrica della funzione, cioè l'espressione letterale che ti permette di calcolare la spesa y per un numero qualsiasi di ore di gioco x.

Matematicamente scriveremo: **a**: x ↦ y = ...

Variante **b**:

Numero di ore (x)	10	15	24	30	x
Franchi spesi (y)					

Matematicamente scriveremo: **b**: x ↦ y = ...

Variante **c**:

Numero di ore (x)	10	15	24	30	x
Franchi spesi (y)					

Matematicamente scriveremo: **c**:x ↦ y = ...

Rispondi ora alle seguenti domande:

i) Quante ore si deve giocare affinché:
- l'offerta **a)** sia la più vantaggiosa? .....
- l'offerta **b)** sia più vantaggiosa? .....
- l'offerta **c)** sia più vantaggiosa? .....

ii) Quanto spenderei, per ognuna delle tre offerte, se in tutta la stagione estiva giocassi 50 ore? .....

iii) Se volessi spendere al massimo 450 CHF, con quale offerta potrei giocare il maggior numero di ore? Quante ore in più rispetto all'altra offerta?
(L'offerta **c)** è ovviamente esclusa)

.....

Quali sono le grandezze prese in considerazione? .....

c) La gita in bus.

Paolo prende a noleggio un bus per organizzare una gita alla quale dovrebbero prender parte in totale tra le 10 e le 60 persone.

Complessivamente spenderà 600 CHF. In questo importo è inclusa la retribuzione dell'autista; la spesa verrà divisa in parti uguali tra tutti i partecipanti, compreso Paolo.

i) Spiega quali sono le informazioni che fornisce il punto A:

……

ii) Se invece i partecipanti sono 40, quale sarebbe allora il punto B che fornisce le informazioni per quest'altra situazione? Rappresentalo e spiega.

……

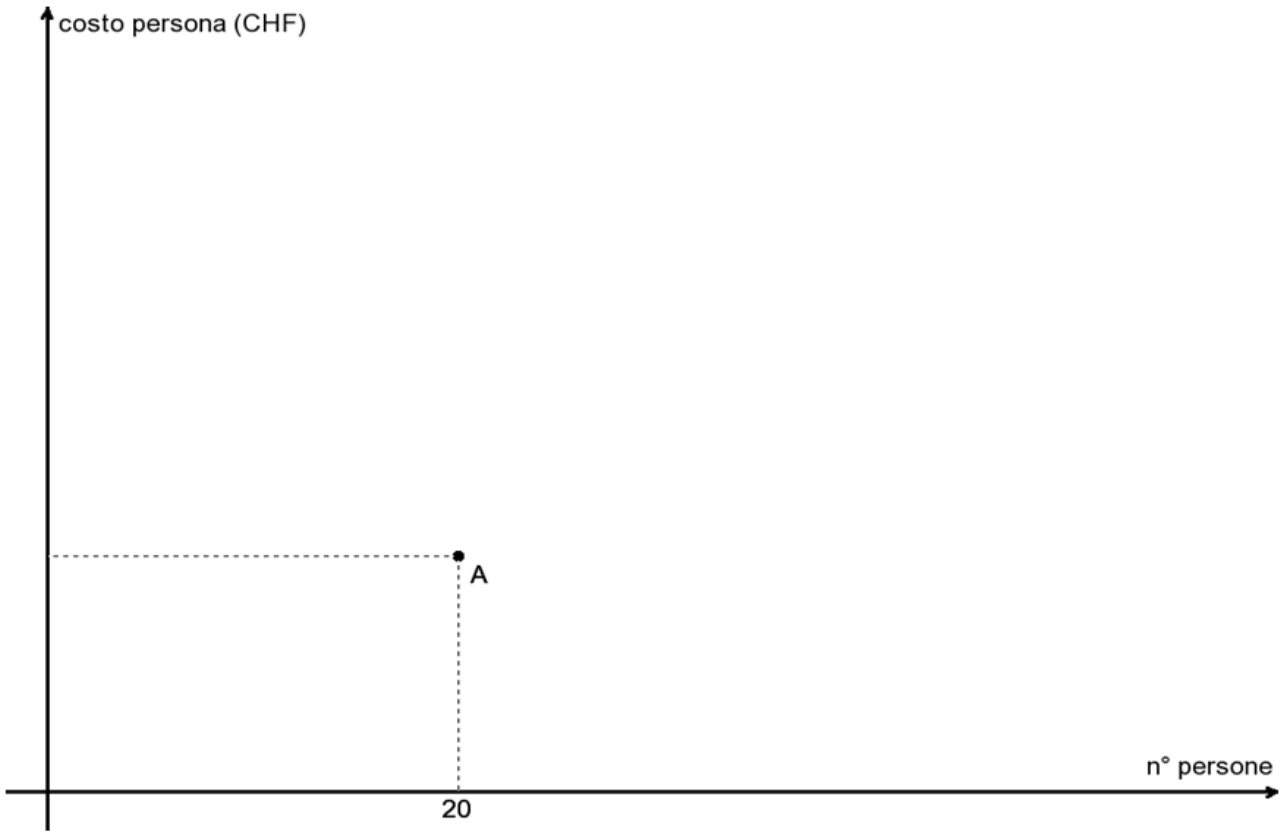
iii) Rappresenta anche il punto C, corrispondente ad un noleggio con il numero di persone triplo rispetto a quello del viaggio A. Spiega come hai fatto:

……

iv) Rappresenta D, corrispondente ad un viaggio con il numero di persone dimezzato rispetto a quello del viaggio del punto A. Spiega:

……

……



Scrivi la "formula" del costo **c** per persona in funzione del numero **n** di persone:

c = ……

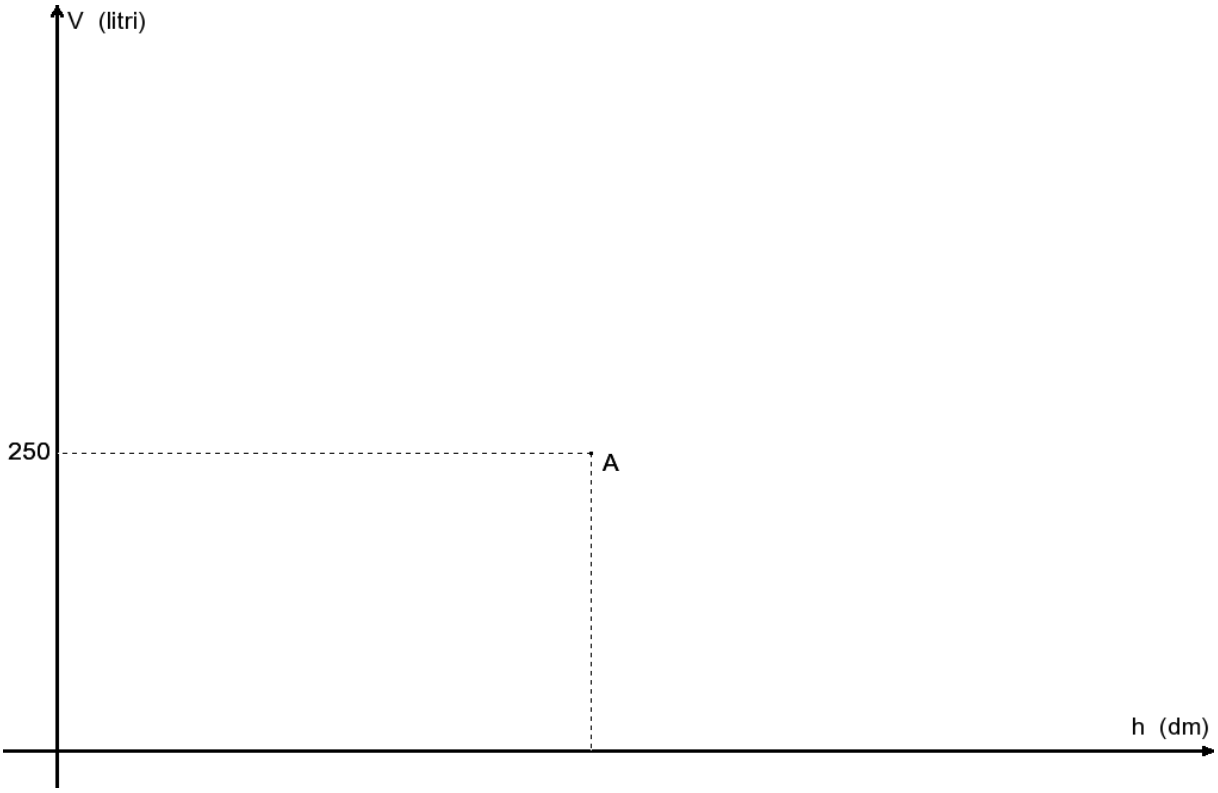
Quali sono le grandezze prese in considerazione? ……

Il bus ha un serbatoio a forma di parallelepipedo retto, la cui base è un rettangolo di dimensioni 1 m e 50 cm. La sua capacità è di 500 litri.

Il punto A informa che quando il carburante ha raggiunto il livello **h** = …… dm, il suo volume è **V** = 250 litri.

……

……



v) Rappresenta altri 4 punti B, C, D ed E nel grafico, corrispondenti alle seguenti situazioni:

B: il serbatoio è vuoto

C: il serbatoio è pieno

D: il serbatoio è pieno per $\frac{1}{5}$ della sua capacità

E: il serbatoio è pieno per $\frac{7}{10}$ della sua capacità

vi) Traccia il grafico della funzione che esprime il volume **V** del carburante (in litri) al variare del livello **h** (in dm).

vii) Completa **h:** $\longrightarrow$ **V** = ……

Quali sono le grandezze prese in considerazione? ……

Riassumiamo con una tabella le grandezze considerate negli esempi precedenti.

Esempio	I Grandezza (…..)	II Grandezza (…..)	Relazione (Legame)	Legge?
La scampagnata 1				
La scampagnata 2				
Il ciclomotore				
La telefonia mobile				
Il fosforo.				
La stagione di tennis				
La gita in bus.				
Il serbatoio.				

Quale di questi legami, **relazioni**, possiamo definire in modo preciso ed univoco?

……

……

Noi c'occuperemo, delle relazioni con un legame ben preciso, le funzioni.

Il concetto di FUNZIONE.

1) L'insieme delle coppie ordinate – **Il Prodotto cartesiano – Il grafo della relazione.**

Esempio 1:

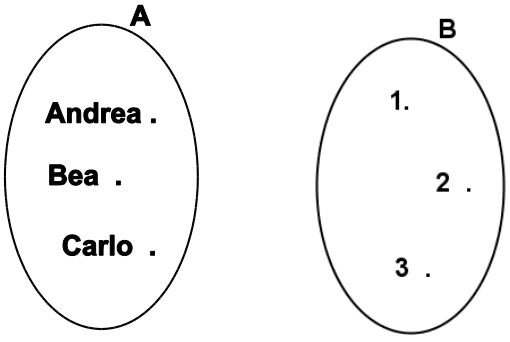
Andrea, Bea e Carlo si sfidano al gioco delle freccette, Quanti e quali sono le possibili classifiche? Come posiamo rappresentarle?

Numero di possibili classifiche: ……

Quale posizione può raggiungere Andrea? ……

Matematicamente scriveremo: ……

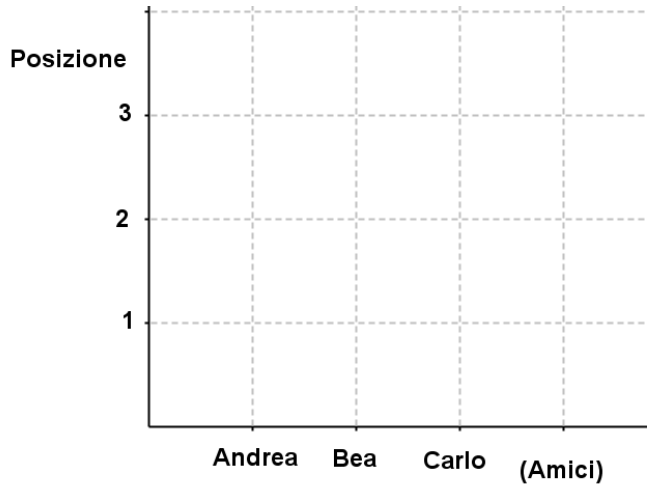
Possiamo rappresentare la situazione con un **diagramma sagittale** (o a frecce)



Considerando tutte le possibili posizioni dei tre amici, otteniamo un insieme di coppie, detto **prodotto cartesiano** tra gli insiemi **A e B**, che matematicamente scriveremo:

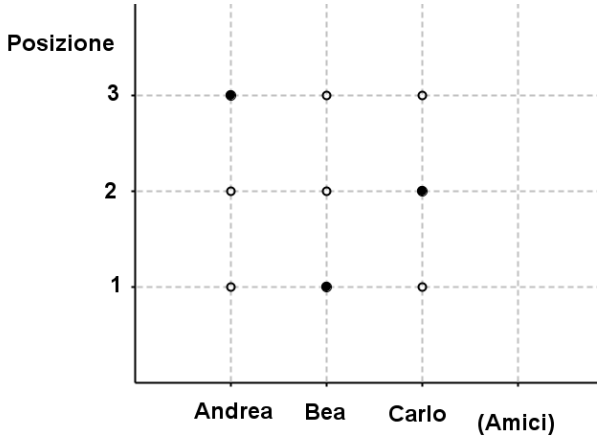
$\mathbf{AxB} = \{(a\,;1)\,;(a\,;2);\ (a\,;3)\,;(\ldots;\ldots);\ (\ldots;\ldots);\ (\ldots;\ldots);\ (\ldots;\ldots);\ (\ldots;\ldots);\ (\ldots;\ldots);\ \}$

Che possiamo raffigurare anche con una **rappresentazione cartesiana**, nel seguente modo:



Chiaramente vi sarà una sola classifica, che logicamente potrai definire nei tre modi precedenti:

a) Con una rappresentazione cartesiana: b) Con diagramma sagittale (o a frecce):



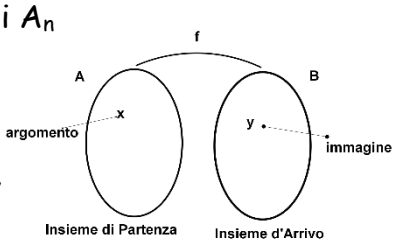
c) Con una rappresentazione in estensione, detta **grafo della relazione**, che matematicamente scriveremo: $G_T = \{(\ldots;\ldots)\ ;\ (\ldots;\ldots)\ ;(\ldots;\ldots)\ ;\}$

Da bravissimo allievo noterai immediatamente che il Grafo della relazione (G_T) è un ……del prodotto cartesiano (AxB); matematicamente scriveremo: G_T …… AxB.

Matematicamente diremo che abbiamo definito tra gli insiemi A e B, la relazione:

t : "amico che abbia ottenuto un punteggio maggiore rispetto ad un altro concorrente"

e scriveremo: $t : A \longrightarrow B$; Il punteggio di A maggiore di A_n

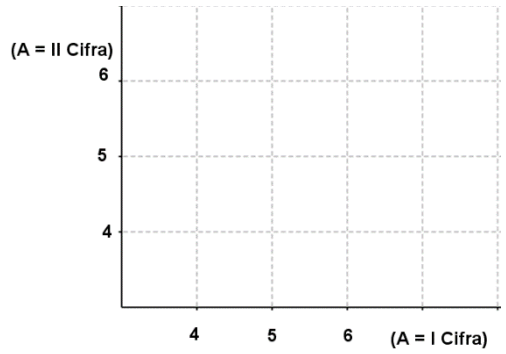


Ricorda! A è **l'insieme di Partenza**, mentre B è **l'insieme d'Arrivo**. Indicheremo con **x**, detto **argomento**, un elemento che appartiene **all'insieme di partenza** e con **y**, detto immagine, un elemento che appartiene **all'insieme d'arrivo**.

Esempio 2:

Dato l'insieme $A = \{4; 5; 6\}$ e la relazione: r : A ⟶ A ; se una cifra di A forma un numero pari di due cifre con un'altra cifra di A.

a) Quante sono le possibili coppie che puoi formare?
b) Definisci il prodotto cartesiano AxA =
c) Definisci le coppie che soddisfano la relazione nei tre modi:
   i) Con il diagramma sagittale.
   ii) Con la rappresentazione cartesiana.

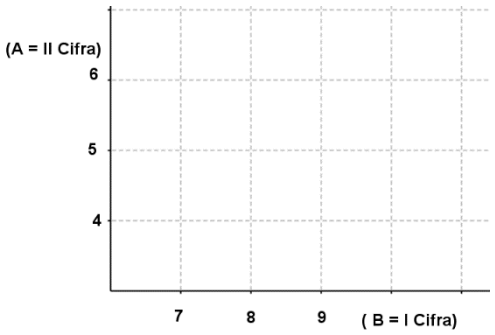


   iii) Con il grafo della relazione.

Esempio 3:

Dato l'insieme $A = \{4; 5; 6\}$ e $B = \{7; 8; 9\}$ la relazione: r : B ⟶ A ; se una cifra di B forma un numero di due cifre dispari con cifra di A.

a) Quante sono le possibili coppie che puoi formare?
b) Definisci il prodotto cartesiano BxA =
c) Definisci le coppie che soddisfano la relazione nei tre modi:
   i) Con il diagramma a frecce.
   ii) Con la rappresentazione cartesiana.



   iii) Con il grafo della relazione.

Quali osservazioni puoi dedurre da questi due esempi?

.....

.....

2) Una relazione particolare – La funzione. BM3 pag. 58 – 59.

Esempio.

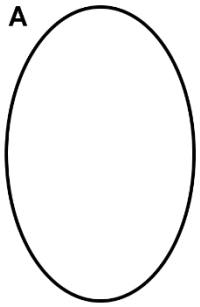
Dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{N}^* \setminus \ x \leq 6\} = \{$ $\}$ e le seguenti relazioni:

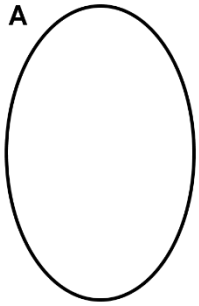
$r_1 : A \longrightarrow A$; $x \in A$ è in relazione con $y \in B$, se x è divisore di y.

$r_2 : A \longrightarrow A$; $x \in A$ è in relazione con $y \in B$, se x è il doppio di y.

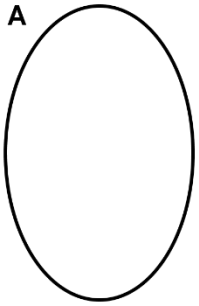
Rappresenta le due relazioni con il diagramma a frecce. Cosa noti?

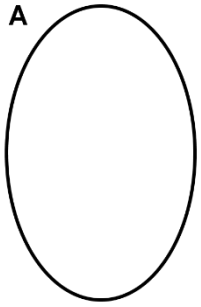
r_1 :





r_2 :





Quali osservazioni puoi dedurre da questi due esempi?

……

……

Si può dedurre che:

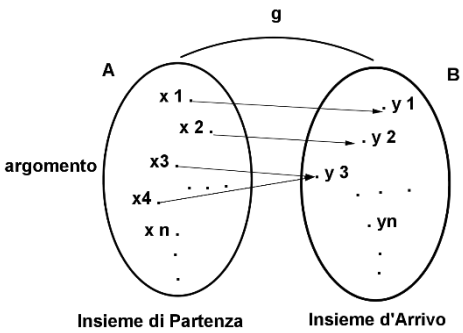
Nella relazione r_1 ogni elemento dell'insieme di partenza ha più immagini nell'insieme d'arrivo, mentre nella relazione r_2 agni elemento dell'insieme di partenza possiede al massimo una immagine nell'insieme d'arrivo.

Matematicamente diremo che r_1 è una semplice relazione, mentre r_2 è **una FUNZIONE.**

Definizione:

Una relazione da un insieme di partenza A verso un insieme d'Arrivo B è detta FUNZIONE f, se ad ogni elemento x appartenente all'insieme di partenza A **corrisponde al massimo un elemento** y dell'insieme d'arrivo B.

Osservazione: il nome d'una funzione è normalmente una lettera minuscola diversa dalle variabili (lettere che si usano nel calcolo letterale) e dalle incognite (lettere che si usano nelle equazioni). Esempi: f ; g ; m ; n ; h; k ….



La relazione "g" rappresenta una funzione, matematicamente scriveremo : $g : A \longrightarrow B$; si legge : funzione g, definita da A verso B.

$x \longmapsto y = g(x)$; si legge : x verso y uguale a g di x

Dove la $\longrightarrow$, indica una relazione tra insiemi, mentre

$\longmapsto$ indica una relazione tra elementi.

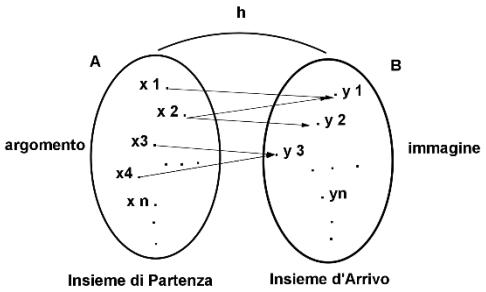
Avremo: $g(x_1) = y_1$; $g(x_2) = y$…… ; $g(x$……$) = y_3$; : $g(x_4) = y$…… ;

E si legge: y_1 è l'immagine di x_1 secondo la funzione g.

La relazione "h", non rappresenta una funzione poiché:

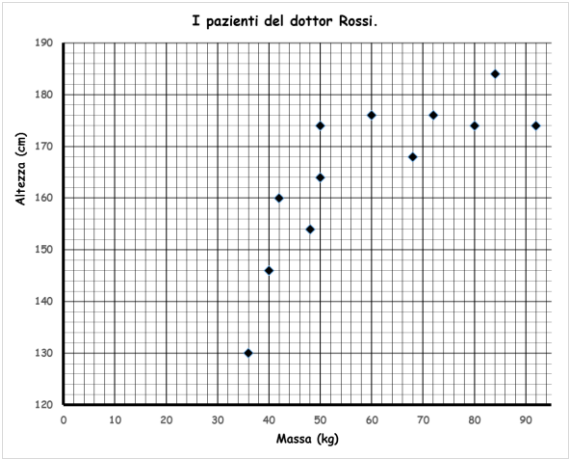
$h(x_2)$ = ……; ma anche $h(x_2)$ = ……;

dunque l'elemento x_2 possiede due immagini, di conseguenza la relazione h non rappresenta una funzione.

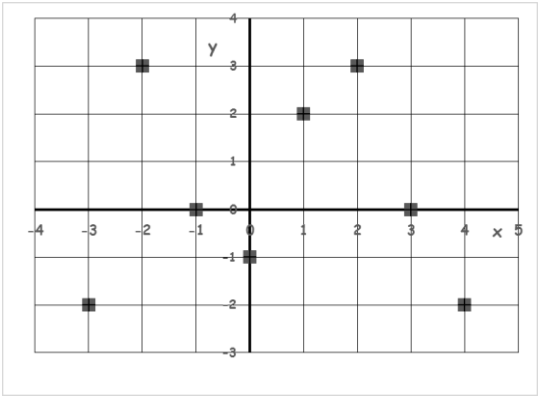


Esercizio: Indica se le seguenti relazioni possono essere considerate rappresentazioni di funzioni. Definisci inseguito l'insieme di Partenza, l'insieme d'Arrivo e la relazione;
determina, inseguito, il Grafo della relazione e compila la tabella.

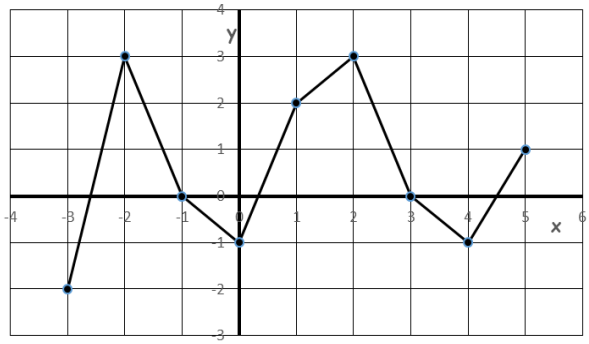
a)



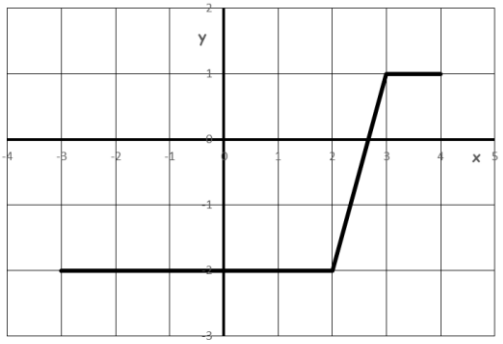
b)



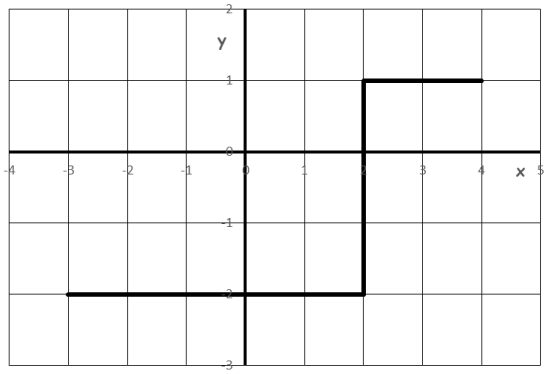
c)



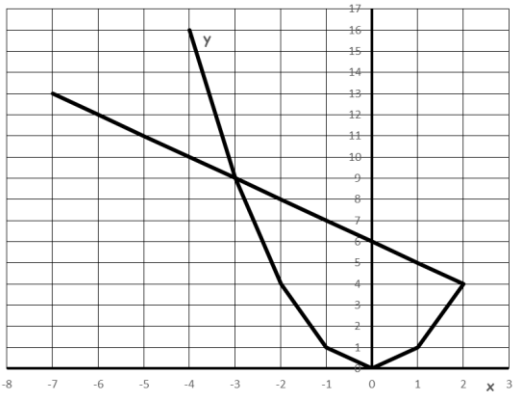
d)



e)



f)



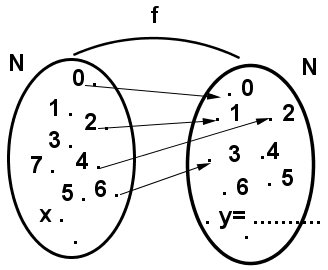
Esercizio: stabilire nei seguenti esempi se il criterio di corrispondenza tra gli elementi può essere considerato quello d'una funzione.

a) L'insieme delle nazioni e le rispettive capitali.
b) A = {Milano; Roma ; Torino; Madrid ; Barcellona; Londra} e l'insieme della rispettive squadra di calcio che giocano nella massima serie della propria nazione.
c) L'insieme dei giocatori famosi di calcio e le rispettive squadre di Club.
d) L'insieme dei giocatori famosi di calcio e le rispettive squadre di Nazionale.
e) L'insieme delle squadre Nazionali e i rispettivi giocatori "famosi".
f) L'insieme degli utenti e dei rispettivi numeri di cellulare.
g) L'insieme degli allievi della tua classe e il rispettivo numero di scarpe.
h) L'insieme degli allievi della tua classe e il rispettivo anno di nascita.
i) L'insieme dei numeri naturali e la rispettiva metà.
j) L'insieme dei numeri razionali e la rispettiva metà.
k) L'insieme dei numeri reali e la rispettiva metà.

3) La rappresentazione d'una funzione. BM3 pag. 58.

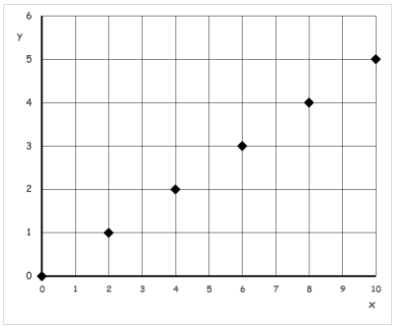
Una funzione come una relazione può essere rappresentata:

a) Con un diagramma sagittale



……

b) Rappresentazione cartesiana.



……

c) Con il grafo della funzione

$G_f = \{$ $\}$

d) Con una tabella.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0		1		2		3		4		5

Possiamo ora definire in modo matematico la precedente funzione nel seguente modo.

$f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ si legge : funzione f, definita da N verso N.

$x \longmapsto y = \frac{1}{2}x$ si legge : x verso y uguale ad $\frac{1}{2}$ di x .

Oppure: $x \longmapsto f(x) = \frac{x}{2}$ si legge: x verso f di x uguale $\frac{1}{2}$ di x.

Osservazione: Cosa capita se cambi l'insieme di definizione d'una funzione? È importante? Perché?

Esempi: $f : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$; $x \longmapsto f(x) = \frac{x}{2} - 1$

$g: \mathbb{Q} \longrightarrow \mathbb{Q}$; $x \longmapsto g(x) = \frac{x}{2} - 1$

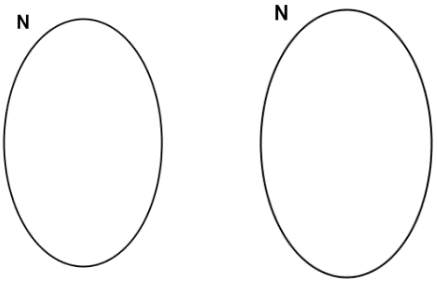
$h: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$; $x \longmapsto h(x) = \frac{2x}{7} + \frac{5}{8}$

4) L'insieme di Definizione (Dominio) d'una funzione. BM3 pag. 60

Esempio 1:

Data la funzione h_1: $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$; $x \longmapsto y = 8 - x$

Rappresenta la funzione h con il diagramma sagittale. Cosa noti?



……
……
……

Abbiamo dunque:

Insieme di Partenza: ……

Insieme d'Arrivo : ……

Insieme di definizione – Dominio: $\mathbf{D_{h1}}$= ……

Insieme delle Immagini – Codominio $\mathbf{Im_{h1}}$=……

Definisci la funzione $\mathbf{h_1}$ nell'insieme dei numeri Interi $\mathbb{Z}$, cambia qualcosa?

$\mathbf{D_{h1}} = \cdots$ …… ; $\mathbf{Im_{h1}} =$ ……

Definisci la funzione $\mathbf{h_1}$ nell'insieme dei numeri Razionali $\mathbb{Q}$, cambia qualcosa?

$\mathbf{D_{h1}} = \cdots$ …… ; $\mathbf{Im_{h1}} =$ ……

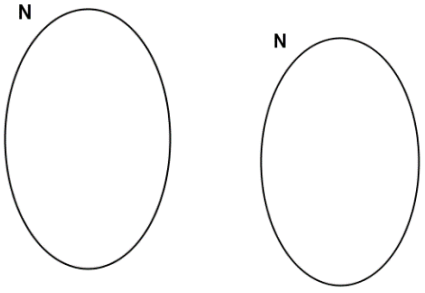
Definisci la funzione $\mathbf{h_1}$ nell'insieme dei numeri Reali $\mathbb{R}$, cambia qualcosa?

$\mathbf{D_{h1}} = \cdots$ …… ; $\mathbf{Im_{h1}} =$ ……

Esempio 2:

Data la funzione h_2: $\mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$; $x \longmapsto y = \frac{8}{x}$

Rappresenta la funzione h con il diagramma sagittale. Cosa noti?



……
……
……

Abbiamo dunque:

Insieme di Partenza: ……

Insieme d'Arrivo : ……

Insieme di definizione – Dominio : ……

Insieme delle Immagini – Codominio : ……

Definisci la funzione $\mathbf{h_2}$ nell'insieme dei numeri Interi $\mathbb{Z}$, cambia qualcosa?

$\mathbf{D_{h2}} = \cdots$ …… ; $\mathbf{Im_{h2}} =$ ……

Definisci la funzione $\mathbf{h_2}$ nell'insieme dei numeri Razionali $\mathbb{Q}$, cambia qualcosa?

$\mathbf{D_{h2}} = \cdots$ …… ; $\mathbf{Im_{h2}} =$ ……

Definisci la funzione $\mathbf{h_2}$ nell'insieme dei numeri Reali$\mathbb{R}$, cambia qualcosa?

$\mathbf{D_{h1}} = \cdots$ …… ; $\mathbf{Im_{h1}} =$ ……

Esercizio determina il dominio e il codominio delle seguenti funzioni.

$f_1: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\ ;\ x \longmapsto y = \frac{8-x}{2}$; $f_2: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\ ;\ x \longmapsto y = \frac{8}{x-1}$;

$f_3: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}\ ;\ x \longmapsto y = \frac{8-x}{2}$; $f_4: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{Z}\ ;\ x \longmapsto y = \frac{8}{x-1}$;

$f_5: \mathbb{Q} \longrightarrow \mathbb{Q}\ ;\ x \longmapsto y = \frac{8-x}{2}$; $f_6: \mathbb{Q} \longrightarrow \mathbb{Q}\ ;\ x \longmapsto y = \frac{8}{x-1}$;

$f_7: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\ ;\ x \longmapsto y = x^2$; $f_8: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}\ ;\ x \longmapsto y = \sqrt{x-2}$;

Esempio 3:

Data la funzione $g_1: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}\ ;\ x \longmapsto y = \frac{8}{x-1}$, determina il dominio.

Ricorda: Il (o i) valore (i) che **<u>annullano</u>** il denominatore vanno sempre **<u>esclusi</u>** dal Dominio della funzione, nel nostro caso $D_{g1} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Se il dominatore è formato da più fattori, dovrò escludere dal dominio tutti i valori che l'annullano.

Esempi.

a) Data la funzione reale: $g_2: x \longmapsto y = \frac{8}{x\,(x-1)}$. Calcolo i valori che annullano il denominatore: $x \cdot (x - 1) = 0$; da cui $x = 0$ e $x - 1 = 0$ per cui $x = 1$

Il dominio sarà: $D_{g2} = \mathbb{R} \setminus \{0;\ 1\}$ che posso anche scrivere: $D_{g2} = \mathbb{R}^* \setminus \{1\}$

b) Data la funzione reale: $g_3: x \longmapsto y = \frac{8-x}{(2+x)\,(x-1)}$. Calcolo i valori che annullano il denominatore:

$(2 + x) \cdot (x - 1) = 0$

da cui segue : $2 + x = 0$; $x = -2$ e $x - 1 = 0$; $x = 1$

Il dominio sarà: $D_{g3} = \mathbb{R} \setminus \{-2;\ 1\}$

Esempio 4:

Data la funzione reale m : $x \longmapsto y = \sqrt{x-2}$; determina il dominio.

Osservazioni:

Esercizio determina il dominio delle seguenti funzioni reali.

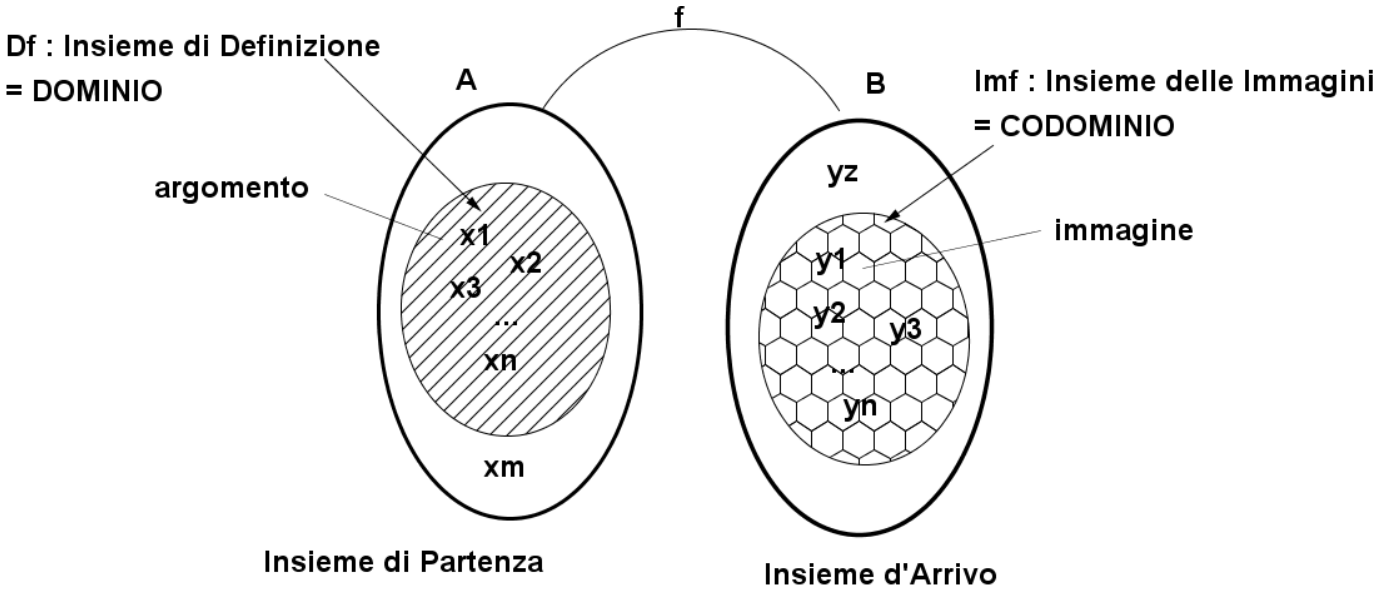
$k_1: x \longmapsto y = \frac{2}{8-x}$; $k_2: x \longmapsto y = \frac{8}{2x(x-3)}$; $k_3: x \longmapsto y = \sqrt{2x-6}$; $k_4: x \longmapsto y = \sqrt{6-x}$;

Ricorda:

Definita una funzione, $f : A \longrightarrow B$

$x \longmapsto y = f(x)$

Abbiamo:



A:……. B:…….

x:……. y:…….

D_f:……. Im_f:…….

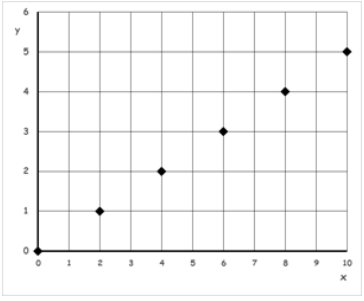
x_1 …… D_f y_1 …… Im_f

x_m …… D_f y_z …… Im_f

D_f……A Im_f…….B

Dove leggerò tutte queste informazioni sul piano cartesiano?

Esempio 1



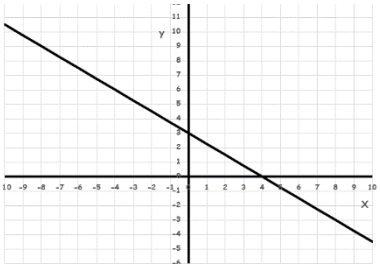
A =

B =

D_f =

Im_f =

Esempio 2



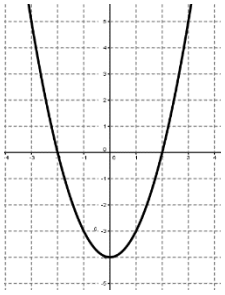
A =

B =

D_f =

Im_f =

Esempio 3



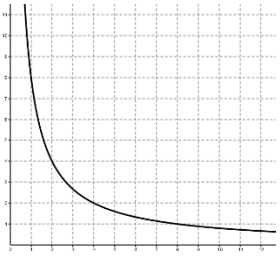
A =

B =

D_f =

Im_f =

Esempio 4



A =

B =

D_f =

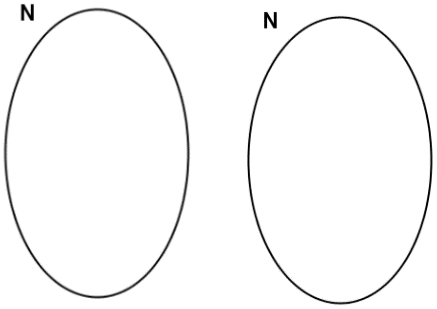
Im_f =

5) La funzione inversa.

Esempio 1:

Data la funzione f: $\mathbb{N}\,(\mathbf{P}) \longrightarrow \mathbb{N}\,(\mathbf{A});\ x \longmapsto y = 2x$

Rappresenta la funzione h con il diagramma sagittale. Cosa noti?



……

……

……

Abbiamo dunque:

Insieme di Partenza: ……

Insieme d'Arrivo : ……

Insieme di definizione – Dominio: $\mathbf{D_f}$= ……

Insieme delle Immagini – Codominio $\mathbf{Im_f}$=……

Quale sarà la relazione che "torna indietro"? ……

Matematicamente è detta funzione inversa e scriveremo:

f^{-1}: $\mathbb{N}\,(\mathbf{P}) \longrightarrow \mathbb{N}\,(\mathbf{A});\ x \longmapsto y = \frac{1}{2}x$

Insieme di definizione – Dominio: $\mathbf{D_{f^{-1}}}$= ……

Insieme delle Immagini – Codominio $\mathbf{Im_{f^{-1}}}$=……

Sicuramente noti che : $\mathbf{D_f}$ ……..$\mathbf{Im_{f^{-1}}}$ e $\mathbf{Im_f}$ ……. $\mathbf{D_{f^{-1}}}$

Come hai calcolato la funzione inversa di f(x) ?

……

Esercizio:

Calcola l'inversa delle seguenti funzioni reali.

$f_1 : x \longmapsto y = 2x + 1$; $f_2 : x \longmapsto y = \frac{2}{3}x - 1$; $f_3 : x \longmapsto y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$; $f_4 : x \longmapsto y = x^2$;

6) Calcolo dell'immagine – calcolo dell'argomento. BM3 pag. 61 – 62.

Sostituendo il valore dell'argomento (x) posso calcolare l'immagine (y) e vice versa.

Date le seguenti funzioni reali: $g : x \longmapsto y = 2x + 1$; $h : x \longmapsto y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{5}$;

g (3) = 2 . 3 + 1 = ……; $g\left(-\frac{3}{8}\right) =$ h (6) = $\frac{2}{3} \cdot 6 - \frac{4}{5} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $h\left(-\frac{3}{8}\right) =$

oppure , conosco l'immagine e devo calcolare l'argomento:

g (x) = 3 abbiamo l'equazione : 2x + 1 = 3 da cui ottengo x = 1 ; per cui g (1) = 3

h (x) = 3 abbiamo l'equazione: $\frac{2}{3}x - \frac{4}{5} = 3$; da cui x = $\frac{57}{10}$; per cui h(3) = $\frac{57}{10}$

Esercizi.

Date le seguenti funzioni reali $p: x \longmapsto y = \frac{9}{4}x + \frac{2}{5}$; $q : x \longmapsto y = 2x^2 - 1$

Calcola: p (-2) = ; p (x) = -2 ; q (-2) = ; q (x) = -2 ; q [p (-2)] = ; p [q (-2)] = ;

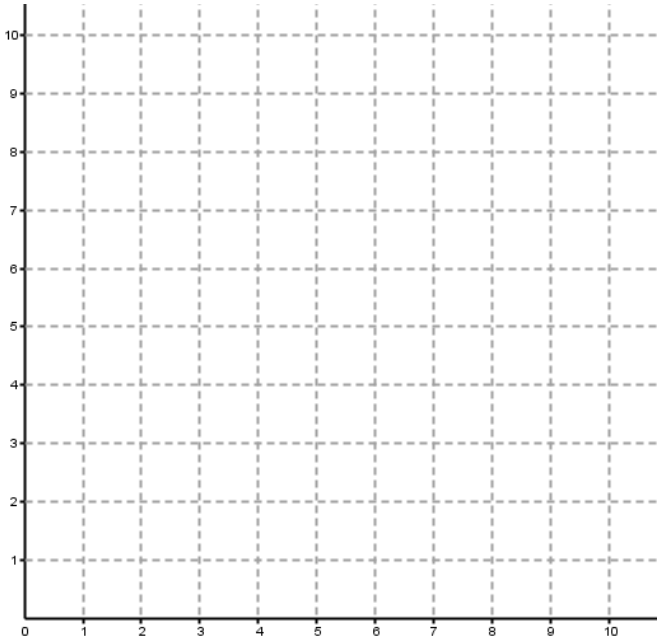
p (- $\frac{3}{4}$) = ; p (x) = (-$\frac{3}{4}$); q (- $\frac{3}{4}$) = ; q (x) = (- $\frac{3}{4}$); q [p (- $\frac{3}{4}$)] = ; p [q (- $\frac{3}{4}$)] =

7) Rappresentazione grafica di funzioni. BM3 pag. 63.

Per rappresentare una funzione, se non se ne conoscono le caratteristiche, bisogna calcolare dei valori sufficienti a riconoscerne il grafico, stilando una tabella (tabulare una funzione). Alcuni esempi.

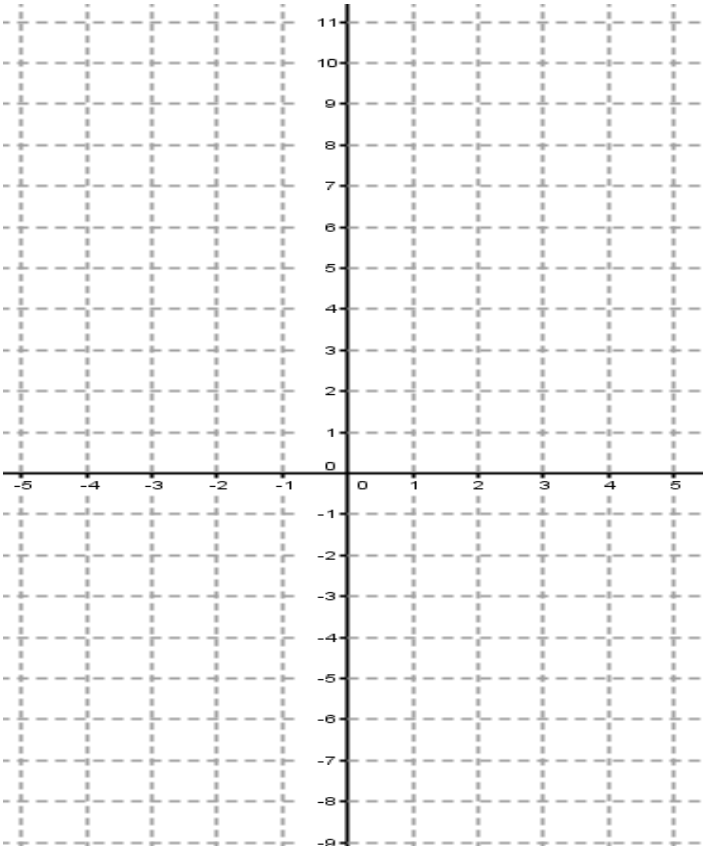
f_1: $\mathbb{N}$ (**P**) $\longrightarrow$ $\mathbb{N}$ (**A**); $x \longmapsto y = 2x$

x	y= …….



Osservazioni: ……

f_2: $\mathbb{Z}$ (**P**) $\longrightarrow$ $\mathbb{Z}$ (**A**); $x \longmapsto y = -2x + 1$

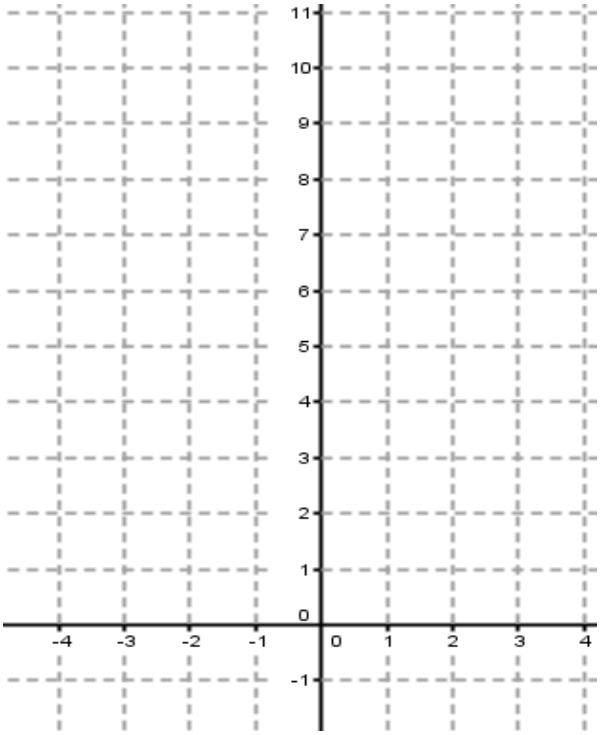


x	y= …….

Osservazioni: ……

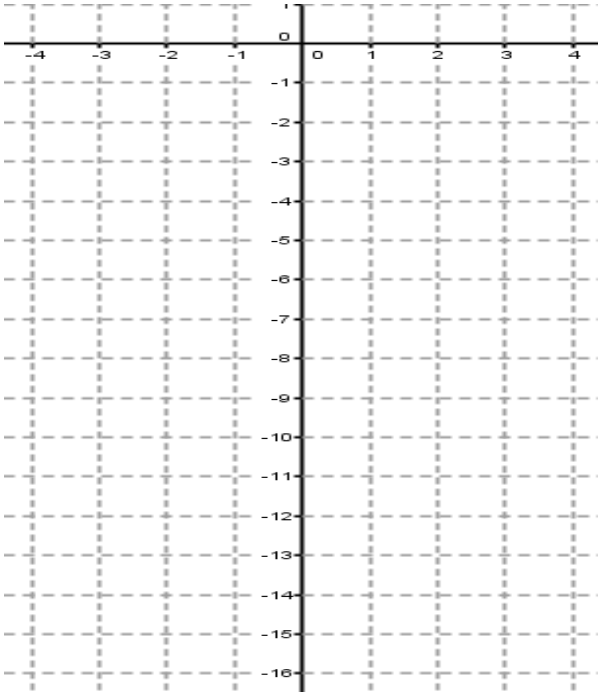
f_3: $\mathbb{Z}\,(\mathbf{P}) \longrightarrow \mathbb{Z}\,(\mathbf{A});\ x \longmapsto y = x^2$

x	y= ……



Osservazioni: ……

f_4: $\mathbb{R}\,(\mathbf{P}) \longrightarrow \mathbb{R}\,(\mathbf{A});\ x \longmapsto y = -x^2$

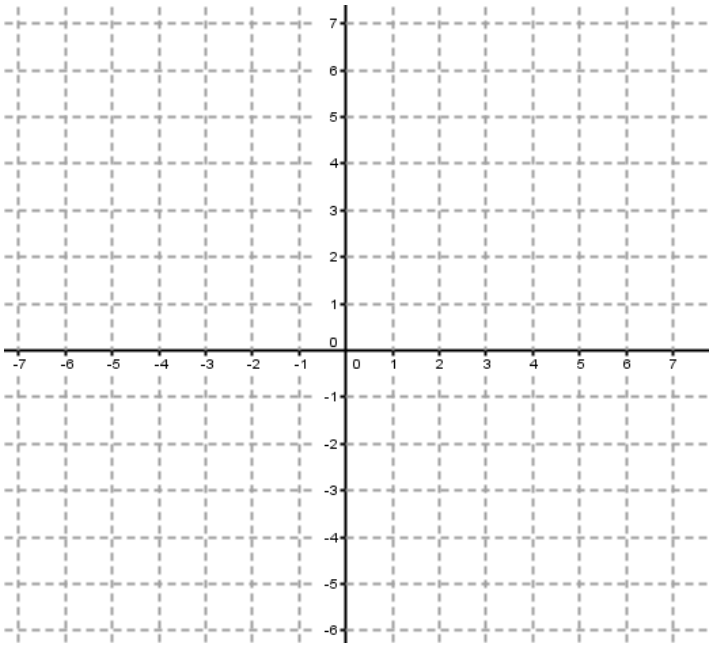


x	y= ……

Osservazioni: ……

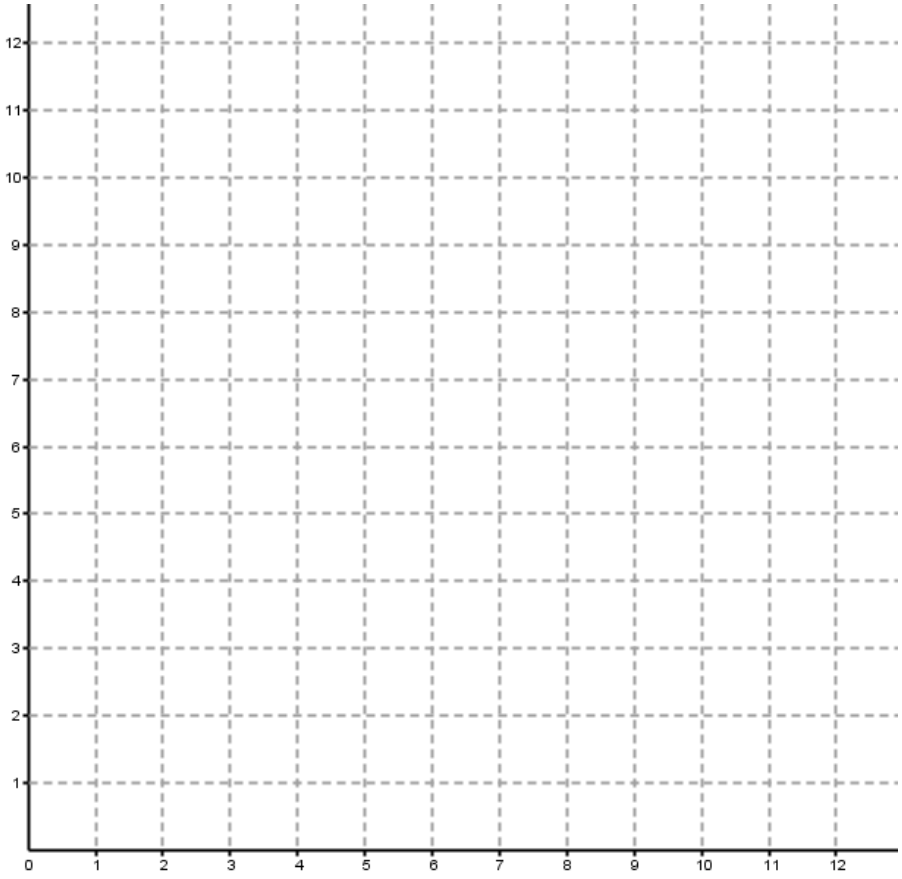
f_5: $\mathbb{Q}$ (**P**) $\longrightarrow$ $\mathbb{Q}$ (**A**); $x \longmapsto y = -\frac{2}{3}x + 1$

x	y= ……..



Osservazioni: ……

F_6: $\mathbb{N}$ (**P**) $\longrightarrow$ $\mathbb{N}$ (**A**); $x \longmapsto y = \frac{12}{x}$

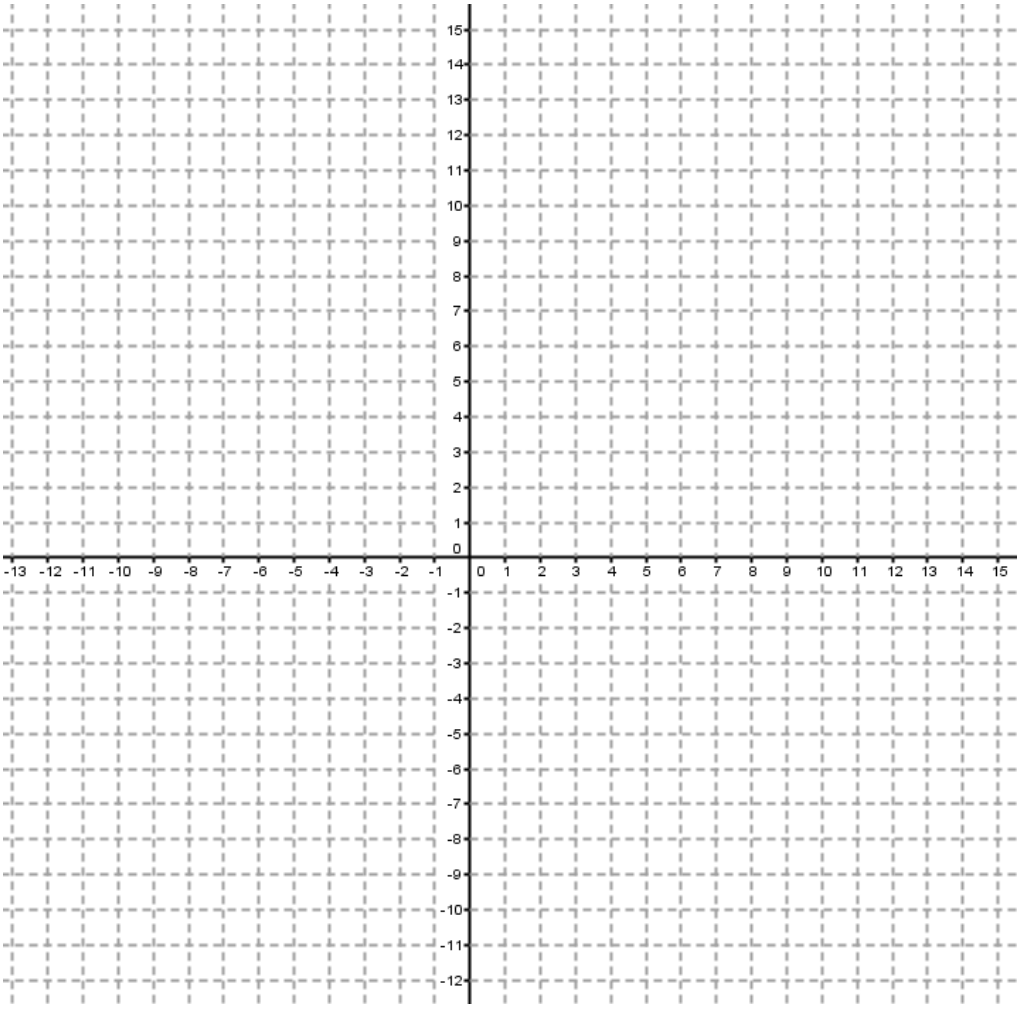


x	y= ……..

Osservazioni: ……

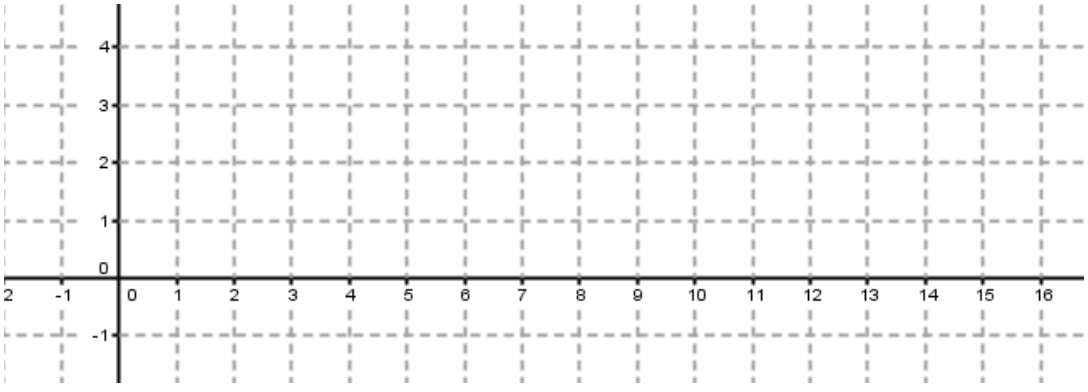
f_7: $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} x \mapsto y = \frac{12}{x}$

x	y= ……



Osservazioni: ……

f_8: $\mathbb{R}\,(\mathbf{P}) \longrightarrow \mathbb{R}\,(\mathbf{A});\ x \mapsto y = \sqrt{x}$



x	y= ……

Osservazioni: ……

Dal grafico si può dedurre facilmente l'insieme di Partenza, il Dominio (o Insieme di Definizione), l'insieme d'Arrivo e il Codominio (o Insieme delle immagini) d'una funzione.
Completa la seguente tabella:

Funzione	Partenza	Dominio	Arrivo	Codominio	Inversa

Esercizio: Rappresenta le seguenti funzioni reali.

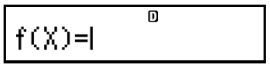
$g_1: x \mapsto y = -3x$; $g_2: x \mapsto y = \frac{5}{2}x$; $g_3: x \mapsto y = -\frac{5}{2}x + \frac{3}{4}$; $g_4: x \mapsto y = \frac{12}{x+1}$

8) L'utilizzo della calcolatrice nella tabulazione di funzioni.

È possibile tabulare una funzione utilizzando la Casio fx 85, nel seguente modo:

Esempio: vogliamo tabulare la funzione $g_1: x \mapsto y = -3x$.

Premere MODE 3 (TABLE).



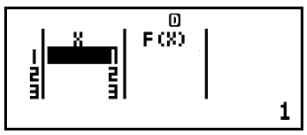
- Imposto al calcolatrice nel modo di calcolo **3:TABLE.**
- Inserisco la formula algebrica della funzione.
  Attenzione per scrivere la lettera **x** utilizzo i tasti



Seguito dalla variabile 

x leggo : f(x) = -3x

- Premo = leggo START ? : inserisco il valore dal quale voglio iniziare a tabulare la funzione: scegliamo ……
- Premo = leggo : END : inserisco il valore finale: scegliamo ……
- Premo = leggo : STEP : inserisco il valore dell'unità per le x : scegliamo ……
- Premo = leggo : tre tabelle, sulla sinistra il numero della successione dei valori, valori di x e nella terza tabella i valori di y = f(x) .



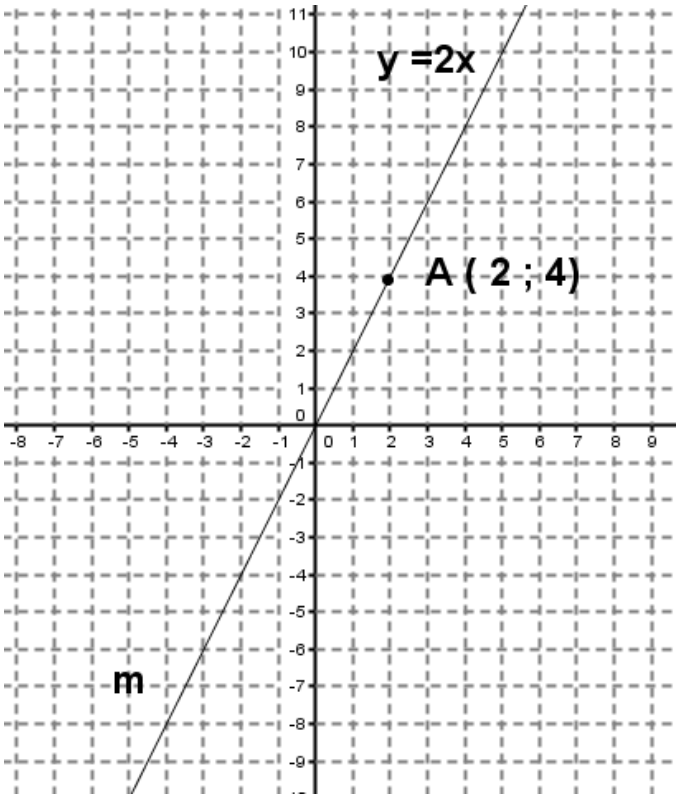
- Per rappresentare la funzione, inserisco i valori sul piano cartesiano.

Esercizio: Tabula le funzioni f_1 – f_8 , confrontando i risultati con i valori calcolati.

9) Appartenenza d'un punto al un grafico d'una funzione. BM3 pag. 63.

Possiamo verificare l'appartenenza d'un punto al grafico d'una funzione in due modi: sul piano cartesiano oppure algebricamente, svolgendo dei calcoli.

Esempio 1. Data la funzione reale: $h: x \longmapsto y = 2x$



a) Rappresentala sul piano cartesiano.
b) Il punto A (2 ; 4) …… al grafico della funzione h (x) ; scriveremo A ……m.
c) Verifico con il calcolo che $A \in m$,
……
sostituendo i valori delle coordinate di A nell'equazione della funzione nel seguente modo.

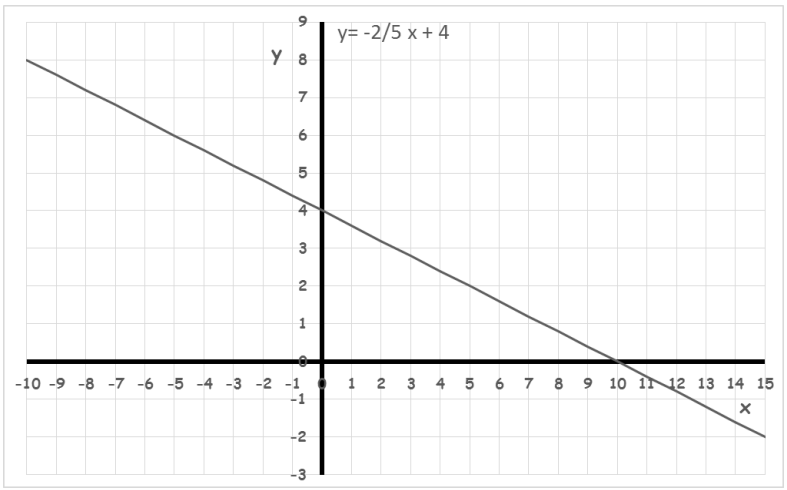
4 = 2 . 2 ➔ 4 = 4 ; segue che il punto $A \in m$.

- Verifica in entrambi i modi se B (-3 ; +2) appartiene alla funzione h.
- Calcola: h (-3)= ; h $(+\frac{5}{2})$ = ; h$\left(\frac{6}{\sqrt{8}}\right) =$; h$(2^{-4}) =$;

Il problema inverso sarà:
Determina $a \in \mathbb{R}$ tale che h (a) = -16
Determina $b \in \mathbb{R}$ tale che h (b) = $-\frac{3}{4}$
Determina $c \in \mathbb{R}$ tale che h (c) = $\frac{5}{\sqrt{20}}$

Esempio 2. Data la funzione reale: $f: x \longmapsto y = -\frac{2}{5}x + 4$

a) Rappresentala sul piano cartesiano.
b) Definisci sul piano cartesiano due punti P e Q, chiaramente leggibili che appartengono al grafico della funzione f(x).
c) Verifica la loro appartenenza algebricamente.
d) Leggi dal grafico quale sarà l'immagine di f(-7) = ? Verifica con il calcolo.
e) Calcola $f(+\frac{5}{2})$ = ; verificalo sul grafico.

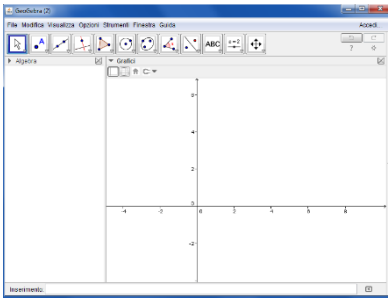


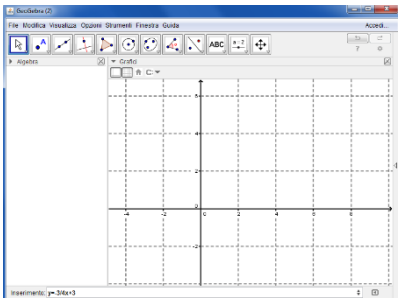
f) Leggi dal grafico quale argomento ha come immagine 6? Verifica con il calcolo.
g) Determina $a \in \mathbb{R}$ tale che f (a) = 6 Determina $b \in \mathbb{R}$ tale che f (b) = $-\frac{3}{2}$;
Determina $c \in \mathbb{R}$ tale che f (c) = $\frac{5}{\sqrt{20}}$.

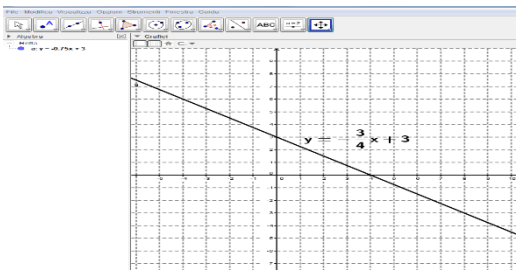
10) La rappresentazione di grafici di funzioni con applicazioni informatiche.

Vogliamo rappresentare la funzione, $h: x \mapsto y = -\frac{3}{4}x + 3$, con le due applicazioni.

a) Con GeoGebra.







1) Apro l'applicazione, inserisco gli assi.

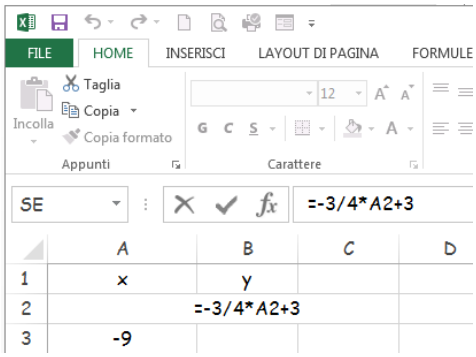
2) Scrivere la formula nella barra d'inserimento, e premere invio.

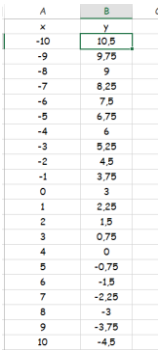
3) Formattare il grafico e verificarne l'esattezza.

Per esportare il grafico utilizzare o un'applicazione del tipo **strumenti di cattura** oppure il comando **Esporta** di GeoGebra.

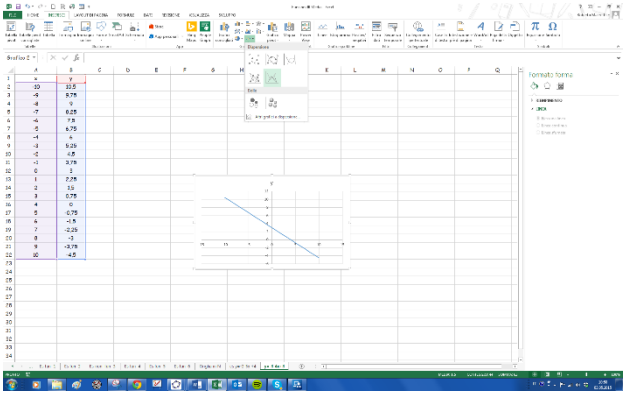
b) Con Excel.

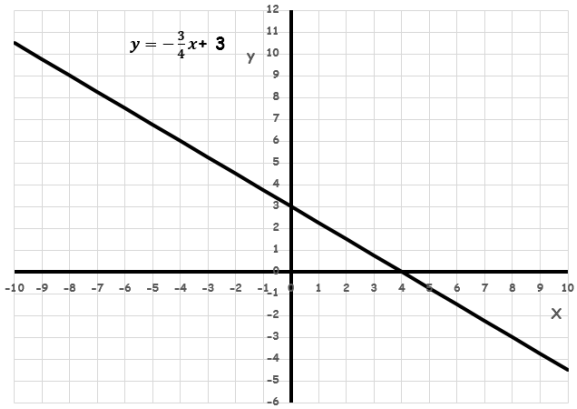
Con Excel, dopo aver lanciato l'applicazione, devo prima compilare la tabella dei dati, scegliendo un intervallo a piacere per l'ascissa (x) e inserendo una formula (attenzione alla sintassi !) per calcolare il valore dell'ordinata (y) . Compilata la tabella la seleziono e inserisco il grafico, scegliendo come tipo quello a **dispersione a linee rette**. Formattare il grafico alle esigenze e verificarne l'esattezza.





x	y
-10	10,5
-9	9,75
-8	9
-7	8,25
-6	7,5
-5	6,75
-4	6
-3	5,25
-2	4,5
-1	3,75
0	3
1	2,25
2	1,5
3	0,75
4	0
5	-0,75
6	-1,5
7	-2,25
8	-3
9	-3,75
10	-4,5





Per esportare il grafico utilizzare o un'applicazione del tipo **strumenti di cattura** oppure il comando **copia incolla**, scegliendo il tipo di formato da incollare.

Esercizio:

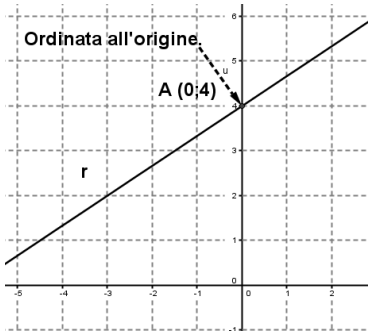
Rappresenta le funzioni del punto 7 con le due applicazioni. Cosa noti?

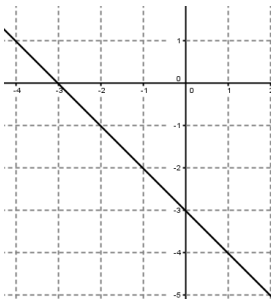
Osservazioni: ……

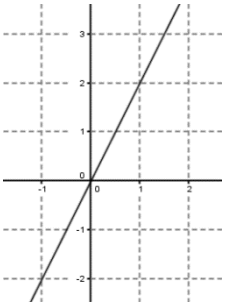
11) L'ordinata all'origine d'una retta sul piano cartesiano.

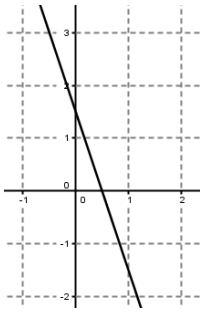
Il punto d'intersezione d'una retta con l'asse delle ordinate (Oy) e detto **ORDINATA ALL' ORIGINE.**

Esercizio: Metti in risalto e determina le coordinate all'origine delle seguenti rette.





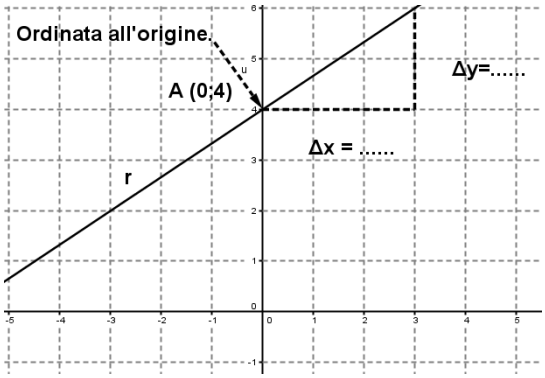




…… …… …… ……

12) La pendenza d'una retta.

Per rappresentare la pendenza d'una retta sul piano cartesiano, costruisco il relativo triangolo partendo dall'ordinata all'origine.



Rappresenta il grafico d'una funzione avente l'ordinate all'origine nel punto A (0;4) e pendenza $p = \frac{2}{3}$

- Rappresento l'ordinata all'origine.
- Costruisco il triangolo della pendenza, partendo da A.
- Ottengo la rappresentazione grafica della funzione, che è una retta la cui equazione sarà:

r……

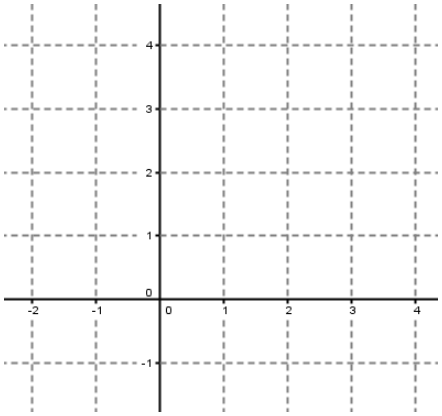
Esercizi: Rappresenta la retta data 'ordinata all'origine e la sua pendenza, determinane poi la sua equazione.



B(0;-2) $p = -\frac{3}{2}$

Equazione retta **a**:

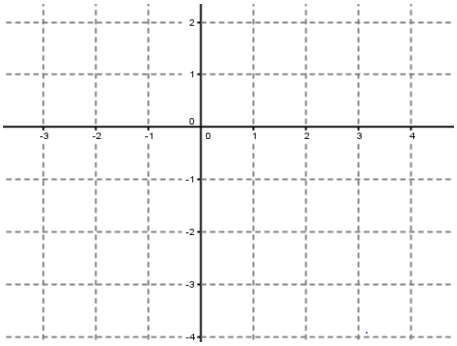
……



B(0;1) $p = \frac{3}{4}$

Equazione retta **b**:

……



B(0;0) $p = \frac{1}{4}$

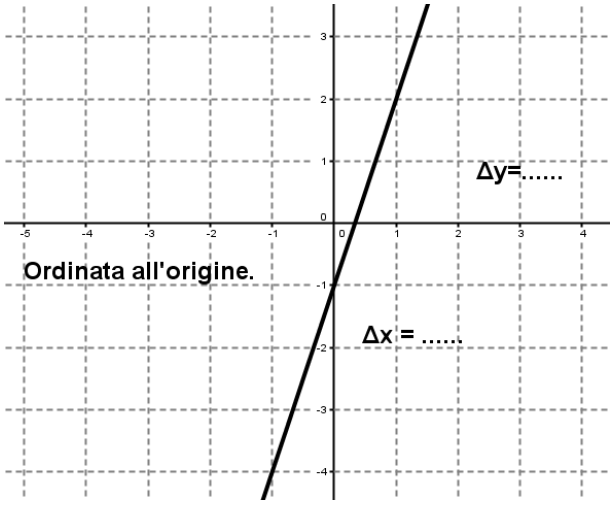
Equazione retta **c**:

……

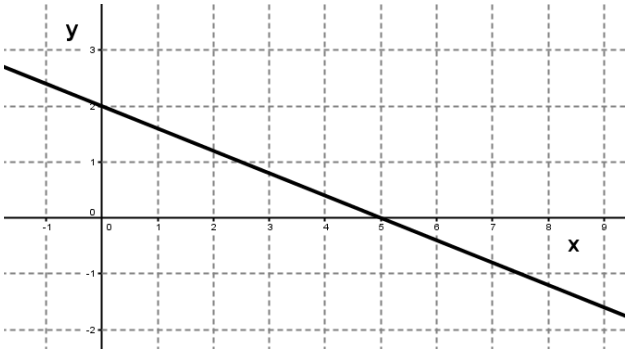
13) Determinare la forma algebrica d'una funzione rappresentata sul piano cartesiano.

Per determinare la forma algebrica d'una funzione d'una retta rappresentata sul piano cartesiano, basterà dunque determinate il valore dell'…….. e della ……Ottenendo una forma del tipo y = ax + b , dove a è …….. , mentre b è ……..

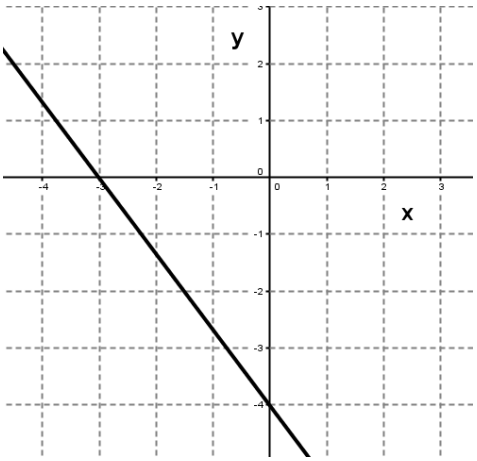
Esempi: Dopo aver scoperto la forma algebrica della retta, rappresentala sul piano cartesiano.



- Ordinata all' origine : b = ……
- Pendenza: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} =$ ——— $= \cdots$ ….
- Equazione retta r : ……..



- Ordinata all'origine : b = ……
- Pendenza: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} =$ ——— $= \cdots$ ….
- Equazione retta r : ……..



Ordinata all' origine : b = ……

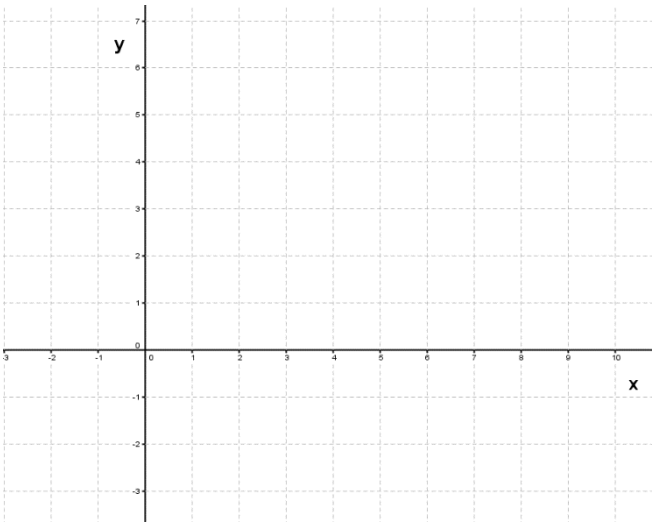
Pendenza: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} =$ ——— $= \cdots$ ….

Equazione retta r : ……..

Esercizio: Utilizzando il metodo della pendenza, rappresenta le seguenti funzioni, aventi come grafico una retta, sul piano cartesiano.

$r_1 : y = -4x$; $r_2 : y = 4x + 3$; $r_3 : y = -\frac{4}{5}x + 3$; $r_3 : y = -\frac{5}{4}x - \frac{3}{2}$;

14) Gli assi del piano cartesiano: asse Ox - asse Oy .



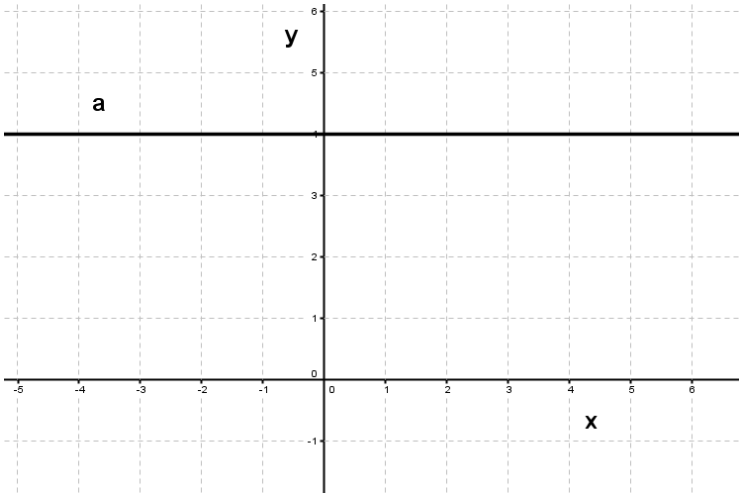
➢ L'asse delle ascisse: x
Tutti i punti sull'asse delle ascisse hanno l'ordinata uguale a ……. Possiamo scrivere:
y + 0 . x = 0 ; da cui segue che ……

L'equazione dell'asse delle ascisse è dunque: y = 0
Ricorda la pendenza d'una retta orizzontale è …….;
Dunque l'asse delle ascisse ha pendenza……
➢ L'asse delle ordinate: y
Tutti i punti sull'asse delle ordinate hanno l'ascissa uguale a ……. Possiamo dunque scrivere:
0.y + x = 0 ; da cui segue che ……

L'equazione dell'asse delle ascisse è dunque: x = 0
Ricorda una retta verticale ……; dunque l'asse delle ordinate ……

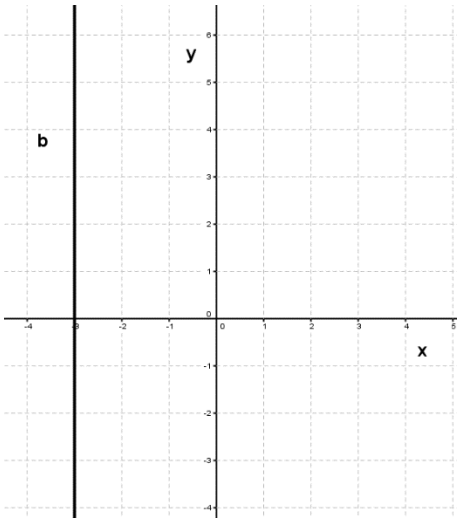
15) Rette particolari: rette parallele all'asse Ox – rette parallele all'asse Oy.

a) rette parallele all'asse delle ascisse.



Quali considerazioni puoi fare della retta a?
……
……
……
……
Conclusione:
……
……
Rappresenta il grafico delle funzioni : f(x) = -1 ; g(x) = 2

b) rette parallele all'asse delle ordinate.

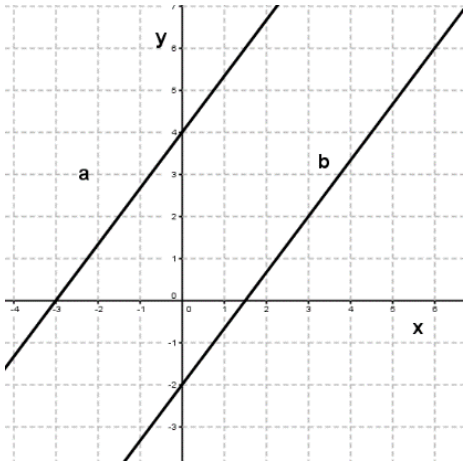


Quali considerazioni puoi fare della retta b?
……
……
……
……
Conclusione:
……
……
Rappresenta il grafico delle rette : x = -1 ; x = 3

16) Rette parallele – rette perpendicolari.

a) Rette parallele.

Due rette sono parallele, a//b, se hanno la stessa ……, dunque hanno la stessa ……



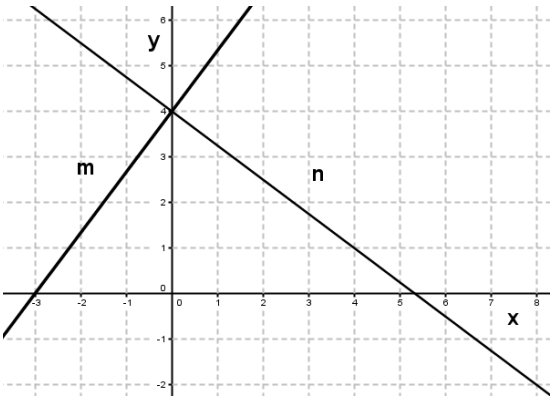
Determina:
L'ordinata all'origine della retta **a** :……
L'ordinata all'origine della retta **b** :……
La pendenza della retta a : p_a =……
La pendenza della retta b : p_b =……

L'equazione della retta a:……
L'equazione della retta b: ……

b) Rette perpendicolari.

Due rette sono perpendicolari, $m \perp n$, se formano un ……, e la loro pendenza è ……

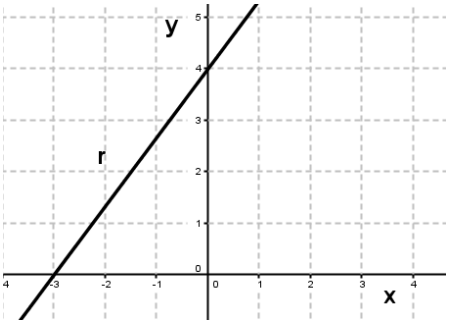
Determina:
L'ordinata all'origine della retta **m** :……
L'ordinata all'origine della retta **n** :……
La pendenza della retta m : p_m =……
La pendenza della retta n : p_n =……
L'equazione della retta m:……
L'equazione della retta n:……



Esercizio. Determina tra le seguenti equazioni, quali rappresentano delle rette parallele e quali rappresentano delle rette perpendicolari.

$a: y = -2x$ $b: y = \frac{1}{2}x$; $c: y = -\frac{3}{2}x$; $d: y = -\frac{2}{3}x + 1$; $e: y = \frac{3}{2}x - \frac{4}{5}$; $e: y = \frac{2}{3}x - \frac{7}{8}$

17) L'intersezione del grafico d'una funzione con l'asse delle <u>ordinate</u> (Oy).



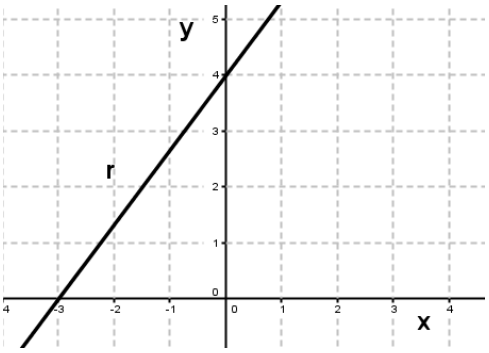
Data la seguente funzione reale r: $x \longmapsto \frac{4}{3}x + 4$

Metti in risalto il punto A d'intersezione del grafico con l'asse delle ordinate e determinane le coordinate.
Come potresti calcolarle?

……
……
……

<u>Conclusione:</u> per calcolare le coordinate del punto d'intersezione d'una retta con l'asse delle ……, basterà sostituire al posto della ……. zero, ottenendo il corrispondente valore della y.

18) L'intersezione del grafico d'una funzione con l'asse delle <u>ascisse</u> (Ox).



Data la seguente funzione reale r: $x \longmapsto \frac{4}{3}x + 4$

Metti in risalto il punto A d'intersezione del grafico con l'asse delle ordinate e determinane le coordinate.

Come potresti calcolarle?

……

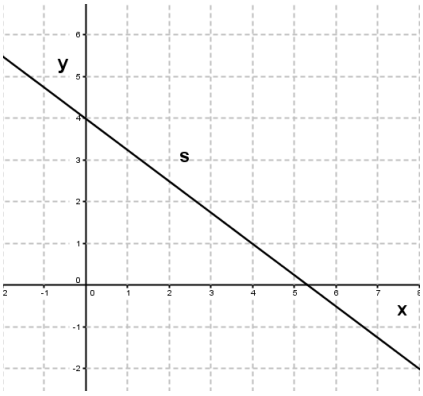
……

……

<u>Conclusione</u>: per calcolare le coordinate del punto d'intersezione d'una retta con l'asse delle ……, basterà sostituire al posto della ……. zero, risolvendo l'equazione ottengo il corrispondente valore della x.

Esercizio.

Data la retta d'equazione s : $x \longmapsto -\frac{3}{4}x + 4$



a) Inserisci il punto A, punto d'intersezione del grafico della retta con l'asse delle ordinate.

b) Determina dal grafico le coordinate del punto A, e verificane l'esattezza con il calcolo.

c) Inserisci il punto B, punto d'intersezione del grafico della retta con l'asse delle ascisse.

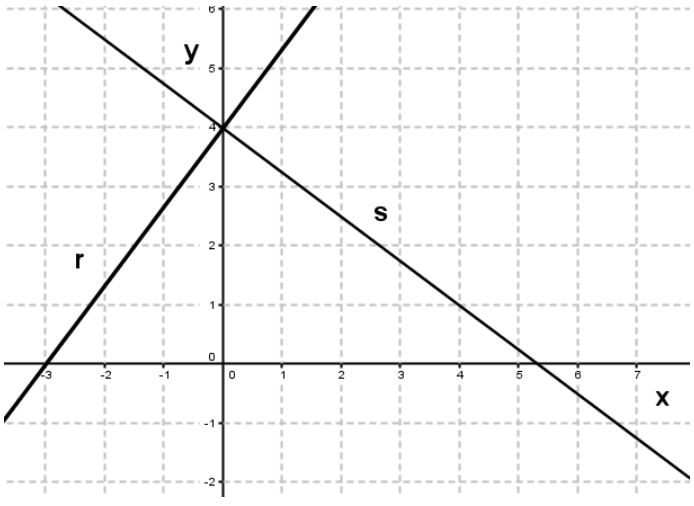
d) Determina dal grafico le coordinate del punto B (circa), e verificane l'esattezza con il calcolo.

e) Come calcoleresti l'area del triangolo AOB?

f) Calcola il perimetro del triangolo AOB.

19) L'intersezione tra il grafico di due funzioni.

Considera le seguenti funzioni reali: r: $x \longmapsto y = \frac{4}{3}x + 4$ e s : $x \longmapsto y = -\frac{3}{4}x + 4$



a) Rappresentale sul piano cartesiano. (u = 2q)

b) Inserisci il punto H, punto d'intersezione dei grafici delle due funzioni.

c) Cosa hanno d'uguale le due funzioni?

……

d) Come calcoleresti le coordinate del loro punto d'intersezione?

……

Dunque:

……

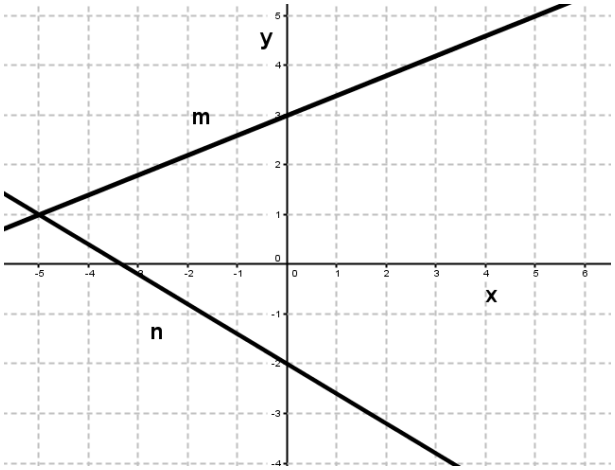
……

Conclusione: Per calcolare le coordinate del punto d'intersezione dei grafici di funzioni basterà uguagliare la forma algebrica della funzione.

e) Come calcoleresti l'area e il perimetro del triangolo ottenuto dall'intersezione delle rette r e s con gli assi cartesiani?

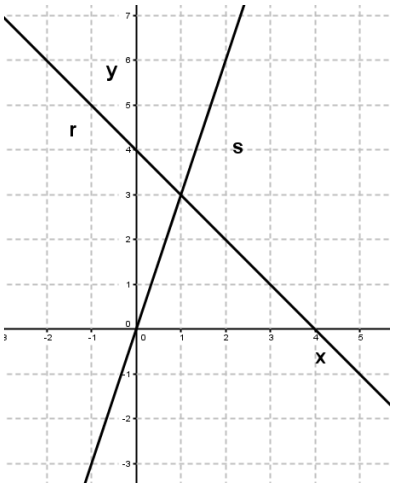
Esercizi.

1) Considera le seguenti funzioni reali: **m:** $x \longmapsto y = \frac{2}{5}x + 3$ e **n:** $x \longmapsto y = -\frac{3}{5}x - 2$



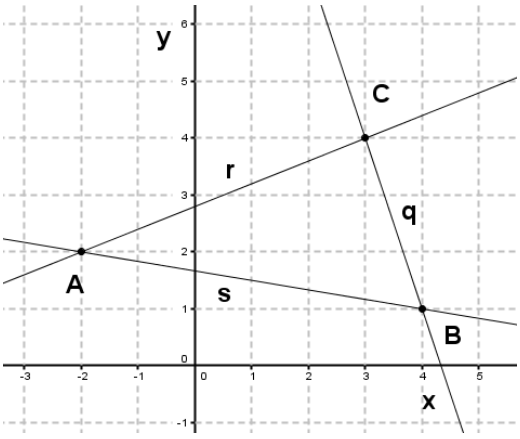
a) Dopo aver messo in risalto l'ordinata all'origine e la pendenza d'entrambe, le rappresenti sul piano cartesiano. (u = 2q)
b) Calcola (verifica) i punti, A e B, d'intersezione dei grafici delle funzioni **m** e **n** con l'asse Oy delle ordinate.
c) Calcola (verifica) i punti, C e D, d'intersezione dei grafici delle funzioni **m** e **n** con l'asse Ox delle ascisse.
d) Calcola il punto, E, d'intersezione dei grafici m e n.
e) Calcola l'area del triangolo ABE.
f) Calcola il perimetro del triangolo ABE.

2) Considera le seguenti funzioni reali: **r**: $x \longmapsto y = -x + 4$ e **s** : $x \longmapsto y = 3x$



a) Dopo aver messo in risalto l'ordinata all'origine e la pendenza d'entrambe, le rappresenti sul piano cartesiano. (u = 2q)
b) Calcola i punti, A e B, d'intersezione dei grafici di r e s con gli assi cartesiani Ox e Oy.
c) Calcola il punto d'intersezione, C, dei grafici di r e s.
d) Calcola perimetro e area del triangolo ABO.
e) Calcola perimetro e area del triangolo ACO.
f) Calcola perimetro e area del triangolo OCB.
g) Calcola il rapporto tra il perimetro del triangolo OCB e quello del triangolo ACO.
h) Calcola il rapporto tra l'area del triangolo OCB e quello del triangolo ACO.
i) Confronta i due rapporti, cosa puoi dire?

3) Considera le seguenti funzioni rappresentate in un sistema d'assi cartesiani Oxy
r: $x \longmapsto y = \frac{2}{5}x + \frac{14}{5}$; **s:** $x \longmapsto y = -\frac{1}{6}x + \frac{5}{3}$; : **q**: $x \longmapsto y = -3x + 13$



a) Verifica la pendenza delle tre rette sul piano cartesiano.
b) Determina dal grafico le coordinate dei punti A,B e C.
c) Rappresenta la situazione sul piano Cartesiano. (u = 2q !)
d) Verifica con il calcolo le coordinate dei punti A,B e C.
e) Calcola il perimetro del triangolo ABC.
f) Come calcoleresti l'area del triangolo ABC?

20) Grandezze direttamente – inversamente proporzionali loro rappresentazione.

BM3 pag. 65 - 69.

Esempio 1: L'acciaieria

In un'acciaieria si producono sbarre di ferro (di un certo tipo) con sezioni identiche ma di lunghezze diverse. Una sbarra lunga 80 cm ha una massa di 1,2 kg.

Che massa ha una sbarra con una lunghezza di 40 cm?

.....

Che massa ha una sbarra con una lunghezza di 50 cm?

.....

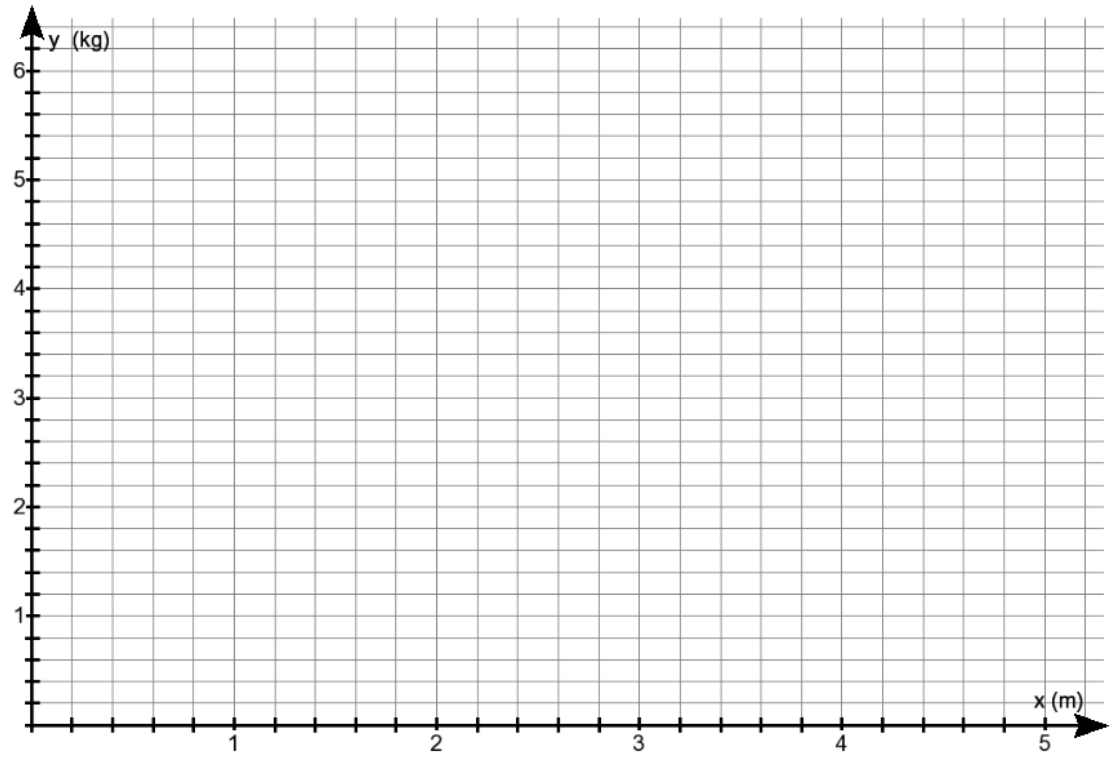
Che massa y in kg ha una sbarra con una lunghezza di x cm?

.....

La corrispondenza che a una generica lunghezza x associa la massa y è una funzione f.

Si scrive: **f: x ↦ y =** .....

Rappresenta il grafico della funzione f.



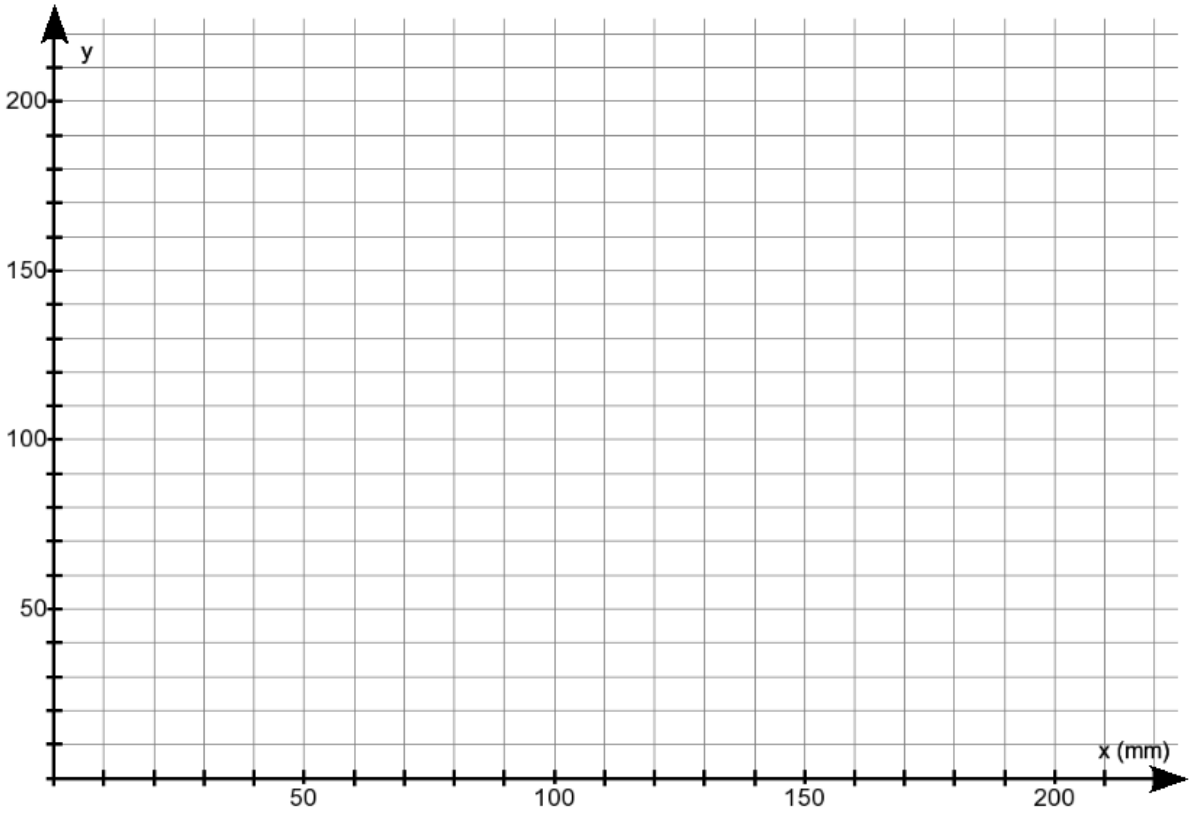
Completa la seguente tabella:

x (m)	1,25	2,5	0,75	2	3,1	3,25				
y (kg)							1	2,5	0,8	4
$\frac{y}{x}\left(\frac{kg}{m}\right)$										

Cosa noti? .....

Esempio 2. La fabbrica di cartoni

I fogli di cartone rettangolari prodotti in una fabbrica vengono raccolti in mazzi. Ogni mazzo viene poi imballato in una scatola profonda 20 cm, che lo contiene esattamente.
Quanti fogli dello spessore di 1 mm si possono mettere in ogni scatola?
.....
Quanti fogli dello spessore di 2 mm si possono mettere in ogni scatola?
.....
Quanti fogli y dello spessore di x mm si possono mettere in ogni scatola?
.....
La corrispondenza che allo spessore x fa corrispondere il numero (eventualmente anche non intero) y di fogli contenuti in ogni scatola è una funzione g.
Si scrive: **g: x** $\mapsto$ **y** = ...
Rappresenta il grafico della funzione g.



Completa la tabella seguente:

x (mm)	2	4	10	0,5				
y (unità)					50	100	250	500
x · y (mm)								

Cosa noti? .....

Oss.: se lo spessore x (in mm) non è un divisore dell'altezza della scatola (in mm) y non è intero.
Ad esempio con x = 3 ottieni y = $\frac{200}{3} = 66,\overline{6}$. I fogli contenuti in questo caso sono evidentemente 66, ma per stabilire la corrispondenza matematica tra le due grandezze x e y, accettiamo il valore non intero $66,\overline{6}$.

Confronto fra le due situazioni precedenti
In entrambe le situazioni precedenti abbiamo a che fare con **due grandezze x e y che dipendono una dall'altra:** al variare di x, varia anche y.

L'acciaieria

Al variare della lunghezza della sbarra x varia anche la sua massa y.

Raddoppiando la lunghezza della sbarra, raddoppia la sua massa.

Triplicando la lunghezza della sbarra, triplica la sua massa.

Dimezzando la lunghezza della sbarra, dimezza anche la sua massa.

Due grandezze x e y sono **direttamente proporzionali** se sono legate dalla funzione

$x \mapsto y = a \cdot x$ il cui grafico è una retta passante per l'origine.

La fabbrica di cartoni

Al variare dello spessore x varia anche la quantità di fogli y.

Raddoppiando lo spessore, si dimezza la quantità di fogli.

Triplicando la quantità di fogli, lo spessore diventa un terzo.

Dimezzando lo spessore, raddoppia la quantità di fogli.

Due grandezze x e y sono **inversamente proporzionali** se sono legate dalla funzione

$x \mapsto y = \frac{a}{x}$ il cui grafico è un ramo di iperbole.

Esercizi sulla proporzionalità.

1. Con 100 kg di mele si producono 75 litri di mosto
Completa la seguente tabella e rappresenta graficamente la funzione che a x kg di mele fa corrispondere y litri di mosto.

x (kg)	0	20		75	100	x
y(L)			45			Y=

2. Un fienile contiene una riserva di fieno sufficiente per 90 giorni se ogni giorno vengono utilizzati 75 kg fieno.
Completa la seguente tabella e rappresenta la graficamente la funzione che a un consumo giornaliero di x kg di fieno fa corrispondere il numero y di giorni in cui il fienile si svuota

x (kg)	25		90		125	x
y(giorni)		135		90		Y=

3. L'allungamento di una molla è proporzionale alla massa appesa.
a) Completa la seguente tabella, che dà la lunghezza totale L della molla a cui è stata appesa una massa m.

L (cm)	21		25		x
m(g)	70	80	90	130	y=

b) Rappresenta la funzione che dà la lunghezza totale in funzione della massa appesa.

4. Un rettangolo ha le dimensioni x = 6 cm e y = 3 cm.
a) Dai le misure delle dimensioni di altri tre rettangoli con la stessa area del rettangolo considerato.
b) Quale è la funzione che a una generica dimensione x fa corrispondere la dimensione y di un rettangolo con la stessa area di quello iniziale?
Rappresentala graficamente.

5. Caio e Sempronio si sfidano sui 100 metri. Caio vince e stacca Sempronio di 10 metri esatti. Generoso, Caio propone di ripetere la prova con un handicap: partirà a 110 metri dal traguardo, mentre per Sempronio la linea di partenza rimarrà la stessa di prima. I due, caso raro, corrono conservando le identiche velocità costanti della prima prova. Chi vince questa gara ? Di quanti metri è staccato il secondo arrivato, sempre che i due non riescano a tagliarlo contemporaneamente?

6. 16 litri di idrogeno si combinano con 8 litri di ossigeno per formare 12,8 g di acqua. Quale quantità di ossigeno è necessaria per bruciare 25 litri di idrogeno? Che massa d'acqua si ottiene in questo caso?

7. In una bicicletta la ruota dentata anteriore con il diametro di 18 cm fa 1200 giri mentre una delle ruote dentate posteriori con il diametro d fan giri. Calcola per la ruota posteriore il dato mancante.
a) d = 5 cm, n = ? b) n = 1600, d = ?

21) La funzione lineare: concetto- rappresentazione.
22) La funzione affine concetto – rappresentazione tabulare – con pendenza e ordinata origine.
23)