DIPARTIMENTO DELL'EDUCAZIONE, DELLA CULTURA E DELLO SPORT
Scuola media, anno scolastico **2006-2007**

PROVA CANTONALE: MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

Nome e cognome: ……. **Classe:** ……..……

PRIMA PARTE (*100 minuti*)

ESERCIZIO 1

1.1 Scrivi nella forma più semplice:

$$\frac{(a-3)\cdot(a+1)}{a^2+9-6a} : \frac{a^2-1}{3a^2-9a}$$

1.2 Risolvi in **R**:

$$\frac{-4x}{1-x} = \frac{3x}{x+1} + \frac{3x-4}{x^2-1}$$

ESERCIZIO 2

2.1 Quali fra i seguenti numeri reali sono uguali al numero irrazionale $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$?

Giustifica le tue risposte senza l'utilizzo della calcolatrice.

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}+1$

2.2 Trova tutti i numeri reali che elevati alla seconda sono maggiori del loro triplo.

ESERCIZIO 3

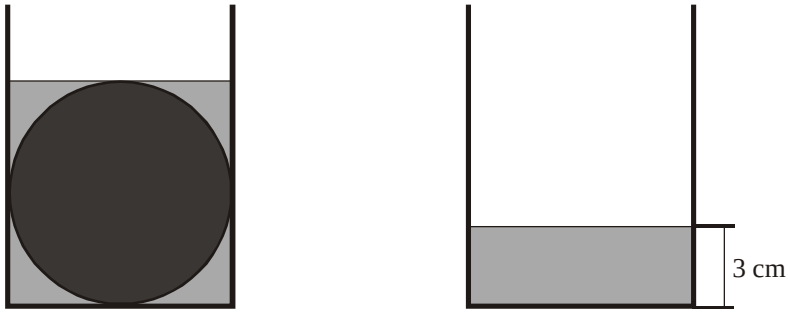
Il corpo umano contiene mediamente 5 litri di sangue e una goccia di sangue umano di 6 mm^3 contiene circa 30 milioni di globuli rossi.

3.1 Quanti globuli rossi vi sono mediamente nel corpo umano?

3.2 10'000 globuli rossi, disposti l'uno accanto all'altro lungo una retta, coprirebbero un segmento di 7 mm.
Quanti km sarebbe lungo il segmento coperto da tutti i globuli rossi di un essere umano?

ESERCIZIO 4

Un bicchiere cilindrico con il raggio interno di r cm contiene dell'acqua e una sfera metallica avente lo stesso raggio del bicchiere. L'acqua, come mostrato nella figura, ricopre la sfera a filo. Senza la sfera, l'acqua nel bicchiere raggiungerebbe un'altezza di 3 cm.
Calcola il raggio del bicchiere.



ESERCIZIO 5

Considera le funzioni reali $f : x \mapsto \sqrt{3}\,x - \dfrac{3}{\sqrt{3}}$ e $g : x \mapsto m \cdot x$, con $m \in \mathbf{R}$.

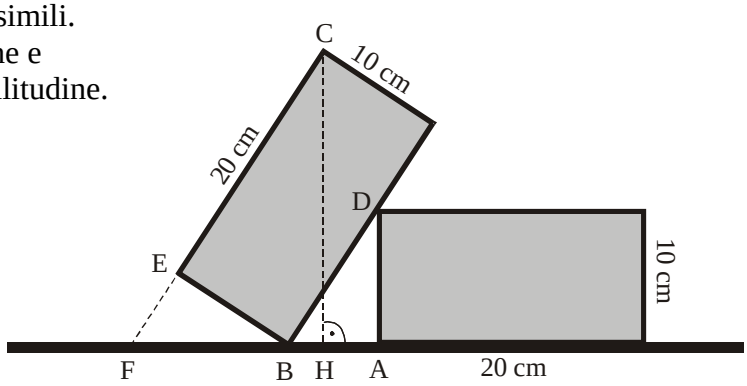
Determina il numero reale m in modo che i grafici di f e di g, rappresentati rispetto ad uno stesso riferimento cartesiano, si intersechino nel punto $P\left(t\ ;\ 4\sqrt{3}\right)$.

ESERCIZIO 6

Due mattoni identici (che consideriamo parallelepipedi rettangoli di dimensioni 20 cm x 10 cm x 5 cm) appoggiano su un piano come viene indicato nella figura.
La distanza AB è di 7,5 cm.

6.1 I triangoli ABD e BEF sono simili. Giustifica questa affermazione e indica il loro rapporto di similitudine.

6.2 Calcola a quale distanza dal piano di appoggio si trova il punto C.



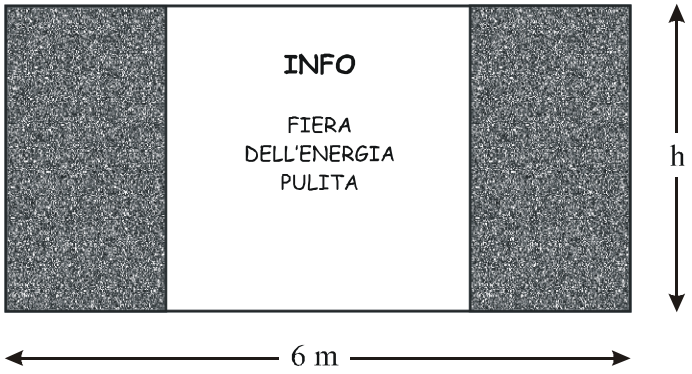
Nome e cognome: ……. **Classe:** ……..……

SECONDA PARTE (*50 minuti*)

ESERCIZIO 7

Una ditta ticinese ha ricevuto l'incarico di costruire un tabellone elettronico per la Fiera dell'Energia di Hong Kong. Il tabellone deve essere:
- rettangolare, lungo 6 metri;
- composto da uno schermo quadrato situato fra due pannelli fotovoltaici rettangolari identici (necessari per l'alimentazione dello schermo stesso e dei computer).

Schizzo del tabellone (h indica l'altezza in metri)



7.1 Verifica con dei calcoli che, per h = 3,5 m, l'area complessiva dei pannelli fotovoltaici è di 8,75 m^2.

7.2 Il titolare della ditta ticinese, in fase di progettazione, ritiene che passando da un'altezza di 3,5 m a un'altezza di 4 m l'area complessiva dei pannelli fotovoltaici aumenti di 0,75 m^2. Ha ragione? Perché?

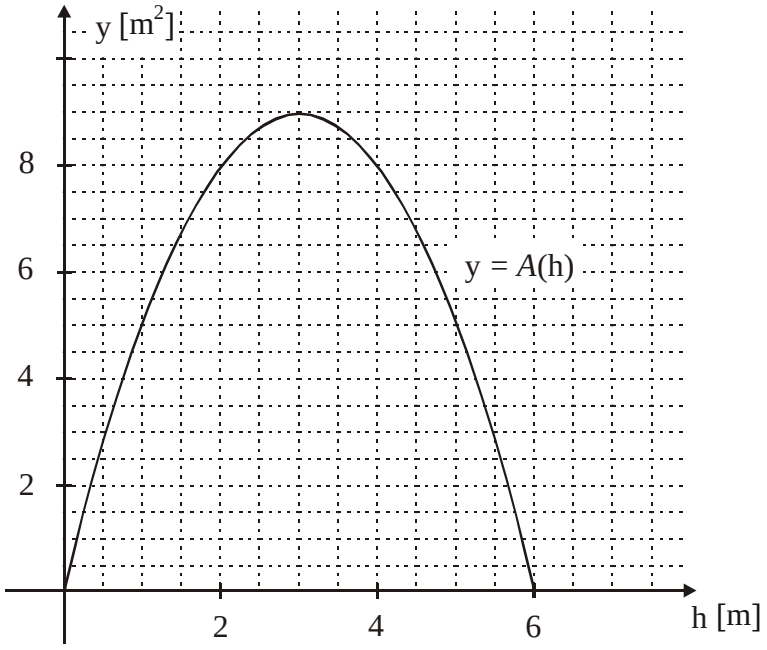
7.3 Se si volesse ottenere un tabellone con l'area dello schermo pari al triplo di quella complessiva dei pannelli, quale dovrebbe essere la sua altezza?

7.4 L'area (in m^2) della superficie complessiva ricoperta dai due pannelli fotovoltaici può essere espressa, al variare di h (in m), mediante la funzione

$$A\colon\ h \mapsto\ y = A(h) = \ldots\ldots\ldots\ldots$$

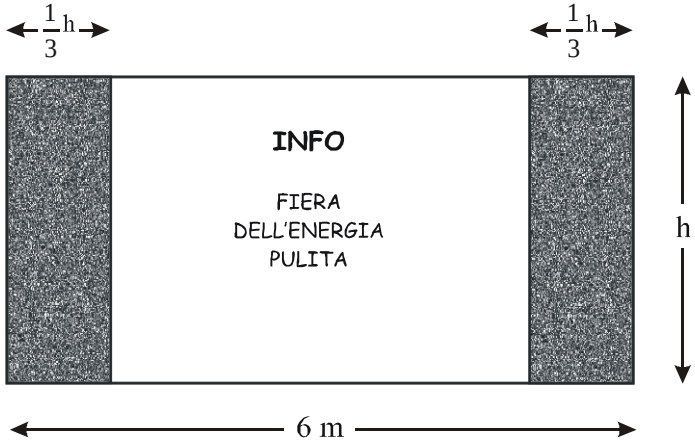
Determina la forma algebrica della funzione *A*.

7.5 Il grafico della funzione *A* (ricavata in **7.4**) è rappresentato sotto.



I due pannelli fotovoltaici sono costituiti da celle quadrate di silicio monocristallino. La potenza teorica (la potenza nelle condizioni ottimali) delle celle di questo tipo è di 0,1 W/cm^2 (Watt per ogni cm^2). Ricava dal grafico quale deve essere approssimativamente l'altezza del tabellone, affinché i pannelli fotovoltaici abbiano una potenza complessiva di 4'000 W e in modo che l'area dello schermo sia più grande possibile.

7.6 Consideriamo la seguente variante. Il tabellone deve essere:
- rettangolare, lungo 6 metri;
- composto da uno schermo pure rettangolare, situato fra due pannelli fotovoltaici rettangolari identici e aventi ciascuno dimensioni h e $\frac{1}{3}$h (in metri).



Per questo tipo di tabellone rappresenta, sullo stesso diagramma del punto **7.5**, la funzione *B*, che ad ogni valore di h associa l'area (in m^2) della superficie complessiva ricoperta dai due pannelli fotovoltaici.

Ricava poi dal grafico ottenuto il valore approssimativo dell'altezza h per la quale l'area della superficie complessiva ricoperta dai due pannelli fotovoltaici risulta essere la stessa per i due modelli di tabellone considerati.