DIPARTIMENTO DELL' EDUCAZIONE, DELLA CULTURA E DELLO SPORT
Scuola media, anno scolastico **2013-2014**

PROVA CANTONALE: MATEMATICA - CLASSE IV CORSO ATTITUDINALE

Tempo a disposizione: 150 minuti

RICHIESTA 1
(9 punti)

1.1 Sia $b = 1-\sqrt{2}$. Verificare, mostrando il procedimento, che $b - b^{-1} = 2$

1.2 Calcolare il risultato della seguente espressione:

$$\frac{1{,}5\cdot 10^{-12}}{1{,}5\cdot 10^{12} - 0{,}00012\cdot 10^{16}}$$

1.3 Determinare l'espressione nascosta dalla macchia:

$$\frac{5d^2 + \blacksquare}{4d} - \frac{2+d^2}{d} = \frac{d+3}{4}$$

RICHIESTA 2
(13 punti)

2.1 Risolvere in **R** la seguente equazione:

$$1 + \frac{x^2+2x}{x-1} = \frac{3x}{x-1}$$

2.2 Risolvere in **R** la seguente disequazione:

$$\frac{x+1}{3x-8} \le 0$$

2.3 Risolvere in **R** il seguente sistema di disequazioni:

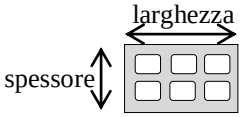
$$\begin{cases} x \le 1 + \frac{1}{5}x \\ 3 - 5x > 4\cdot(1-x) \end{cases}$$

RICHIESTA 3
(6 punti)

Posizionando quattro mattoni identici, nei due modi descritti nella figura seguente, si misurano in entrambi i casi 16 cm.

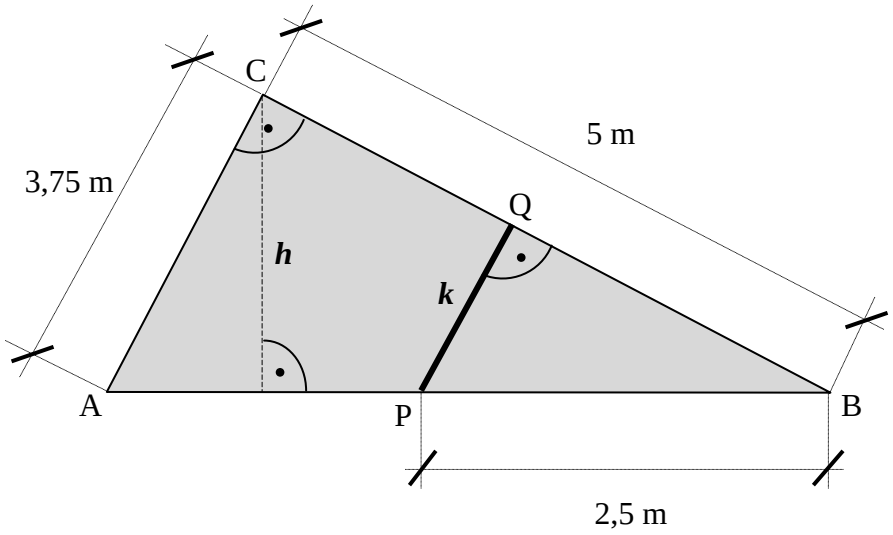


Determinare la larghezza e lo spessore di ogni mattone.



RICHIESTA 4
(7 punti)

Nelle officine dell'acquario di Genova un giovane apprendista deve costruire una nuova rampa per i giochi in acqua delle foche e dell'orso marino.
Nello schizzo seguente è rappresentata la sezione della rampa.



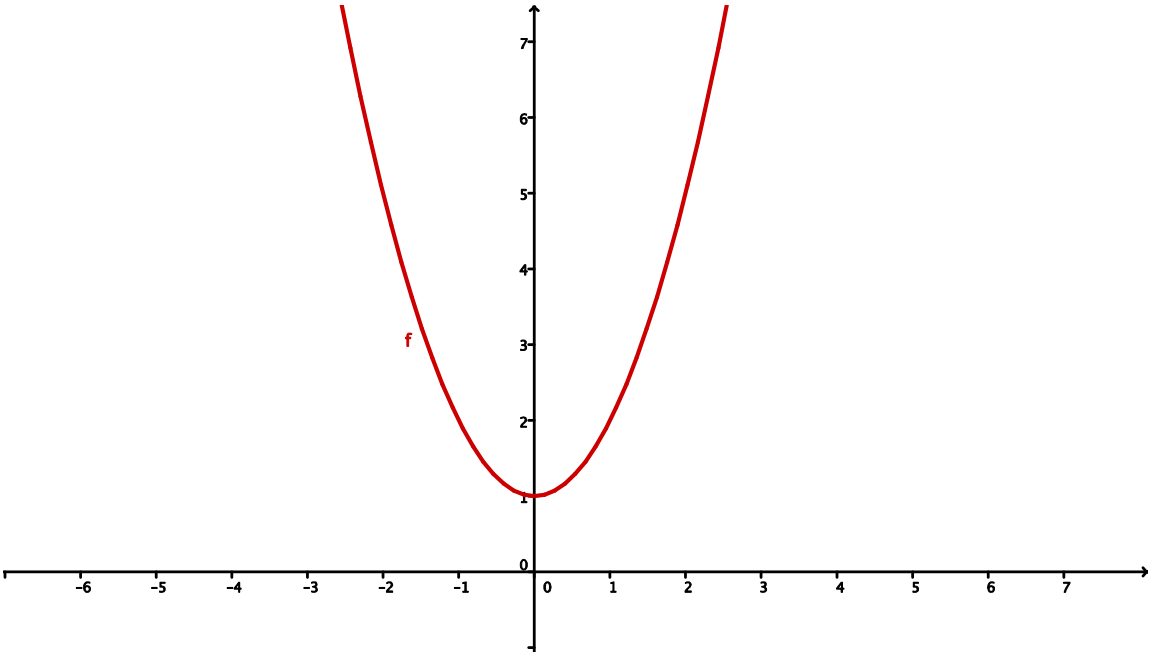
4.1 Calcolare la misura ***k*** del sostegno PQ.

4.2 Calcolare l'altezza ***h*** della rampa.

RICHIESTA 5

(16 punti)

Nella figura seguente è rappresentato, rispetto a un riferimento cartesiano con la stessa unità per gli assi, il grafico della funzione reale $f: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \mapsto x^2 + 1$



5.1 Rappresentare rispetto allo stesso riferimento cartesiano il grafico della funzione reale $g: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \mapsto -\frac{1}{2}x + 3$

5.2 Con l'ausilio delle rappresentazioni grafiche ricavare i valori approssimati ai decimi delle soluzioni dell'equazione $x^2 + 1 = -\frac{1}{2}x + 3$

Si considerino ora le funzioni reali f (definita in precedenza) e $h: \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}, x \mapsto 4x - 3$

5.3 Determinare $f(-5)$ e $h\left(\frac{5}{8}\right)$

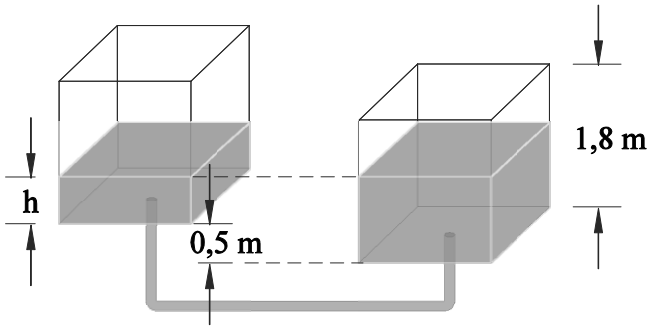
5.4 Determinare $a \in \mathbf{R}$ tale che $h(a) = -5$
Determinare $b \in \mathbf{R}$ tale che $f(b) = h(b)$

5.5 Siano:
P il punto di intersezione del grafico di h con l'asse Ox;
Q il punto di intersezione del grafico di f con l'asse Oy;
R il punto di intersezione del grafico di h con l'asse Oy.

Calcolare l'area del triangolo PQR.

RICHIESTA 6
(9 punti)

Nella figura seguente sono rappresentate due vasche (le misure indicate sono quelle interne).



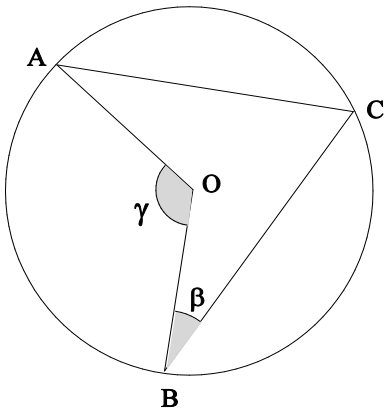
L'interno delle due vasche ha la forma di un cubo.
Le due vasche sono identiche, si trovano a una differenza di quota di 0,5 m e sono collegate da un tubo che ha la capacità di 60 L così da formare un sistema di vasche comunicanti.

6.1 Calcolare il rapporto fra la capacità del tubo e la capacità di una vasca.
Esprimerlo in forma percentuale.

6.2 Nel sistema di vasche comunicanti si versano 8160 L d'acqua. L'acqua nelle due vasche raggiunge lo stesso livello (come mostrato nella figura precedente).
Determinare che altezza h raggiungerà l'acqua nella vasca di sinistra.

RICHIESTA 7
(6 punti)

Con riferimento alla figura, nella quale i punti A, B e C si trovano sulla circonferenza di centro O, si consideri il caso in cui $\beta = 43°$ e $\gamma = 94°$.



7.1 Determinare l'ampiezza dell'angolo BOC.

7.2 Determinare l'ampiezza dell'angolo COA.

7.3 Determinare l'ampiezza dell'angolo ACB.

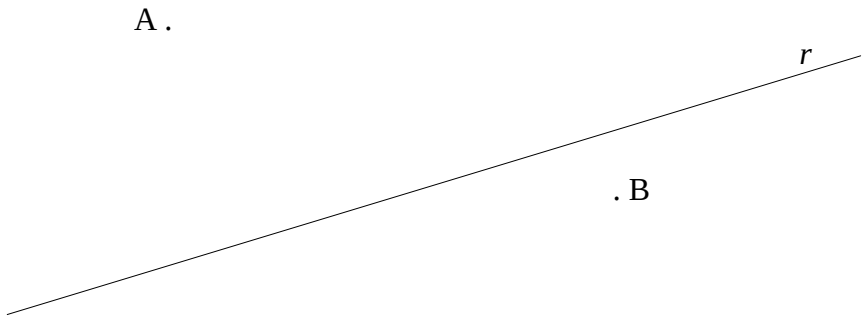
RICHIESTA 8
(6 punti)

Di seguito sono riportate dieci istruzioni:

A) Tracciare la retta *s* passante per A e perpendicolare a *r*.	**B)** Tracciare la retta *s* passante per M e perpendicolare ad AB.
C) Sia M il punto medio di AB.	**D)** Tracciare la retta *t* passante per B e perpendicolare a *r*.
E) Sia P il punto di intersezione di *r* e *s*.	**F)** Sia P il punto medio di CD.
G) Sia D il punto di intersezione di *r* e *t*.	**H)** Sia C il punto di intersezione di *r* e *s*.
I) Tracciare il segmento CD.	**L)** Tracciare il segmento AB.

Alcune di esse, eseguite nell'ordine opportuno, permettono di rispondere alla richiesta riportata nel riquadro seguente:

Si considerino la retta *r* e i punti A e B:



Determinare sulla retta *r* un punto P che abbia la stessa distanza da A e da B.

8.1 Indicare la sequenza di tutte le istruzioni che devono essere eseguite per determinare il punto P.

8.2 Eseguire le costruzioni che permettono di determinare il punto P.