INSIEME DEI NUMERI INTERI: $\mathbb{Z}$ (Testo pag. 13 – 26 ; 79 - 95)

1) Introduzione – concetto.

a) La montagna più alta della Svizzera è la Punta Dufour, nel Canton Vallese con 4'634 metri. Locarno situata a 193 m s.l.m. è il punto più basso, mentre nel suo lago con i suoi 372 m sotto il livello del mare, abbiamo il punto più profondo.

Rappresenta la situazione graficamente.

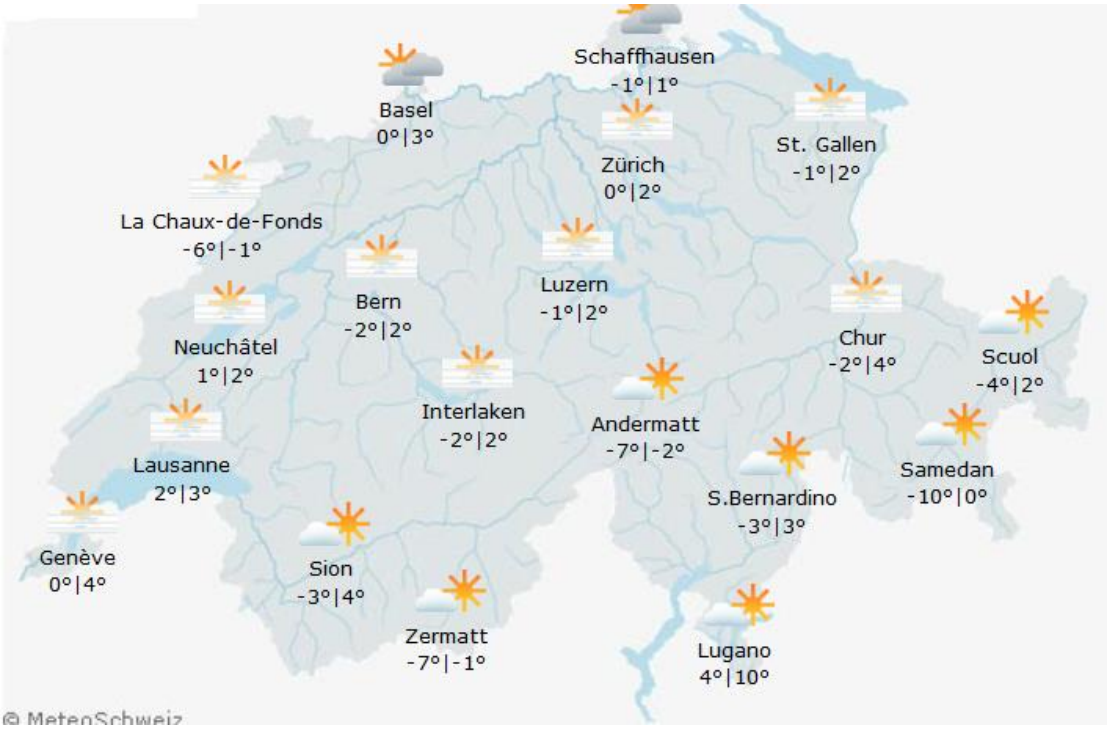




Qual è il punto di riferimento? .....

Vi sono altre situazione nelle quali i numeri naturali non bastano:

b) La temperatura.



Cosa rappresenta questa cartina?

.....

In quali località:

i) Hai la temperatura più bassa? ……

ii) Hai la temperatura più alta? ……

iii) V'è stata la maggiore escursione termica? ……

iv) V' è stata la minore escursione termica? ……

Qual è il punto di riferimento? ……

c) Le date storiche.



Cesare, Gaio Giulio (lat. C. Iulius Caesar). - Generale romano (Roma 100°.C. - 44 a. C.).

Cosa indica a. C. ? ……

Quanti anni visse ? ……

Tu, quanti anni dopo Giulio Cesare sei nato?

……

Qual è il punto di riferimento? ……

d) La gestione contabile

Chiasso: preventivo in rosso e moltiplicatore all'87 %

Sono stati presentati stamane i dati salienti del preventivo 2014. Per il prossimo anno previsti un disavanzo di un milione e mezzo e aumento del moltiplicatore di 5 punti

Commenta questo titolo.

……

……

……

Qual è il punto di riferimento?

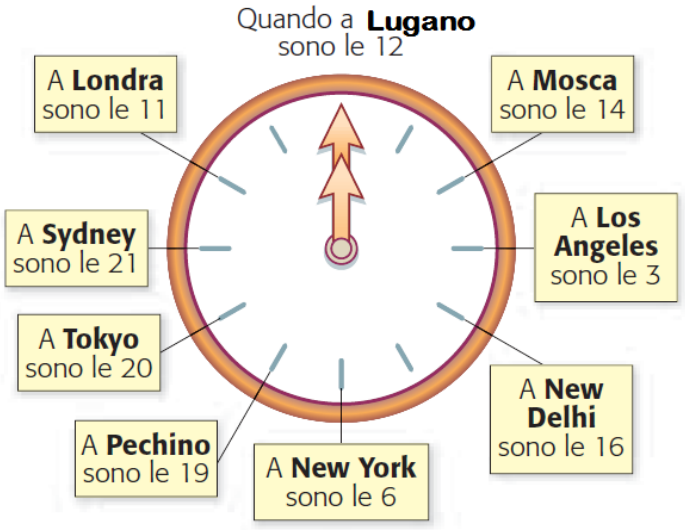
……

Qual è lo stato delle finanze cantonali? …e di quelle Federali?

……

e) Il fuso orario.

Commenta questa immagine, a cosa si riferisce?.....



L'orologio segna l'ora di alcune delle maggiori città del mondo, nel medesimo istante.

Quante ore di differenza abbiamo tra Lugano e Mosca?

.....

E tra Lugano e Los Angeles?

.....

Cos'è la linea del cambiamento di data?

.....

.....

.....

.....

Qual è il punto di riferimento? .....

f) I cambi.

PRINCIPALI CAMBI

Nome	Prezzo	Var %	Ora
EUR/USD	1.343725	-0.73%	19:36
EUR/GBP	0.8333	-0.78%	19:36
EUR/JPY	134.554	-0.79%	19:36
EUR/CHF	1.23258	-0.06%	19:35
EUR/AUD	1.434925	-0.06%	19:35
EUR/CAD	1.40411	-0.88%	19:35

Commenta questa immagine, a cosa si riferisce?

.....

.....

.....

.....

Qual è il punto di riferimento?

.....

Cosa puoi dire dei cambi di valuta?

.....

g) L'ascensore.



Cosa indicano i pulsanti con il segno negativo?

……

Ho posteggiato al – 3, e l'uscita è situata al 6 piano , quanti piani devo salire?

……

Qual è il punto di riferimento?

……

h) **Le operazioni:** Puoi svolgere il calcolo 12 – 7 = ……. e 7 – 12 = ?

……

Cosa hanno in comune questi esempi?

……

Conclusione: Abbiamo dunque bisogno d'un altro insieme numerico.

2) **L'INSIEME DEI NUMERI INTERI RELATIVI.** Modi di scrittura.

matematicamente contrassegnato con $\mathbb{Z}$, esso comprende tutti i numeri interi sia positivi che negativi .

$\mathbb{Z} = \{\ldots..-4\,;\,-3\,;\,-2;\,-1\,;0\,;\,+1;\,+2\,;\,+3\,;\,+4:\,+5\,;\ldots\ldots\ldots..\}$

Come vedi mettiamo sempre il segno negativo (-) prima di un numero minore di zero e un segno positivo (+) prima di un numero maggiore di zero.

Lo zero è considerato ……

Dunque:

$\mathbb{Z}^+ = \{0;\,+1;\,+2;\,+3;\,+4;\,+5;\,+6\,;\ldots\ldots\ldots..\}$ definito per elencazione

$\mathbb{Z}^+ = \{x\ \in \mathbb{Z}/\quad x \geq 0\}$, definito per caratteristica,

è detto insieme dei numeri interi positivi e corrisponde a ……..

$\mathbb{Z}^- = \{\ldots..-5;\,-4\,;\,-3\,;\,-2\,;\,-1\,;0\}$ definito per elencazione

$\mathbb{Z}^- = \{x\ \in \mathbb{Z}/\quad x \leq 0\}$, definito per caratteristica, è detto insieme dei numeri interi negativi.

Esercizio:

i) Rappresenta gli Insiemi $\mathbb{Z}^+$ e $\mathbb{Z}^-$ con un unico diagramma di Venn. Cosa noti?

Completa.

+ 8 ……$\mathbb{Z}^-$; -13……$\mathbb{Z}^-$; 0 ……$\mathbb{Z}^-$; 0 ……$\mathbb{Z}^+$; + 8 ……$\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ =$ …… ; $\mathbb{Z}^- \cap \mathbb{Z}^+ =$ …… ; $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^+ =$ …… ; $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^- =$ …… ;

ii) Rappresenta l'insieme dei Numeri Naturali , $\mathbb{N}$, e l'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$, con un unico diagramma di Venn. Cosa noti! Come lo scrivi matematicamente?

È vero che tutti i numeri naturali sono anche numeri interi?

iii) Definisci nel modo mancante (elencazione o caratteristica)

A = $\{x \in \mathbb{Z} \setminus x \geq +4\}$ =……

B = $\{x \in \mathbb{Z} \setminus x < +4\}$ =……

C = $\{x \in \mathbb{Z} \setminus -3 \leq x < +3\}$ =……

D = $\{+8; +10; +12; +14 \ldots.\}$ =……

E = $\{\ldots.; -8; -7; -6; -5\}$ =……

F = $\{-8; -7; -6; -5\}$ =……

<u>Osservazione</u>: Due numeri interi eventi lo stesso segno sono detti **concordi**, nel caso contrario son detti **discordi**.

Es. – 3 e +5 sono …… ; mentre – 15 e -45 sono ……;

+8 e -8 sono detti ……; dunque due numeri opposti sono sempre……

3) La rappresentazione sulla retta numerica.

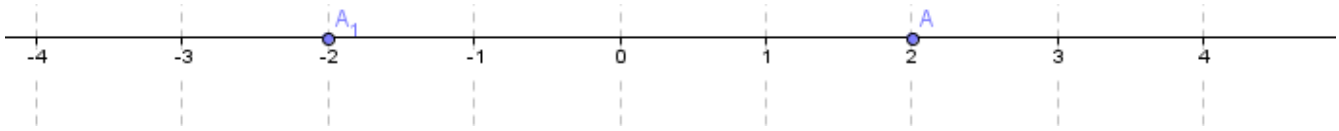
a) **Inserisci** sulla retta i numeri interi negativi, che risultano …….
rispetto al punto ……



Due numeri simmetrici rispetto allo zero sono detti OPPOSTI.
+ 3 è l'opposto di ……. . ; - 4 è l'opposto di …….. ; 0 è l'opposto di …….. ;
Qual è il numero opposto di zero?……
La somma di due numeri opposti è sempre ……

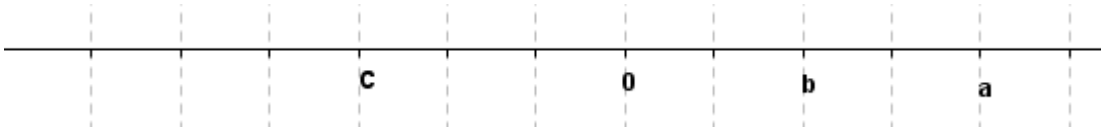
b) **Confronto** tra numeri relativi.
Completa opportunamente con < ; > .
+17……..+3 ; +12 ……..- 3 ; - 5……..+3 ; - 5……..0 ; - 5……..-1 ; - 51……..-52 ;
Conclusione: ……

c) Cosa puoi dire di (+ 2) e (– 2) ?



Quali sono altri numeri con la stessa caratteristica? ……
Quando due numeri hanno al stesa distanza dall'origine, matematicamente diremo che hanno lo stesso **valore assoluto** e scriveremo: $|-2| = |+2| = 2$
Completa : $|-5| = |+ \ldots\ldots| = \cdots\ldots\ldots$; $|\ldots\ldots| = |-89| = \cdots\ldots\ldots$;

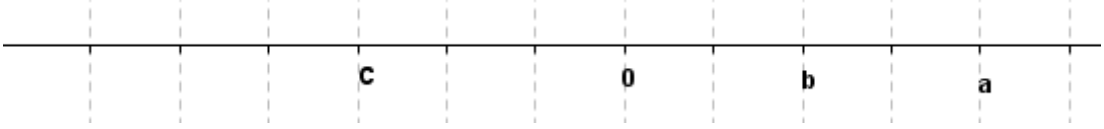
d) Sapendo che a, b, c ∈ ℤ , rappresenta - a ; - b ; - c ; a – b ; b – a ; c + b; c – a



Completa con < ; >; =

a ……b ; c …… b ; c …… a ; - a …… c ; - b …… c ; a – b …… b; a – b …… b – a

e) Sapendo che a, b, c ∈ ℤ , rappresenta $\frac{3}{4}a$; $-\frac{3}{4}a$; $\frac{3}{2}b$; $-\frac{3}{2}b$; $\frac{5}{3}c$; $-\frac{5}{3}c$

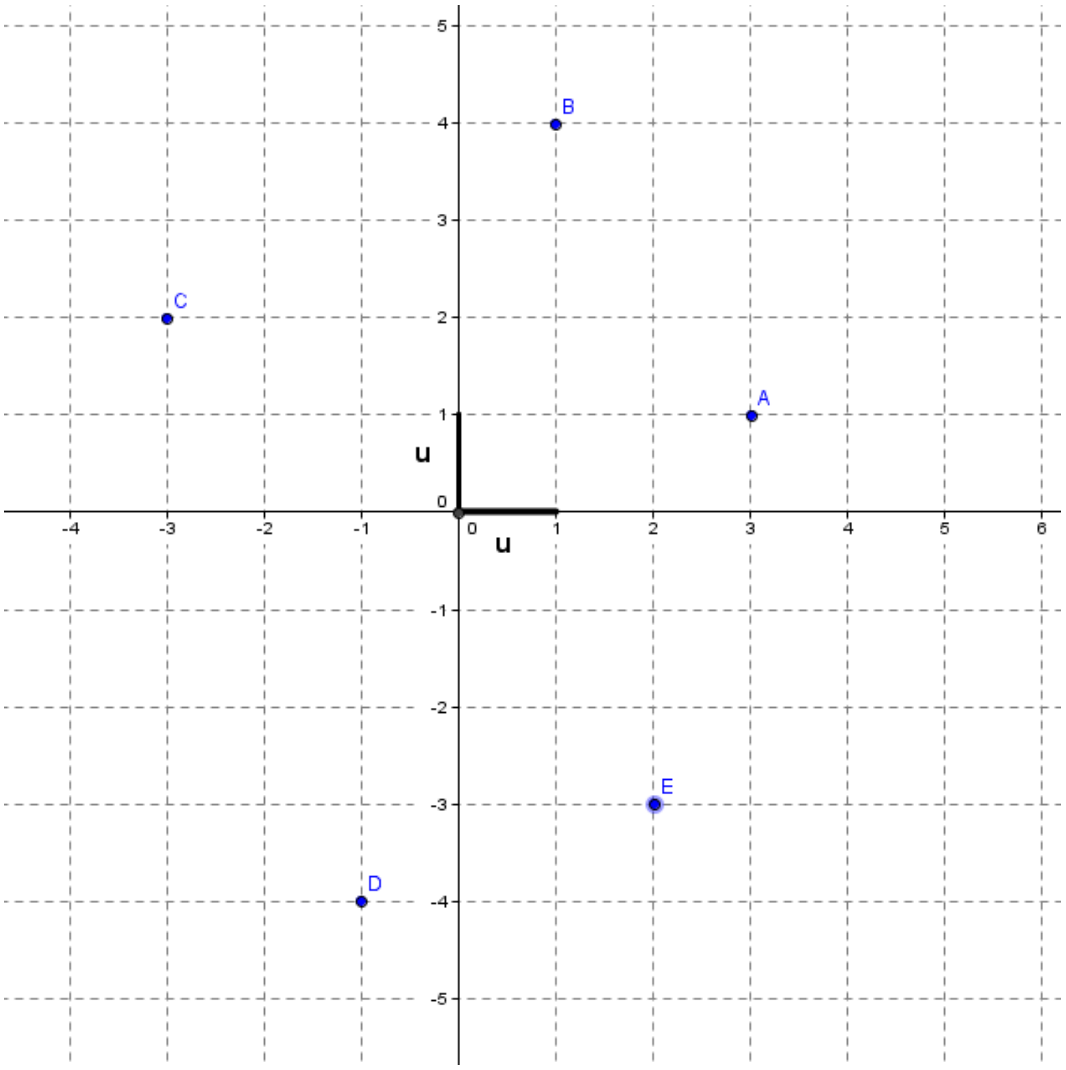


Completa con < ; >; =

a ……$\frac{3}{4}a$; $\frac{3}{4}a$ …… $-\frac{3}{4}a$; $-\frac{3}{4}a$ …… $\frac{3}{2}b$; $-\frac{3}{2}b$ …… $\frac{5}{3}c$; $\frac{5}{3}c$ …… c ; $-\frac{3}{4}a$ …… c; $-\frac{3}{4}a$ …… $-\frac{5}{3}c$

4) Il piano Cartesiano con i numeri interi relativi ($\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$)

a) Completa o inserisci le coordinate dei punti sul piano Cartesiano.



A (……..; ……..)

B (……..; ……..)

C (……..; ……..)

D (……..; ……..)

E (……..; ……..)

F (+ 5; - 3)

G (- 3 ; + 5)

H (- 4 ; - 2)

I (- 3 ; - 2)

L (+ 4 ; - 2)

M (+ 4 ; 0)

P (0 ; + 3)

S (- 4 ; 0)

T (0 ; - 2)

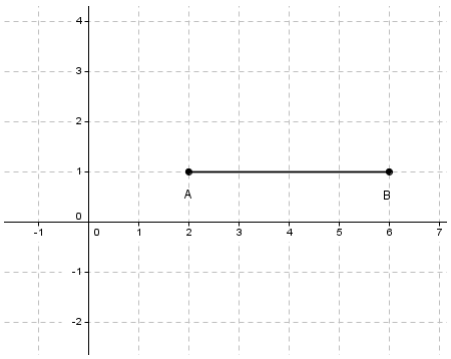
Ricorda:

- Un punto viene rappresentato con una coppia di valori, detti **coordinate cartesiane**, dove il primo valore rappresenta lo spostamento **orizzontale** (**x**) , e il secondo lo spostamento **verticale** (**y**) . Esempio A (x = ……. ; y = = …….) che scriviamo semplicemente A (……. ; …….).
- L'asse orizzontale, detto asse delle ASCISSE, rappresenta i valori delle x, va orientato con una freccia solo nel verso positivo.
- L'asse verticale, detto asse delle ORDIANTE, rappresenta i valori delle y, va orientato con una freccia solo nel verso positivo.
- Gli assi sono perpendicolari, e la loro intersezione rappresenta l'origine del piano cartesiana e si contrassegna con il punto O (0 ; 0)
- Per ogni asse devi scegliere l'unità di misura **u**.

- Ricerca: Chi ha "inventato" il piano cartesiano? In quale periodo?

b) Distanza tra due punti sul piano cartesiano.

i) Coordinate di A (……..; ……..) ;B (……..; ……..)

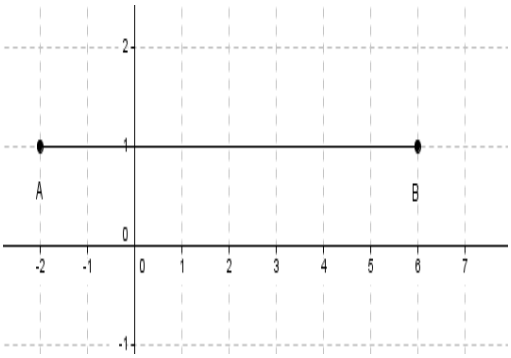


Conta quante unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

ii) Coordinate di A (……..; ……..) ;B (……..; ……..)

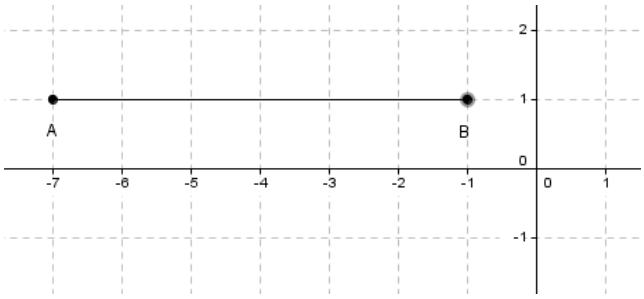


Conta quante unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

iii) Coordinate di A (……..; ……..) ;B (……..; ……..)

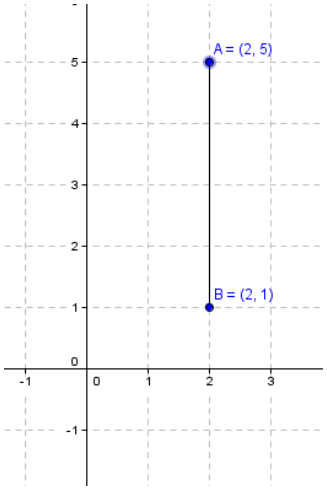


Conta quante unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

iv) Coordinate di A (……..; ……..) ;B (……..; ……..)

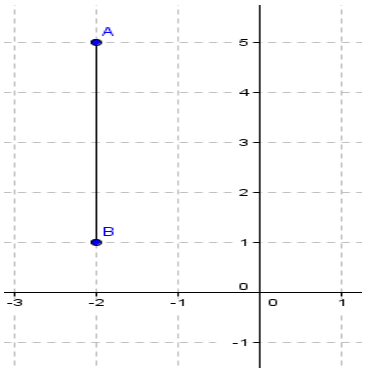


Conta quante unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

v) Coordinate di A (……..; ……..) ;B (……..; ……..)

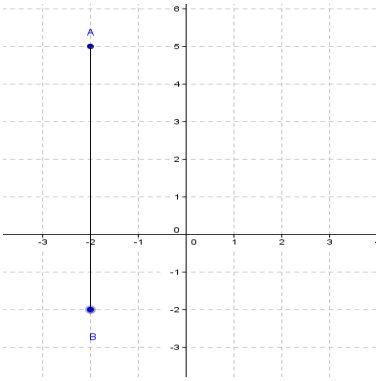


Conta quanti unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

vi) Coordinate di A (……..; ……..) ;B (……..; ……..)

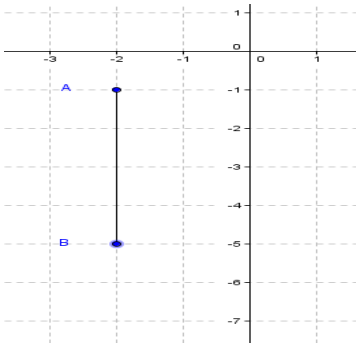


Conta quanti unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

vii) Coordinate di A (……..; ……..) ;B (……..; ……..)

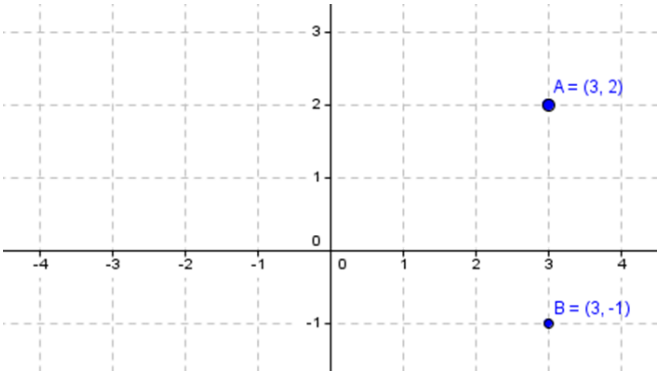


Conta quanti unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

viii) Dato il punti A (3; 2) costruisci il simmetrico rispetto all'asse y A ' (…; ……..)



Dato il punti B (3; -1) costruisci il simmetrico rispetto all'asse y B ' (…; ……..)

Ottieni il ……ABB'A , la cui altezza AB misura :…… (u) ; mentre la base BB' misura ……..; il perimetro misura……..; mentre l'area misura……

5) Le operazioni con i numeri interi relativi .

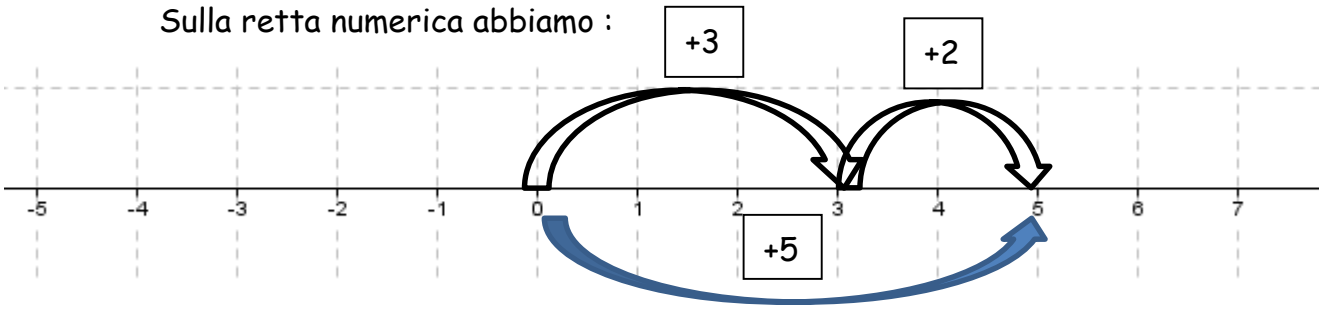
a) L'addizione:

i) Qual è il risultato di (+3) + (+2) = ?

essendo due numeri naturali possiamo semplificare la scrittura in :

(+3) + (+2) = 3 + 2 = (+5)

Sulla retta numerica abbiamo :



Osservazione: Aggiungere un numero positivo corrisponde dunque spostarmi verso destra.

Calcola, semplificando la scrittura:

(+13) + (+24) = …… = ……; (+19) + (+34) = …… = ……

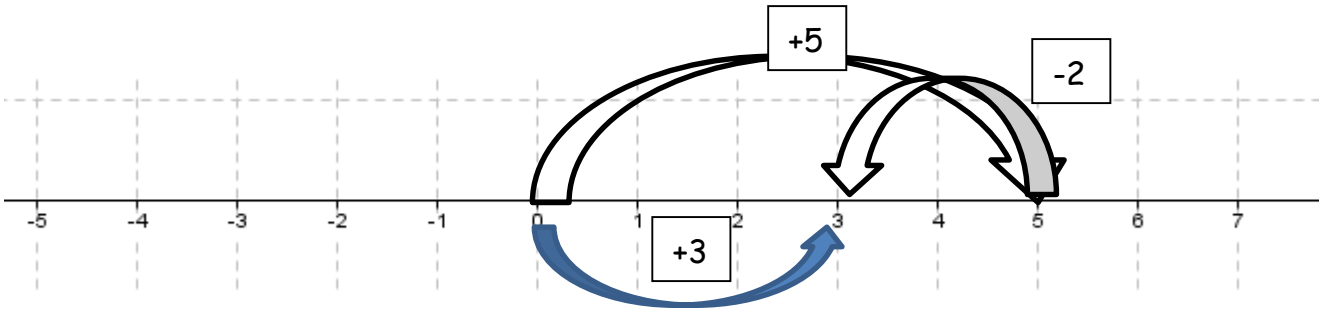
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=$ ……; $\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$……;= ……

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(+12m) + (+ 19 m) = …… = ……; $\left(+\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{7}{10}y\right)=$……;= ……;

ii) (+5) + (-2) = 5 – 2 =(+ 3)



Osservazione: Aggiungere un numero negativo corrisponde dunque spostarsi verso sinistra.

Calcola , semplificando la scrittura:

(+13) + (-4) = …… = ……; (+19) + (-14) = …… = ……;

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$ ……; $\left(+\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)=$……;

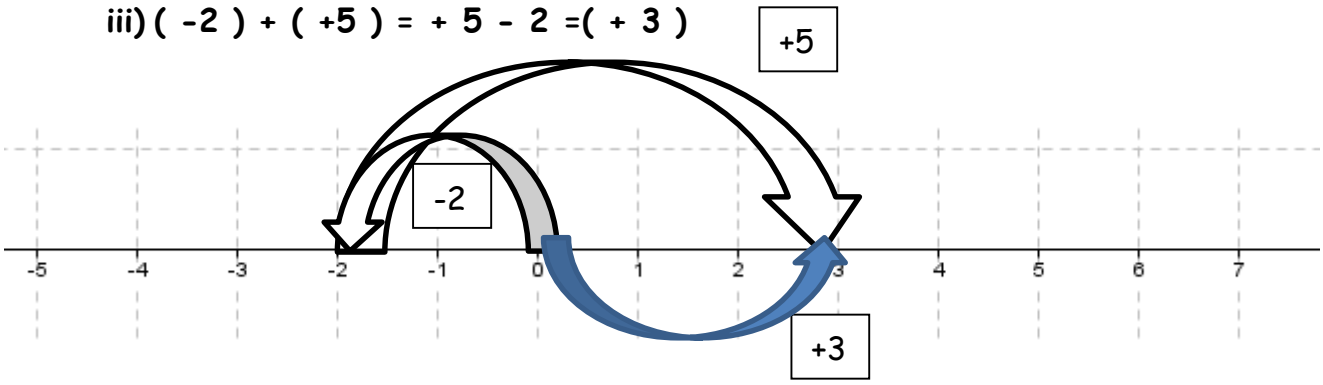
Con le lettere si procede allo stesso modo:

(+19m) + (- 12m) = …… = ……; $\left(+\frac{5}{3}y\right)+\left(-\frac{7}{10}y\right)=$……;= ……;

(+19m) + (- 12m) + (- 4m) =……

$\left(+\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)=$……

iii) (-2) + (+5) = + 5 - 2 =(+ 3)



Osservazione 1: Ti ricordi che l'addizione possiede la proprietà commutativa, dunque:

(-9) + (+15) = (+15) + (-9) = 15 - 9= (+6)

Calcola , semplificando la scrittura:

(-3) + (+4) = …… = ……; (-9) + (+14) = …… = ……;

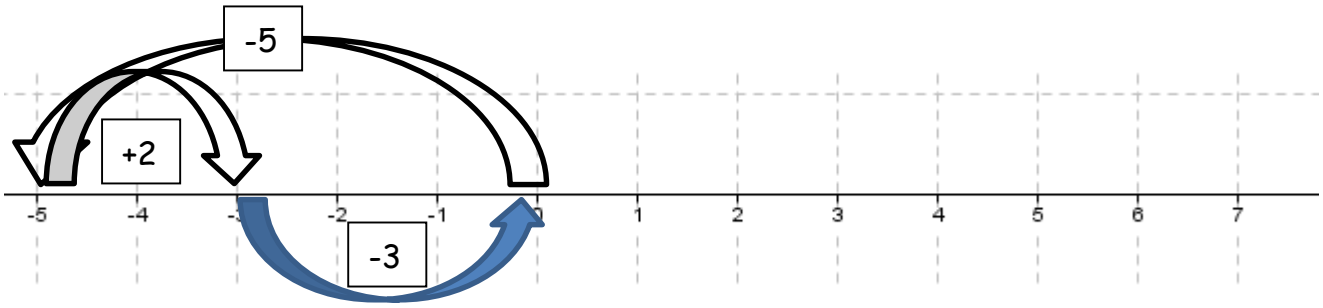
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{3}{8}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=-\frac{3}{8}+\frac{5}{6}=$ ……; $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$……;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(-9m) + (+ 12m) = …… = ……; $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{13}{6}y\right)=$……;= ……;

iv) (-5) + (+2) = - 5 + 2 =(- 3)



Calcola , semplificando la scrittura:

(-13) + (+4) = …… = ……; (-19) + (+14) = …… = ……;

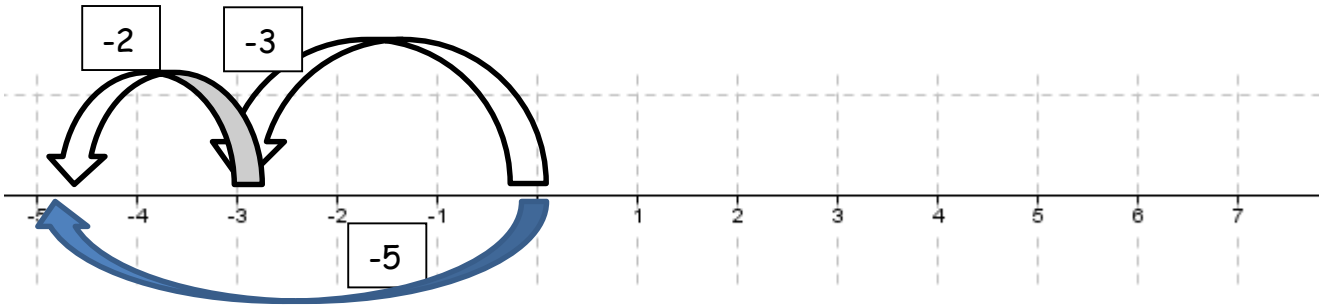
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$ ……; $\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$……;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(-19m) + (+ 12m) = …… = ……; $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{7}{10}y\right)=$……;= ……;

v) (-3) + (-2) = - 3 - 2 = (- 5)



Calcola, semplificando la scrittura:

(-13) + (-4) = …… = ……; (-19) + (-14) = …… = ……;

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)=$ ……= ……; $\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)=$……= ……;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(-19m) + (+ 12m) = …… = ……; $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(-\frac{7}{10}y\right)=$……;= ……;

Riassumendo :

(+4) + (+ 3)= …… = …… ; (+ 4) + (-3) = …… = …… ;

(-5) + (+ 4) = …… = …… ; (-2) + (-4) = …… = …… ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

(+ 2) + (+ 3) = ……; (+ $\frac{5}{6}$) + (+ $\frac{4}{3}$) = ……;(-2y) + (-3y) = ……;

(+ l) + (+ 7) = ……; (- $\frac{5}{6}$) + (- $\frac{4}{5}$) = ……; (-6a) + (+ 3a) = ……;

(+ 2) + (-3) = ……; (- $\frac{5}{8}$) + (+ $\frac{3}{4}$) = ……;(-5ab) + (-4ab) = ……;

(+ l) + (- 7) = ……; (+ $\frac{8}{9}$) + (+ $\frac{7}{6}$) = ……; ($-6x^2$) + ($-3x^2$) = ……;

(- 18) + (- 17) = ……; (- $\frac{41}{9}$) + (+ $\frac{33}{6}$) = ……;(-41yz) + (-33yz) = ……;

(-45) + (-37) = ……;(- $\frac{24}{14}$) + (- $\frac{69}{21}$) = ……;(-45m) + (+ 37m) = ……;

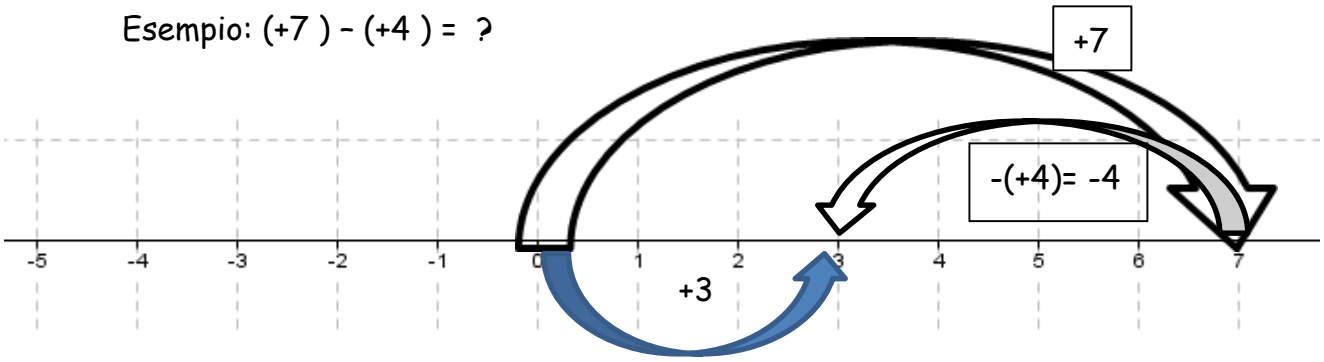
(+ 3) + (-7) + (+ 2) = ……; (- 9x) + (- 8x) + (- 6x) = ……;

(- $\frac{5}{6}$) + (- $\frac{4}{3}$) + (- $\frac{7}{12}$) = …… ……;(- $\frac{5}{4}$ z) + (- $\frac{4}{5}$z) + (+ $\frac{7}{2}$ z) = ……;

b) La sottrazione.

i) Sottrarre un numero **positivo** corrisponde ad uno spostamento sulla retta numerica verso sinistra.

Esempio: (+7) – (+4) = ?



(+7) – (+4) = (+7) + (- 4) = 7 – 4 = (+ 3); (+9) – (+3) = (+.....) + (.....) = .. – .. = (+ …);

Come vedi sottrarre (+4) è come ..... (.....);

sottrarre (+3) è come ..... (.....); dunque:

una sottrazione può essere trasformata in un' addizione dell'elemento opposto.

(+9) – (+5) = (+.....) + (.....) = .. – .. = (+ …);

Calcola, trasformando le sottrazioni in addizioni dell'elemento opposto:

(+13) - (+24) = ... = ...; (+19) - (+34) = ... = ...

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

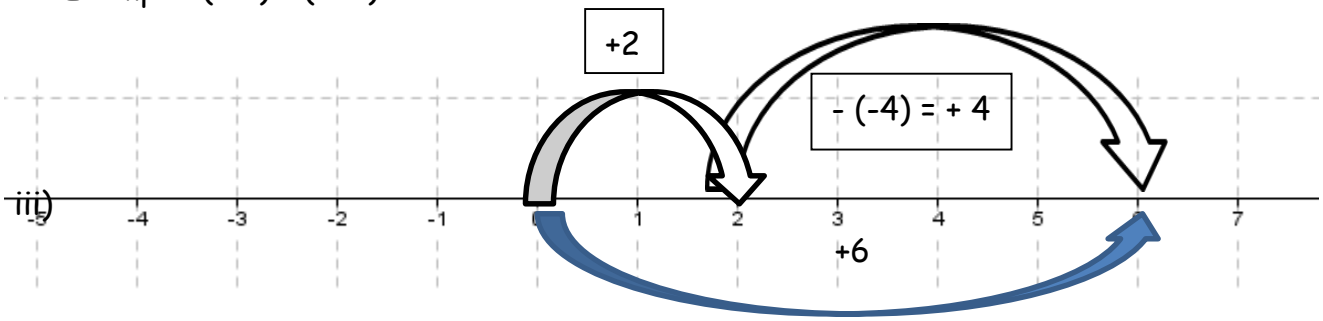
$\left(+\frac{5}{6}\right) - \left(+\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{6} - \frac{3}{8} =$ .....; $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{7}{10}\right) =$.....;= .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(+12m) - (+ 19 m) = ... = ...; $\left(+\frac{5}{3}y\right) - \left(+\frac{7}{10}y\right) =$.....;= .....;

ii) Sottrarre un numero **negativo** corrisponde ad uno spostamento sulla retta numerica verso destra.

Esempio: (+2) – (- 4) = ?



iii)

Cosa vorrà dire sottrarre (- 4) ?

Come vedi sottrarre (- 4) equivale a .....(+4), dunque :

(+2) – (- 4) = (+2) + (.....) = ... – .... = (.....);

(-9) – (- 7) = (-9) + (.....) = ... – .... = (.....);

(-23) – (- 34) = (-23) + (.....) = ... – .... = (.....);

(-23) – (- 34) + (- 17) = (-23) + (.....) – (.....) = ...

Calcola, trasformando le sottrazioni in addizioni dell'elemento opposto:

(+53) - (-24) = …… = ……; (-53) - (-24) = …… = ……..

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right) - \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{6} + \frac{3}{8} =$ ……; $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{7}{10}\right) =$……;= ……..

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(+52m) - (- 19 m) = …… = ……; $\left(+\frac{5}{3}y\right) - \left(-\frac{7}{10}y\right) =$……;= ……;

Riassumendo:

(+4) - (+ 3)= …… = …… ; (+ 4) - (-3) = …… = …… ;

(-5) - (+ 4) = …… = …… ; (-5) - (- 4) = …… = …… ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono !

(+ 12) - (+ 3) = ……; (+ $\frac{5}{6}$) - (+ $\frac{2}{3}$) = ……;(+2y) - (+3y) = ……;

(+ l) - (+ 7) = ……; (+ $\frac{5}{6}$) - (+ $\frac{4}{5}$) = ……; (-6a) - (+ 3a) = ……;

(+ 2) - (-3) = ……; (- $\frac{5}{8}$) - (- $\frac{3}{4}$) = ……;(-5ab) - (-4ab) = ……;

(- l) - (- 7) = ……; (+ $\frac{8}{9}$) - (+ $\frac{7}{6}$) = ……; ($-6x^2$) - ($-3x^2$) = ……;

(- 18) - (- 17) = ……; (- $\frac{41}{9}$) - (- $\frac{33}{6}$) = ……;(-41yz) - (-33yz) = ……;

(-45) + (-37) = ……;(- $\frac{24}{14}$) + (- $\frac{69}{21}$) = ……;(-45m) + (- 37m) = ……;

(+ 3) - (-7) - (+ 2) = ……; (- 9x) - (- 8x) - (- 6x) = ……;

(- $\frac{5}{6}$) - (- $\frac{4}{3}$) - (- $\frac{7}{12}$) = …… ……;(- $\frac{5}{4}$ z) - (- $\frac{4}{5}$z) - (+ $\frac{7}{2}$ z) = ……;

Calcola il valore delle seguenti espressioni, semplificando prima la scrittura.

a) (+44) + (+73) + (-88) - (+27) + (-16) - (-12) =

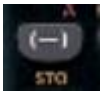
b) (+19) - (+75) + (-44) - (+81) - (-15) + (-56) =

c) (-23) + (-23) - (-45) + (+34) - (-56) =

Completa le seguenti tabelle.

a	+1	-2	0	+2	-3	+3	-1	+4	-5	-10
b	0	-2	-3	+1	-5	-3	-10	-5	+4	+4
a + b										

a	-2	-2	-3	+2	-10	+3	-1	-7	+8	-9
b	0	-3	-3	-5	-5	-1	-10	-5	+8	+4
a - b										

Numeri relativi e calcolatrice: Utilizza il tasto 

per inserire il segno negativo.

c) La moltiplicazione.

Ricorda la moltiplicazione è un modo più semplice per calcolare un'addizione di stessi termini ed inoltre possiede la proprietà commutativa, dunque non ti sarà difficile calcolare :

(+3) . (+2) = (+2) + (+2) (+2) = (+6) perché (+6) : (+2) = (+3)

(+3) . (- 2) = ……;

(- 3) . (+2) = ……;

Quale sarà il prodotto di due numeri negativi? Verifica con la calcolatrice. ☺

(-3) . (- 2) = ……..;

Regola dei segni per la moltiplicazione in $\mathbb{Z}$ possono essere riassunte in una tabella:

•	+	-
+	+	-
-	-	+

Consideriamo infine alcune analogie tra lingua italiana e i segni nella moltiplicazione algebrica, esaminando il significato di alcune frasi:

a) **Voglio** che tu **legga** …… significa: devi leggere (+) . (+) = **(+)**

b) **Voglio** che tu **non legga** ……. significa: **non** devi leggere (+) . (–) = **(–)**

c) **Non voglio** che tu **legga** ……. significa: **non** devi leggere (–) . (+) = **(–)**

d) **Non voglio** che tu **non legga** ….. significa devi leggere (–) . (–) = **(+)**

Dunque:

(+4) . (+ 3)= ……. = …… ; (+ 4). (-3) = ……. = …… ;

(-5) . (+ 4) = ……. = …… ; (-5) . (- 4) = ……. = …… ;

Con le lettere rispetti le regole dei segni e quelle della moltiplicazione nel calcolo letterale.

(+4a) . (+ 3)= ……. = …… ; (+ 4x) . (-3x) = ……. = …… ;

(-5b^2) . (+ 4a) = ……. = …… ; (-5x^2y^3) . (- 4xy^5) = ……. = …… ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

(+ 12) . (+ 3) = ……; (+2y) . (+3y) = ……;

(+ l) . (+ 7) = ……; (-6a) . (+ 3a) = ……;

(+ 2) . (-3) = ……; (-5ab) . (-4ab) = ……;

(- l) . (- 7) = ……; (-6x^2) . (-3x^2) = ……;

(- 8) . (+7) = ……; (+4yz) . (-3yz) = ……;

(-4) . (-9) = ……; (-5m^2n) . (- 7m^4n) = ……;

(+ 3) . (-7) . (+ 2) = ……; (- 9x) . (- 8x) . (- 6x) = ……;

d) La divisione.

Essendo la divisione l'operazione inversa della moltiplicazione e conoscendo le regole dei segni della moltiplicazione, ottieni:

(+10) : (+2) = (+ 5) perché **(+ 5) . (+2)** =……..
(+10) : (- 2) =……;
(-10) : (+ 2) =……;

Quale sarà il prodotto di due numeri negativi? Verifica con la calcolatrice. ☺
(-10) : (- 2) =……;

Le regole per i segni nella divisione sono identiche a quelle della moltiplicazione.

Dunque:
(+24) : (+ 3)= ..... = …… ; (+ 24): (-3) = ... = …… ;
(-28) : (+ 4) = ... = …… ; (-28) : (- 4) = ... = …… ;
Con le lettere rispetti le regole dei segni e quelle della moltiplicazione nel calcolo letterale.
(+24a) : (+ 3)= ..... = …… ; (+ 24x) : (-3x) = ... = …… ;
(-40b^2) : (+ 4b) = ... = …… ; (-50x^5y^3) : (- 25x^2y) = ... = …… ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!
(+ 12) : (+ 3) = ……; (+21y) : (+3y) = ……;
(+ 2l) : (- 7) = ……; (-6a) : (+ 3a) = ……;
(+ 24) : (-3) = ……; (-32ab) : (-4a) = ……;
(- 2l) : (- 7) = ……; (-6x^4) : (-3x^2) = ……;
(- 38) : (- 7) = ……; (-24yz) : (-3yz) = ……;
(+45) : (-9) = ……; (-56m^2n) : (+7m^4n) = ……;
[(+ 6) . (-7)] : (+ 2) = ……; [(- 24 x) : (- 8x)] . (- 6x) = ……;

Completa le seguenti tabelle.

a	-2	+2	-1	+2	-10	-5	-1	-7	+8	-9
b	+1	-3	-2	-1	+11	-+1	-7	-2	-3	-4
a . b										

a	-2	+12	-6	+20	-10	-5	-21	-16	+8	-32
b	+1	-3	-2	-1	-5	+1	-7	-2	-4	+4
a : b										

e) L'elevazione a potenza.

Ricorda : $3 . 3 = 3^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$

Con i numeri interi capita la stessa cosa, facendo però molta attenzione ai segni!

$(+ 3) . (+3) = (+ 3)^{\cdots\cdots} = + \ldots\ldots\ldots$ E anche $(- 7) . (-7) = (- 7)^{\cdots\cdots} = + \ldots\ldots\ldots$

Ma attenzione : $(- 2) . (-2) . (-2) =(- 2)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$; $(- 1) . (- 1) . (- 1) = (- 1)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$;

$(- 4) . (-4) .(-4) = (- 4)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$; $(- 1) . (- 1) . (- 1) . (- 1) = (- 1)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$;

$(- x) . (-x) .(-x) = (- x)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$; $(- y) . (- y) . (- y) . (- y) = (- y)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$;

$(- 4x) . (-4x) .(-4x) = (- 4x)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$; $(- 2y) . (- 2y). (- 2y). (- 2y) = (- 2y)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots$;

...e ancora attenzione!

$(- 4x^2) . (- 4x^2) . (- 4x^2) = (- 4x^2)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$;

$(- 2y^3) . (- 2y^3) . (- 2y^3) . (- 2y^3) . = (- 2y^3) .^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots\ldots\ldots$;

Dunque: $(+5)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$; $(+4)^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$;

$(- 5)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$; $(- 4)^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$;

$(+ 3)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$; $(- 2)^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$;

Conclusione:

……

……

Osservazione:

$(-3)^2 = (- 3) . (-3) = +9$ ma $-3^2 = -3 . 3 = -9$; $(-1)^2 = (- 1) . (-1) = \ldots$ ma $-1^2 = -1 . 1 = \ldots\ldots$;

$(-2)^4 = (- 2) . (- 2) . (- 2) . (- 2) = \ldots\ldots\ldots$ ma $-2^4 = -2 . 2. 2. 2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$;

Calcola

$(-2)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$; $- 2^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$; $(- a)^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots$;

Completa la seguente tabella.

a	-2	-1	+2	-1	-3	-3	-4	-2	-3	-2
b	+1	+3	+2	+4	+2	+3	+2	+3	+2	+5
a^b										

Ricorda: $3^0 = \ldots\ldots\ldots$; con i numeri interi (in $\mathbb{Z}$) vale la stessa regola.

$(+3)^0 = \ldots\ldots\ldots$; $(-3)^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$; $+3^0 = \ldots\ldots\ldots$; $-3^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$; $-5^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$;

Calcola :

$(+7)^0 = \ldots\ldots\ldots$; $(-4)^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$; $+8^0 = \ldots\ldots\ldots$; $-9^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$; $-23^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$;

$(+a)^0 = \ldots\ldots\ldots$; $(-x)^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$; $+x^0 = \ldots\ldots\ldots$; $-x^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$; $-2. x^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$;

f) Le proprietà delle potenze con i numeri interi (in $\mathbb{Z}$).

Applicandole correttamente le operazioni fra potenze possono essere semplificate.

P R O P R I E T A `	Calcola:
Prodotto di potenze di <u>uguale base</u> $a^n \cdot a^p = a^{n+p}$	$(-3)^2 \cdot (-3)^3$ = ... $(-2)^3 \cdot (-2)^4$ = ... $(+10)^2 \cdot (+10)$ = ... $(+2)^3 \cdot (-2)^4$ = ... $(-2)^3 \cdot (+2)^4$ = ... $-5^2 \cdot (+5)^4$ = ...
Quoto di potenze di <u>uguale base</u> Se $n \geq p$ $a^n : a^p = a^{n-p}$ **Ricorda:** $a^0 = 1$ $(-7)^0$ = ...; -7^0 = ...	$(+2)^5 : (+2)^3$ = ... $(-8)^7 : (-8)^2$ = ... $(+8)^7 : (-8)^2$ = ... $(-8)^7 : (+8)^2$ = ... $(-8)^7 : (-8^2) : (+8)^3$ = ... $[(+3)^8 : (-3)^7] \cdot (+3)^2$ = ... $(+10)^5 : (-10)^5$ = ... $(-5)^6 : (+5)^4$ = ... $-5^6 : (+5)^4$ = ...
Potenza di una potenza $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$	$[(+2)^3]^4$ = ... $[(-3)^2]^4$ = ... $\{[(-10)^3]^4\}^5$ = ...
Prodotto di potenze con <u>esponenti uguali</u> $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$(-5)^2 \cdot (-3)^2$ = ... $(+3)^3 \cdot (-2)^3$ = ... $-2^3 \cdot (+3)^3$ = ... $-5^2 \cdot (-3)^2$ = ... $(-10)^3 \cdot (+5)^3$ = ... $(-7)^2 \cdot (+3)^2 \cdot (+5)^2$ = ...
Quoto di potenze con <u>esponenti uguali</u> $a^n : b^n = (a : b)^n$	$(-49)^3 : (+7)^3$ = ... $(+1'000)^2 : (-125)^2$ = ... $(-30)^4 : (-3)^4$ = ...

6) Espressioni numeriche in Z

7) Particolarità sul calcolo delle potenze.

a)