Prova comune SM Breganzona 2010

1) **Calcola**, svolgendo tutti i passaggi e senza calcolatrice, il valore delle seguenti espressioni numeriche in $\mathbb{R}$.

a) $2 - \frac{1}{1-\frac{1}{5}:\frac{2}{15}} =$ b) $\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}\right\}^{-4} =$ c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} =$

d) $\left\{\left[\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{1}{6}\right] : \left(1-\frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\right\} : \left(\frac{2}{5}-\frac{1}{4}\right) =$ e) $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{27}}{\sqrt{12}} =$

2) Risolvi, svolgendo tutti i passaggi e senza calcolatrice, le seguenti equazioni in $\mathbb{R}$.

a) $5 - \frac{x-2}{3} = \frac{1}{5}$ b) $-\frac{x}{x-3} = 4$ c) $\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\cdot(x-25) = \frac{7}{2}x$

3) Semplifica il più possibile le seguenti **espressioni letterali**.

a) $\left(-\frac{1}{3}x\right)\cdot\left(\frac{1}{3}x\right)^2\cdot(2xy)^2 + \left(\frac{3}{2}xy\right)^2\cdot(-4x^3) =$

b) $\left(\frac{3}{2}x-5\right)\cdot\left(\frac{3}{2}x+5\right) - \frac{9}{4}\cdot(x+1)^2 =$

4) Completa.

Sia x un generico numero naturale, determina:

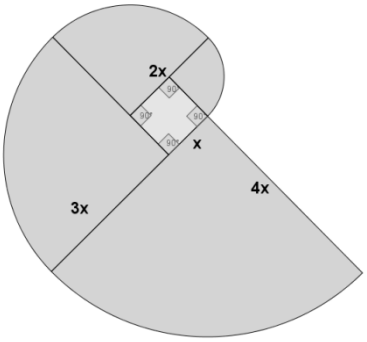
a) Il suo successivo. b) Il quadrato di x. A = ...

c) Il quadrato del successivo di x. B = ... d) Scrivi: B - A =

e) Calcola e semplifica il più possibile B – A =

f) È vero che B – A è sempre un numero dispari indipendentemente dal valore scelto in $\mathbb{N}$? Perché ?

5) Osserva e disegna la figura, noti che è composta da un quadrato di lato x (u) e da quattro settori circolari retti.



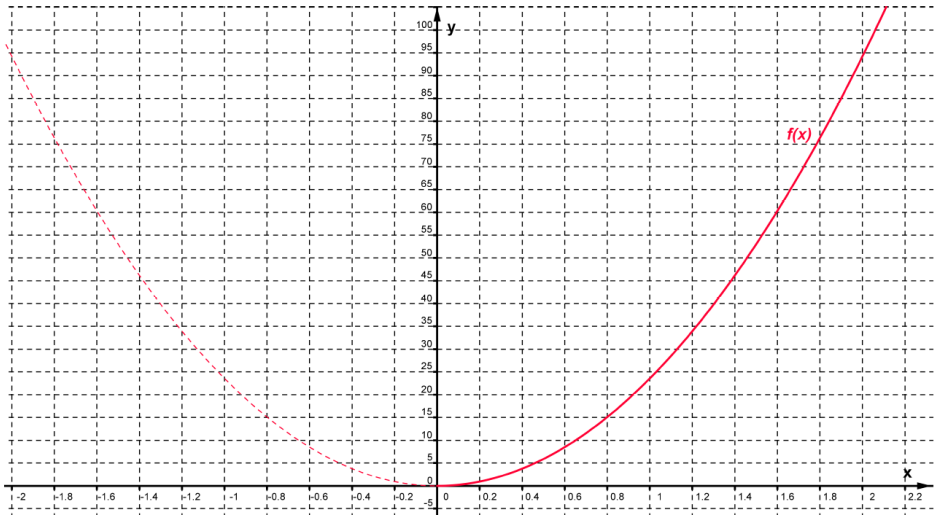
a) Esprimi in funzione di x e nella forma più semplice la somma delle aree dei quattro settori circolari.

b) Per quali valori di x la funzione ha senso?

c) La funzione reale f, che mette in relazione la misura del lato x con la somma delle aree dei quattro settori è espressa dalla seguente formula algebrica:

$x \longmapsto y = \frac{15}{2}\pi x^2$

Utilizzando il grafico, rispondi alle seguenti domande:



i) Se x = 2 (u) la somma delle aree dei quattro settori è 30π (u^2).
Indica sul grafico il punto P = $(2\,;\ 30\pi)$

ii) Se x = 0,8 (u), sul grafico si legge approssimativamente che f(x) = y = ……

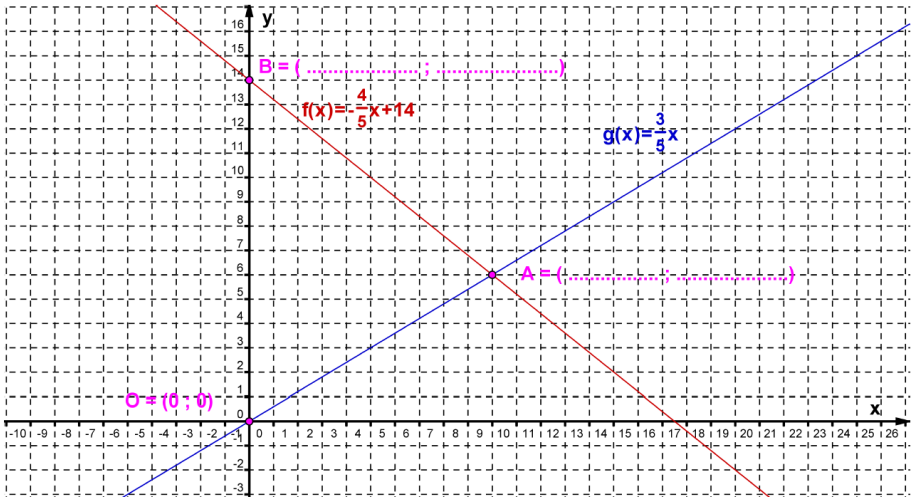
iii) Sul grafico si legge che se f(x) = 60 (u^2), esistono due valori x_1 e x_2 tali che
f (x_1) = f (x_2) = 60 ; $x_1 \cong \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ $x_2 \cong \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
Solo uno dei due valori può essere accettato. Quale? Perché ?

d) Verifica i tuoi risultati risolvendo l'esercizio con GeoGebra.

6) Funzioni.

Nel piano cartesiano sono rappresentate le funzioni reali f e g:

f : $x \mapsto y = -\frac{4}{5}x + 14$ e g : $x \mapsto y = \frac{3}{5}x$



a) Rappresenta la situazione sul piano cartesiano.

b) Siano A il punto d'intersezione tra il grafico delle due funzioni f e g, B il punto d'intersezione fra f e l'asse delle ordinate e O = (0;0) l'origine degli assi cartesiani.

c) Calcola :

i) $A = f \cap g$

ii) $B = f \cap OY$

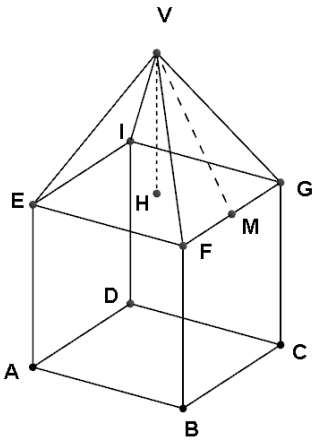
iii) L'area del triangolo OAB.

iv) Il perimetro del triangolo OAB

I risultati devo essere espressi in modo preciso con i radicali e con i valori approssimati ai centesimi.

d) Verifica i tuoi risultati risolvendo l'esercizio con GeoGebra.

7) Un solido è formato da un cubo di spigolo x (cm) sormontato da una piramide avente la base coincidente con una faccia del cubo e l'apotema isometrica allo spigolo del cubo. L'altezza della piramide misura $2\sqrt{3}$ (cm) .



a) Esegui lo schizzo del solido.

b) Calcola:

i) La misura dello spigolo del cubo. [4 (cm)]

ii) Il volume del solido, esprimendo il risultato in mm^2, approssimato all'intero. [8247 mm^2]

iii) L'area totale del solido. [96(cm^2)]

iv) Verifica i risultati con GeoGebra.