Esame d'ammissione alle scuole medie superiori

Matematica – Classe Prima agosto 2014

Sussidi ammessi:

- *calcolatrice tascabile senza CAS*
- *raccolta di formule*

Per ognuna delle sette richieste sono assegnati 12 punti.

Richiesta 1

Risolvere in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni.

1.1 $\dfrac{3}{x} = \dfrac{4}{5}$

1.2 $5 \cdot \left(x - \dfrac{1}{2} \right) - \left(2 + x \right) = 0$

1.3 $4x^2 + 4 = 8x$

1.4 $\dfrac{x}{x-1} = \dfrac{5}{x} + \dfrac{10+x}{x-1}$

Richiesta 2

Semplificare il più possibile le seguenti espressioni.

2.1 $\dfrac{9a - a^3}{a - 3}$

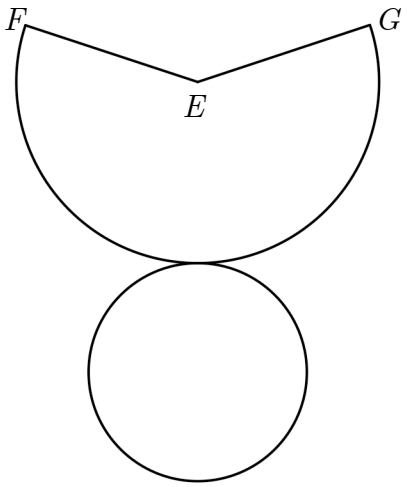
2.2 $\dfrac{16b^2 - 8b + 1}{8b - 2}$

2.3 $\dfrac{2}{x^2y^2} + \dfrac{1-x}{x^3y^2} - \dfrac{1+y}{x^2y^3}$

2.4 $\dfrac{x^2 + 2x}{x^2 + 4} \cdot \left(\dfrac{2}{x+2} - \dfrac{x}{x-2} \right)$

Richiesta 3

Nella figura a lato è rappresentato lo sviluppo di un cono circolare retto. Nel caso in cui il segmento EG misuri $15\ cm$ e l'arco FG misuri $18\pi\ cm$, calcolare il volume del cono.



Richiesta 4

Alcuni amici si trovano per un aperitivo. Se pagassero $9\ Fr$ a testa avanzerebbero $3\ Fr$ rispetto al conto presentato, mentre, se pagassero $8\ Fr$ a testa, mancherebbero $14\ Fr$.

Qual è l'ammontare del conto e quanti sono gli amici?

Richiesta 5

Il triangolo equilatero PQR è inscritto in una circonferenza di centro M e raggio $4\ cm$.

5.1 Fare uno schizzo della situazione e determinare l'ampiezza dell'angolo $P\hat{Q}M$ (indicare il procedimento).

5.2 Tenendo presente quanto ricavato in **5.1** determinare la distanza del centro M da ogni lato del triangolo PQR.

5.3 Determinare la misura dei lati del triangolo PQR.

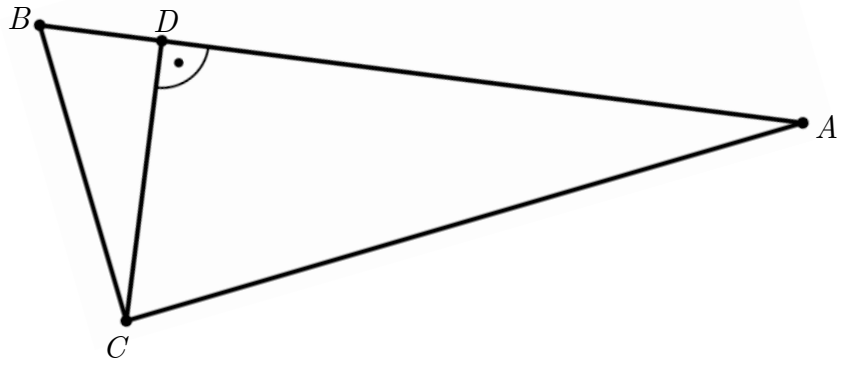
Richiesta 6

Nella figura è rappresentato il triangolo rettangolo ABC (vertice dell'angolo retto in C).

Si tenga presente che i triangoli ABC, BCD e CDA sono simili tra loro.

6.1 Giustificare perché i triangoli ABC e BCD sono simili.

6.2 Determinare l'area del triangolo BCD nel caso in cui la lunghezza di AC sia $6\ cm$ e quella di CD sia $3{,}6\ cm$.



Richiesta 7

Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto f(x) = -\frac{2}{3}x + 1$ e il suo grafico rappresentato nel piano rispetto a un riferimento catesiano Oxy con la stessa unità per gli assi.

7.1 Determinare $a,b \in \mathbb{R}$ in modo che i punti $A(a;-3)$ e $B(2;b)$ appartengano al grafico della funzione f.

7.2 Il grafico della funzione f interseca l'asse Ox nel punto C e l'asse Oy nel punto D. Determinare le coordinate di C e D.

7.3 Il punto E appartiene al grafico della funzione f e la sua ascissa è $x_E = -12$. Determinare la distanza del punto E dall'origine O del sistema di riferimento.

7.4 Il punto S appartiene al grafico della funzione f e le sue coordinate sono uguali tra di loro. Determinare le coordinate di S.

Soluzioni

Richiesta 1

1.1 $S = \left\{\frac{15}{4}\right\}$

1.2 $S = \left\{\frac{9}{8}\right\}$

1.3 $S = \{1\}$

1.4 $S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

Richiesta 2

2.1 $-a(3+a)$

2.2 $\frac{4b-1}{2}$

2.3 $\frac{y-x}{x^3y^3}$

2.4 $\frac{-x}{x-2} = \frac{x}{2-x}$

Richiesta 3

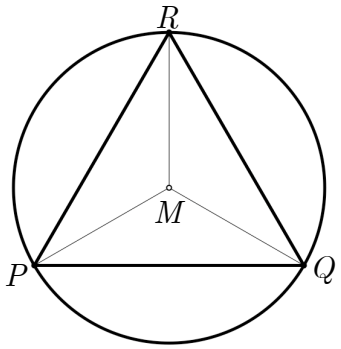
$324\pi \approx 1018\ cm^3$

Richiesta 4

17 amici per un conto di $150\ Fr$

Richiesta 5

5.1 $P\hat{M}Q = 120° \Rightarrow P\hat{Q}M = 30°$



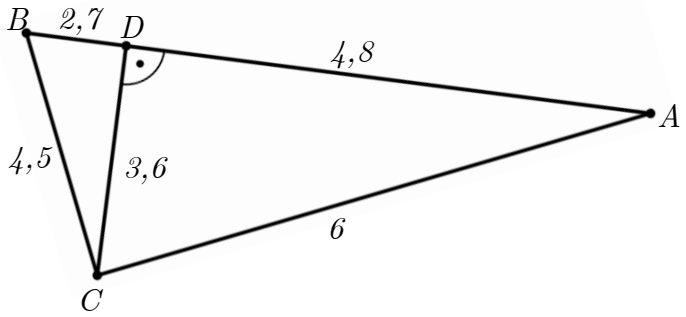
5.2 $2\ cm$

5.3 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3} \approx 6{,}93\ cm$

Richiesta 6

6.1 Un angolo retto per entrambi e l'angolo $\hat{B}$ in comune

6.2 $A = 4{,}86\ cm^2$



Richiesta 7

7.1 $A(6;-3)$ $B\left(2;-\frac{1}{3}\right)$

7.2 $C\left(\frac{3}{2};0\right)$ $D(0;1)$

7.3 Distanza: $15u$

7.4 $S\left(\frac{3}{5};\frac{3}{5}\right)$