Esame d'ammissione alle scuole medie superiori

Matematica – Classe Prima agosto 2012

Sussidi ammessi;

- *calcolatrice tascabile senza CAS*
- *raccolta di formule*

Per ognuno dei sette problemi sono assegnati 12 punti.
Nota 4 con 35 punti, nota 6 con 70 punti

Richiesta 1

1.1 Calcolare, con la calcolatrice, il risultato della seguente espressione indicando il suo arrotondamento con 4 cifre decimali:

$$\frac{45{,}145 : \left(89{,}22 + 6{,}291^2\right)}{\sqrt{672{,}44} - 12{,}277}$$

1.2 Calcolare il risultato della seguente espressione esprimendolo in forma di frazione ridotta ai minimi termini:

$$\left[\left(\frac{5}{12} - \frac{1}{15}\right) : \frac{7}{8}\right] \cdot \frac{21}{56} + \frac{5}{12}$$

1.3 Semplificare il più possibile le seguenti espressioni letterali:

1.3.1 $5xy + \dfrac{1}{y^{-2}} - \left[3xy - \left(-y^2 - xy\right)\right]$

1.3.2 $\dfrac{a^2 + b^2 - 2ab}{b^2 - a^2}$

Richiesta 2

2.1 Risolvere in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni:

2.1.1 $\dfrac{4}{3x} + \dfrac{3}{5x} - \dfrac{2}{x} = \dfrac{1}{12}$

2.1.2 $\dfrac{\left(x^2 + 4x + 4\right) \cdot \left(x^2 - 16\right)}{4 - x} = 0$

2.2 Sapendo che $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{x}{g}}$, ricavare x in funzione di g, T e π.

2.3 Sapendo che $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{f_1} + \dfrac{1}{f_2}$, ricavare f in funzione di f_1 e f_2.

Richiesta 3

3.1 I *2/5* della superficie di un terreno sono coltivati, un terzo è prato mentre il rimanente è occupato da vigneto. Qual è l'area del terreno, in ettari, sapendo che la parte coltivata supera di *7'500 m^2* la parte di prato *(1 ettaro = 10'000 m^2)*.

3.2 Il Signor Bianchi vorrebbe acquistare una nuova affettatrice. Può acquistare il suo modello preferito in un negozio ad un prezzo di *399 Fr* o ordinarlo in internet al prezzo di *263 Fr*.
Determinare, in percentuale, quanto risparmierebbe con l'acquisto via internet.

Richiesta 4

Determinare quattro numeri interi relativi consecutivi tali che la somma dei quadrati del minore e del maggiore sia uguale al prodotto degli altri due aumentato del quadrato del consecutivo del minore.

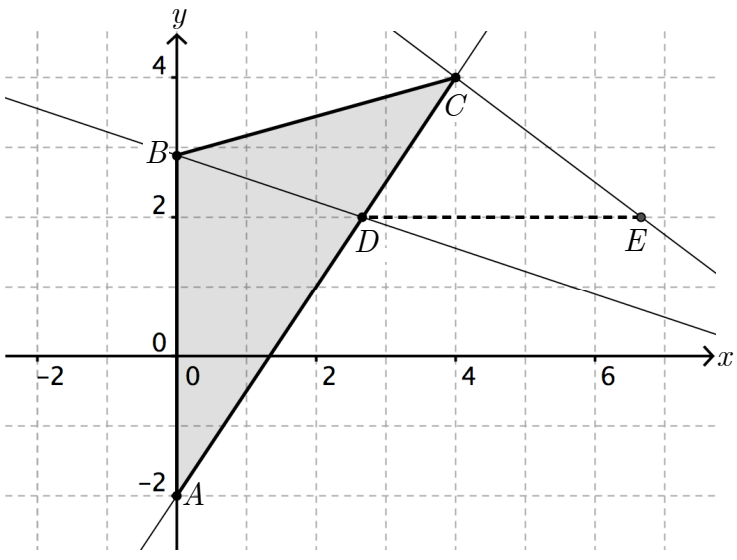
Richiesta 5

Nella figura a lato sono rappresentati, rispetto a un riferimento cartesiano di unità *1 [u]* per entrambi gli assi, i grafici delle tre funzioni reali f, g, h, così definite:

$$f : x \mapsto f\left(x\right) = -\frac{3}{4}x + 7$$

$$g : x \mapsto g\left(x\right) = -\frac{1}{3}x + \frac{26}{9}$$

$$h : x \mapsto h\left(x\right) = mx + q$$



Sappiamo inoltre che *A(0;-2)* e *C(4;4)*.

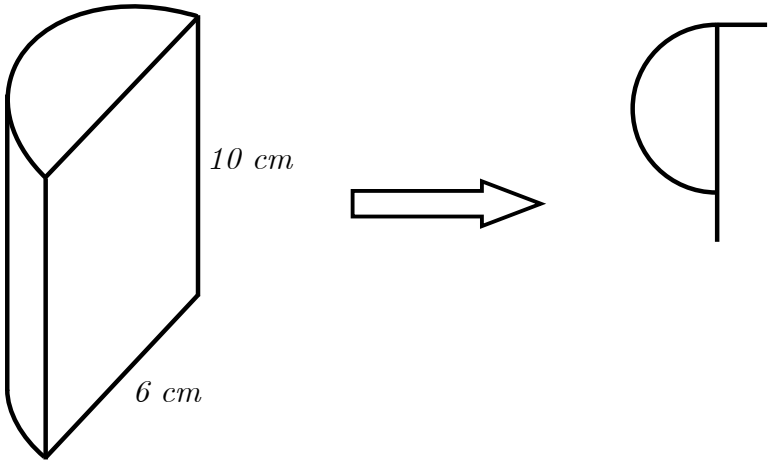
5.1 Determinare m e q.

5.2 Determinare l'area del triangolo ABC.

5.3 Determinare la misura del segmento DE dove i punti D e E hanno entrambi ordinata *2*.

Richiesta 6

Sotto sono rappresentati gli schizzi di un "mezzo cilindro" con indicate le relative dimensioni reali e solo parte del suo sviluppo.



6.1 Completare lo schizzo dello sviluppo del "mezzo cilindro" (lo sviluppo deve permettere, tramite piegatura e non ritaglio, di costruire il solido).

6.2 Stabilire, con opportuni calcoli, se è possibile, su un foglio rettangolare di dimensioni $14\ cm \times 16{,}5\ cm$, disegnare in grandezza reale lo sviluppo del "mezzo cilindro".

Richiesta 7

Si consideri una circonferenza $\mathscr{C}$ di centro M e diametro AB.
Sia CD una corda della circonferenza che interseca perpendicolarmente AB in un punto E diverso da M.
Le rette tangenti alla circonferenza in C e in D si intersecano in un punto L.

7.1 Rappresentare la situazione con uno schizzo.

7.2 Perché i triangoli MLD e MEC sono simili ?

7.3 Nel caso in cui il raggio della circonferenza $\mathscr{C}$ sia $10\ cm$ e la lunghezza di CD sia $16\ cm$ determinare a quale distanza si trova il punto L dal centro M.

Soluzioni

Richiesta 1

1.1 $\sim 0{,}0257$

1.2 $\frac{17}{30}$

1.3.1 xy

1.3.2 $\frac{b-a}{b+a}$

Richiesta 2

2.1.1 $S = \left\{-\frac{4}{5}\right\}$

2.1.2 $S = \{-4\,;-2\}$

2.2 $x = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

2.3 $f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$

Richiesta 3

3.1 *11,25 ettari*

3.2 $\sim 34{,}1\%$

Richiesta 4

-6, -5, -4, -3

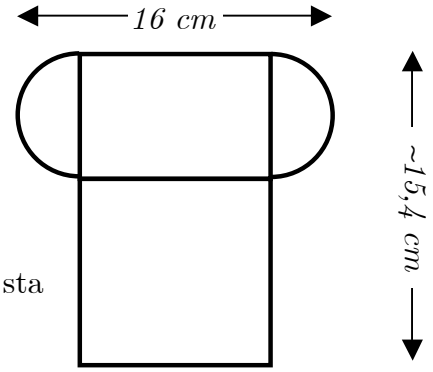
Richiesta 5

5.1 $m = \frac{3}{2}$, $q = -2$

5.2 $9{,}\overline{7}\ u^2$

5.3 *4 u*

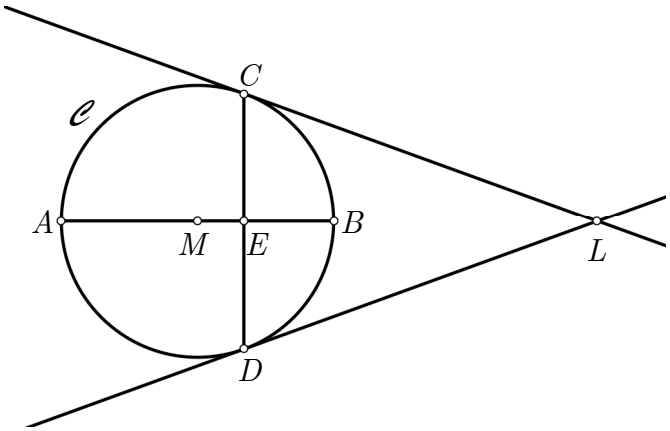
Richiesta 6



Non ci sta

Richiesta 7

7.1



7.2 Criterio *AAA*

7.3 $16{,}\overline{6}$ *cm*

Punteggi

Richiesta 1	***1.1***	***1.2***	***1.3.1***	***1.3.2***
	2 punti	*2 punti*	*4 punti*	*4 punti*

Richiesta 2	***2.1.1***	***2.1.2***	***2.2***	***2.3***
	3 punti	*3 punti*	*3 punti*	*3 punti*

Richiesta 3	***3.1***	***3.2***
	8 punti	*4 punti*

Richiesta 4	*12 punti*	*(2 punti per dichiarare i quattro numeri consecutivi, 5 punti per la messa in equazione, 4 punti per la risoluzione e 1 punto per la conclusione)*

Richiesta 5	***5.1***	***5.2***	***5.3***
	4 punti	*4 punti*	*4 punti*

Richiesta 6	***6.1***	***6.2***
	6 punti	*6 punti*

Richiesta 7	***7.1***	***7.2***	***7.3***
	4 punti	*2 punti*	*6 punti*

Note

Punti	*[1;5]*	*[6;12]*	*[13;19]*	*[20;26]*	*[27;34]*	*[35;42]*	*[43;52]*	*[53;61]*	*[62;69]*	*[70;84]*
Nota	*1½*	*2*	*2½*	*3*	*3½*	*4*	*4½*	*5*	*5½*	*6*