PROVA CANTONALE: MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE

PRIMA PARTE *100 minuti*

ESERCIZIO 1 Risolvere in **R**:

1.1 $\dfrac{x^2+4x}{x+3} = 1+2x-\dfrac{3}{x+3}$

1.2 $(x-5)^2 = 25$

1.3 $x^2+5 \geq 0$

1.4 $\begin{cases} 3x+1 > 8+x \\ -2(x+1) < 3x-9 \end{cases}$

ESERCIZIO 2 Sono date le funzioni

$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}\,,\ x \mapsto y = 2x-4$

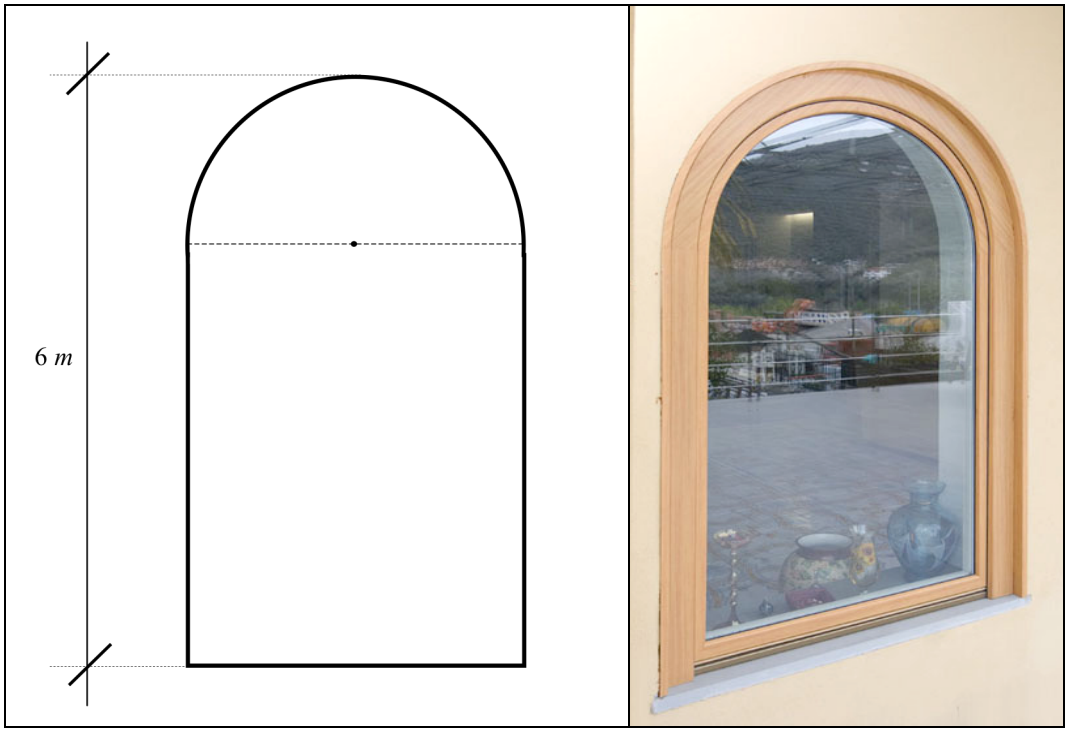
$g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}\,,\ x \mapsto y = \dfrac{2}{3}x-12$

2.1 Rappresentare, su un foglio quadrettato, i grafici delle funzioni f e g rispetto a uno stesso sistema di riferimento cartesiano (unità: lato di un quadretto).

2.2 Determinare area e perimetro del quadrilatero situato nel quarto quadrante, delimitato dai grafici delle due funzioni e dagli assi cartesiani (sono richiesti valori non approssimati).

2.3 Determinare una possibile forma algebrica della funzione reale h che ha per grafico la retta passante per $P(-11;4)$ e per il punto d'intersezione dei grafici di f e g.

ESERCIZIO 3 Si consideri una finestra la cui forma è composta da un rettangolo e da un semicerchio avente per diametro un lato del rettangolo, come mostrato nella figura sottostante.



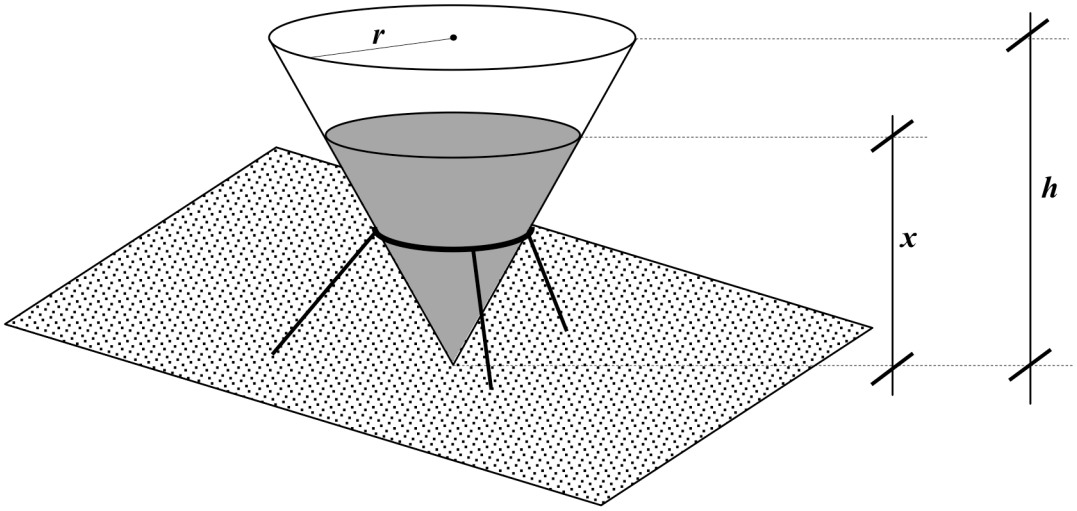
L'altezza della finestra è 6 *m*. L'area della parte rettangolare è 18 m^2.
Calcolare l'area della finestra.

ESERCIZIO 4

4.1 L'imposta sul valore aggiunto (detta IVA) è incassata dalla Confederazione.
Nel caso del settore alberghiero si tratta di un importo pari al 3,6% di quanto vuole incassare un albergatore quando affitta una camera. Per esempio, se l'albergatore volesse incassare 100 franchi per un soggiorno, dovrebbe far pagare al cliente 103,6 franchi.
Se un cliente dell'albergo Belvedere paga 174 franchi, IVA inclusa, a quanto ammonta l'IVA incassata dalla Confederazione? (Approssimare al centesimo).

4.2 Una popolazione di 1000 stelle marine, presente in una zona di mare, aumenta del 20% ogni anno. Di quanto aumenta, in percentuale, ogni due anni?

ESERCIZIO 5 Si consideri un recipiente con l'interno a forma di cono circolare retto di raggio $r = 12\ cm$ e altezza $h = 9\ cm$. Nel recipiente è contenuto un liquido come indicato nella figura.

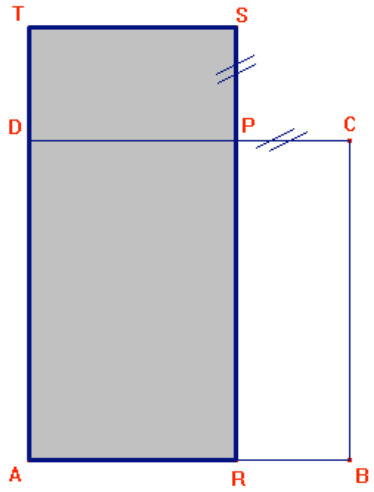


5.1 Nel caso in cui l'altezza x del liquido è un quinto dell'altezza del recipiente conico, qual è il rapporto fra il volume del liquido e il volume interno (capacità) del recipiente?

5.2 Nel caso in cui l'altezza x del liquido è un terzo dell'altezza h, quant'è l'area della superficie del recipiente bagnata dal liquido?

SECONDA PARTE *50 minuti*

ESERCIZIO 6 Nella figura sottostante sono rappresentati il quadrato ABCD e il rettangolo ARST. Si sa che $|PC| = |PS|$.



Si supponga che il lato del quadrato ABCD misuri 10 cm.

6.1 Se la lunghezza del segmento PC è la metà della lunghezza della diagonale del quadrato ABCD, quant'è l'area del rettangolo ARST?

6.2 Sia $x = |PC|$.
Quali valori può assumere x? Determinare una possibile forma algebrica della funzione f che a ogni valore di x associa l'area del rettangolo ARST.

6.3 Rappresentare sul foglio allegato il grafico della funzione f determinata in 6.2 rispetto al sistema di riferimento cartesiano dato.

6.4 Utilizzando il grafico di f rappresentato in 6.3, stimare il valore di $x = |PC|$ per il quale l'area del rettangolo ARST è un quarto dell'area del quadrato ABCD.

6.5 Determinare una possibile forma algebrica della funzione g che a ogni valore di $x = |PC|$ associa l'area del rettangolo PRBC. Rappresentare il grafico di g rispetto allo stesso sistema di riferimento utilizzato in 6.3.

6.6 Si vuole determinare il valore di $x = |PC|$ affinché l'area del rettangolo ARST sia uguale all'area del rettangolo PRBC.

a) Dedurre dal grafico una stima del valore di x.
b) Il valore cercato è soluzione dell'equazione $x^2 + 10x - 100 = 0$. Spiegare perché.
c) Verificare che $x = 5\sqrt{5} - 5$ è soluzione dell'equazione $x^2 + 10x - 100 = 0$.