









Il Cerchio – la circonferenza. (Teoria 63 - 65; Esercizi 129 – 138)

0) Definizione.

Determina l'insieme di tutti i punti distanti 2 cm dal punto O. Cosa ottieni?

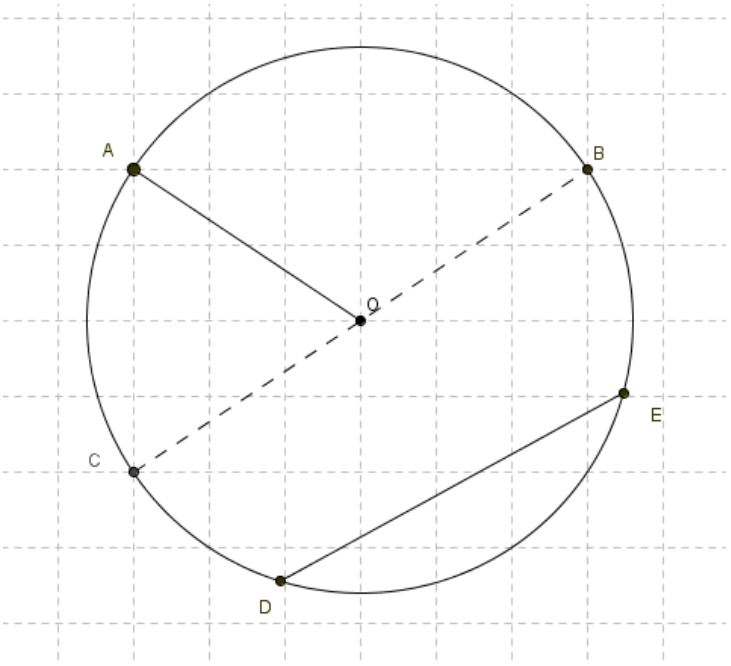
Determina l'insieme di tutti i punti distanti 3 cm dal punto K. Cosa ottieni?

. O

. K

La figura che ottieni è un .....

1) Le parti del cerchio.



Il punto O è il centro del cerchio.

$\overline{AO}$ è il raggio **r** del cerchio.

$\overline{BC}$ è il diametro **d** del cerchio.

Noti che d = ...r dunque r = ...d

di conseguenza in tutti i cerchi il rapporto tra il diametro e il raggio è

$\frac{d}{r}$ = ... rapporto inverso

$\overline{DE}$ è la corda.

DF è detto arco di circonferenza.

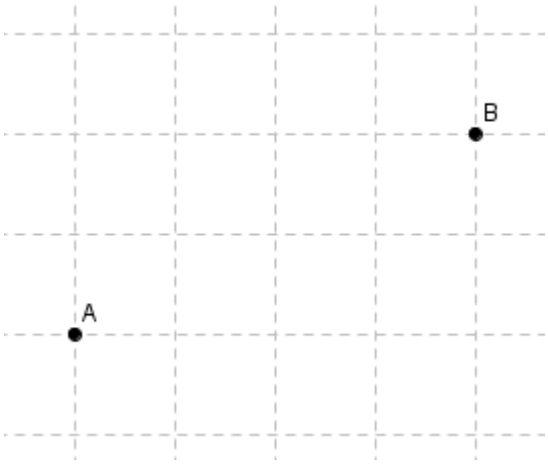
2) Costruzione d'una o più circonferenze passanti per:

a) un punto D.

• D

Conclusione? .....

b) Due punti A e B.



Conclusione?

.....

.....

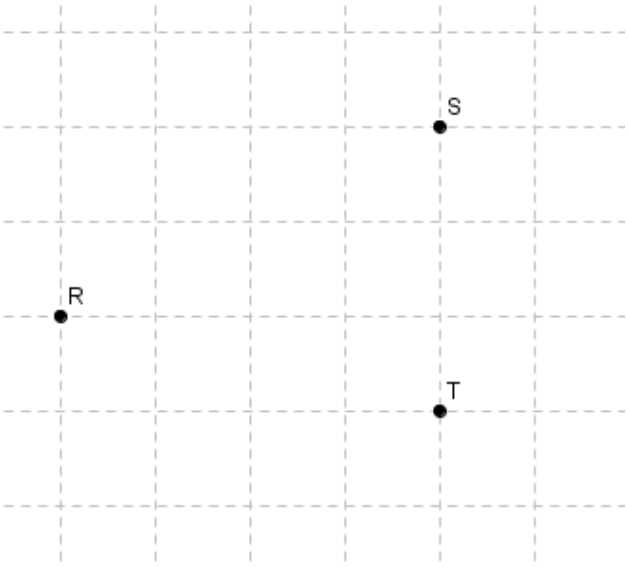
.....

.....

.....

.....

c) Tre punti R; S; T.



Conclusione?

.....

.....

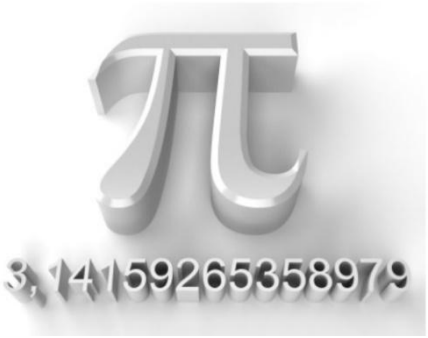
.....

.....

.....

.....

3) Un rapporto importantissimo ed interessantissimo.



π : Questa lettera dell'alfabeto greco, si legge pi greco, rappresenta il rapporto tre la lunghezza della circonferenza e quella del diametro di un cerchio. Scoperto fino dai tempi dei Babilonesi e divulgato da Eulero (?), non è ancora tutt'oggi definito in modo preciso; ha un numero infinito di cifre dopo la virgola ed è un numero trascendente.



Viene festeggiato chiaramente il .....

.....

Sulla calcolatrice Casio fx 85:

Seleziona 

prima e 

poi sul display leggerai :.....

per vedere la forma decimale, basterà premere il tasto 

: .....

Calcola, approssimando ai centesimi:3π = ...;7,5 π = ...;

$\frac{2}{5}\pi$ = ...;

Come vedi **π** , viene considerato come una lettera nel calcolo algebrico.

Osservazione: Nei problemi scriverai i due risultati, quello esatto con π es. 5π e quello approssimato al valore richiesto in decimali: es. 5π = 15,71

4) La lunghezza della circonferenza.

Avendo visto che **d = 2r** e che $\pi = \frac{C}{d}$ dove C = circonferenza,

d = diametro e r = raggio possiamo calcolare che:

$C = d \cdot \pi$ oppure $C = 2r\,\pi$ formule inverse $d = \frac{C}{\pi}$; $r = \frac{C}{2\pi}$

Esempi:

a) Calcola la lunghezza di una circonferenza di raggio 7,2 cm.

b) La ruota della mia bicicletta ha un diametro di 71, 12 cm, con una pedalata quanti metri percorro? Sapendo che un giretto del lago è di 50 km, quante pedalate avrò compiuto?

c) Una circonferenza misura 5 π cm. Calcola la misura del suo raggio.

5) L'area di un cerchio.

Un cerchio può essere considerato un poligono regolare con un numero infinito di lati; dunque, la sua area la calcolo nel seguente modo:

$A = \frac{\text{Perimetro} \cdot \text{apotema}}{2}$ Perimetro del cerchio è la misura della circonferenza e l'apotema corrisponde al ..... del cerchio dunque:

$A = \frac{\text{Circonferenza} \cdot \text{raggio}}{2} = \frac{2r\pi \cdot r}{2} = \frac{2 \cdot r^2 \cdot \pi}{2} =$ semplificando i 2 ottieni:

$A = r^2\pi$ formula inversa $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

6) Esempi:

a) Calcola l'area di un cerchio avente il raggio r = 7,2 cm. [A = 51,84 π cm^2;≅ 162,9 cm^2]

b) Calcola il perimetro e l'area di un cerchio avente il diametro di 236 mm.

c) Disegna una circonferenza di raggio **r** scelto a tuo piacimento, e il quadrato avente come lato il raggio stesso del cerchio. Calcola il rapporto tra l'area del cerchio e l'area del quadrato. Cosa noti?

d) Completa la tabella relative alle circonferenze 1,2, 3, 4, 5.

Circonferenza	raggio r	Diametro d	Circonferenza C	Area A
1	5cm			
2		7 cm		
3			28π cm	
4			21,98 cm	
5				324π cm^2

e) Un quadrato è circoscritto ad una circonferenza. Sapendo che l'area del cerchio è di 625π cm^2, calcola area e perimetro del quadrato. [r = 25cm; A = 2500 cm^2; P = 200 cm]

f) Disegna un ettagono (nf. 1,038) avente il lato di 4 cm e le rispettive circonferenze circoscritte e inscritte al poligono, calcola:

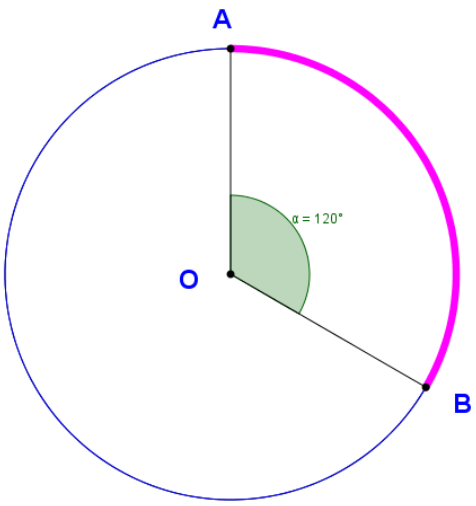
i) L'area compresa tra la circonferenza circoscritta e il poligono.

ii) L'area compresa tra il poligono e la circonferenza inscritta.

7) La corona circolare.

Disegna due circonferenze concentriche aventi il raggio rispettivamente di **R = 5** cm e r = 3 cm. Calcola l'area compresa tra le due circonferenze.

8) Arco di cerchio.



È la parte di circonferenza delimitata da due punti. L'arco AB.

Sapendo che **r = 4 u** calcola la lunghezza dell'arco AB.

Devo considerare il rapporto tra l'angolo al centro α e l'angolo giro di 360°.

L'arco sarà $\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} . 2r\pi$ dunque :

.....

.....

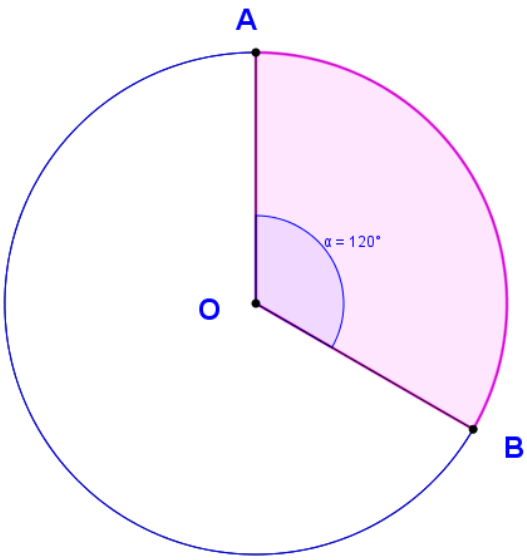
.....

.....

.....

9) Settore circolare.

Svolgo lo stesso ragionamento che abbiamo svolto con l'arco, ma prendo in considerazione l'area del cerchio, dunque:



Il settore circolare AOB.

Sapendo che r = 4 u calcola l'area del settore circolare. A

Devo considerare il rapporto tra l'angolo al centro α e l'angolo giro di 360°.

L'arco sarà $\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} . r^2\pi$ dunque :

.....

.....

.....

.....

.....

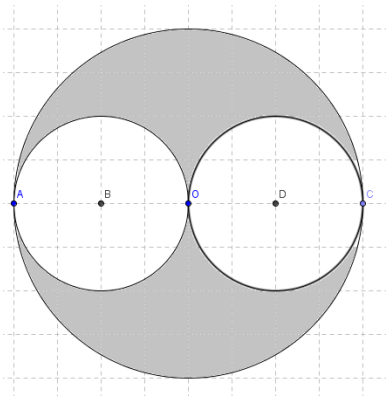
10) Esercizi:

a) Un arco insiste su un angolo al centro di 30°, se il raggio della circonferenza misura 9 cm, quanto è lungo l'arco? **[1,5 π cm]**

b) Un settore circolare ha l'area di 9 π cm^2, il cerchio a cui appartiene ha l'area di 36 π cm^2, quanto è ampio l'angolo al centro corrispondente a quel settore? **[90°]**

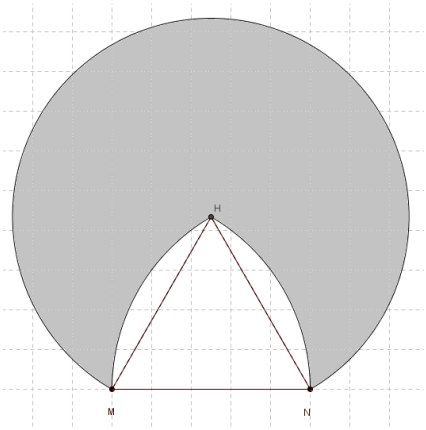
c) Per ogni affermazione metti una croce su V (vero) o F (falso), verificando con un disegno la tua conclusione.

	V	F
• In un quadrato inscritto ad una circonferenza il lato è uguale al diametro.	❑	❑
• In un quadrato circoscritto ad una circonferenza il lato è uguale al diametro.	❑	❑
• L'apotema di un esagono regolare coincide con il raggio della circonferenza inscritta.	❑	❑
• In un rettangolo inscritto in una circonferenza la diagonale coincide con il diametro.	❑	❑

d) 

Dopo aver rappresentato la situazione sul tuo foglio, calcola area e perimetro della parte colorata sapendo che $|AC| = 8$ u e che $|AB| = |BO| = |OD| = |OC| = 2$ u [😉]

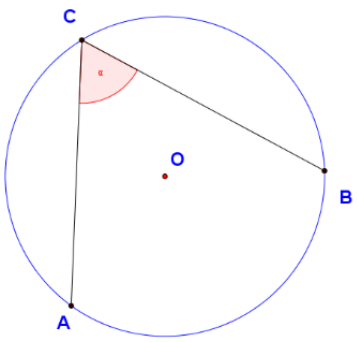
e) Dato il triangolo equilatero MNH, di lato 5 cm , dopo aver costruito la figura sul tuo foglio , calcola l'area della figura colorata. [ ]



11) Angolo al centro – angolo alla circonferenza.

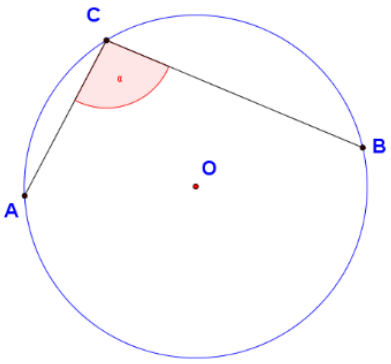
In ognuno dei seguenti esempi è rappresentato **un angolo alla circonferenza** (con il vertice sulla circonferenza) **α**, disegna **l'angolo al centro** (con il vertice sul centro della circonferenza) **β**, e misuralo. Che relazione esiste tra i due angoli?

a)



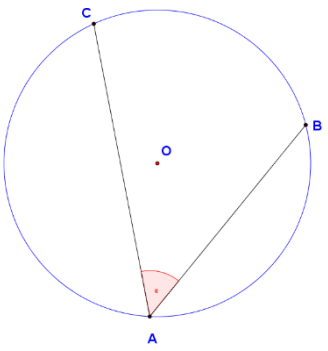
α = 64 °; β =.....

b)



α = 95 °; β = ...

c)

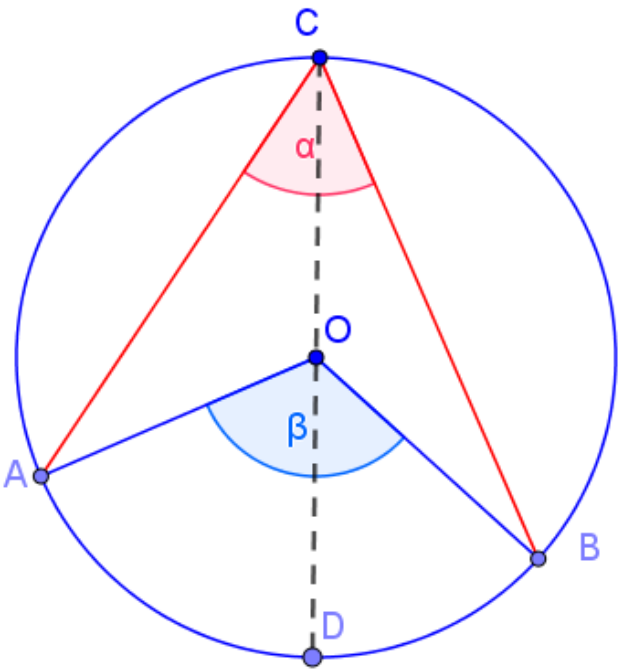


α = 50 °; β =.....

Conclusione: .....

.....

.....



L'angolo AOB è detto angolo al centro poiché il vertice corrisponde al centro della circonferenza, mentre l'angolo ACB è detto angolo alla ....., poiché giace sulla circonferenza.
Saresti in grado di trovare la relazione esistente tra i due angoli?

.....

.....

.....

.....

.....

Dunque, in ogni circonferenza l'angolo al **centro** è .....

.....dell'angolo alla **circonferenza**.

Dimostrazione:

Ricorda:
La somma degli angoli interni d'un triangolo è:

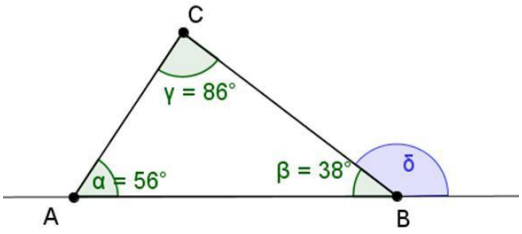
.....

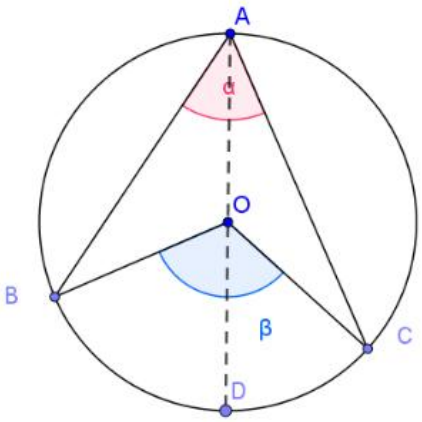
La misura dell'angolo esterno corrisponde

.....

.....

.....





.....

.....

.....

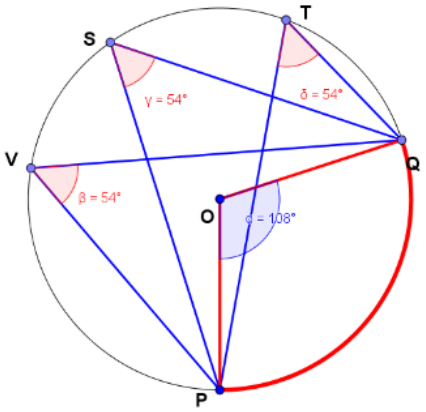
.....

.....

.....

.....

Conseguenza 1: Angoli alla circonferenza che insistono su uno stesso arco sono congruenti. Saresti in grado di motivare?



.....

.....

.....

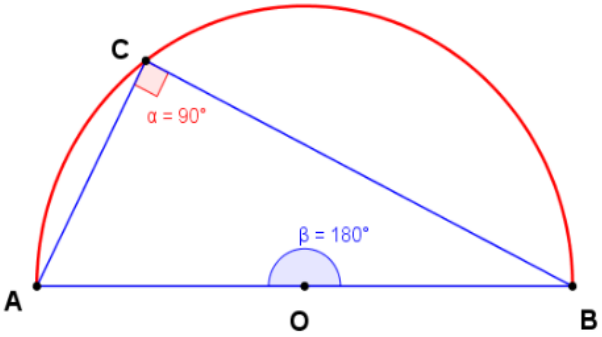
.....

.....

.....

Conseguenza 2: È vero che tutti i triangoli inscritti in una semicirconferenza sono.....?

Saresti in grado di motivare?



.....

.....

.....

.....

.....

.....

Esempi.

Nella figura i punti A, B e C appartengono alla circonferenza di centro O. Determina, con il calcolo e giustificando, la misura degli angoli del triangolo ABC, sapendo che $|A\hat{O}C| = 50°$ e $|B\hat{O}C| = 150°$

.....

.....

.....

.....

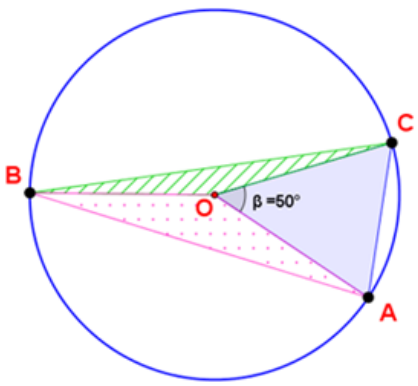
.....

.....

.....

.....

.....



Prova, a rappresentare la situazione sul tuo foglio.

12) Esercizi - applicazioni.

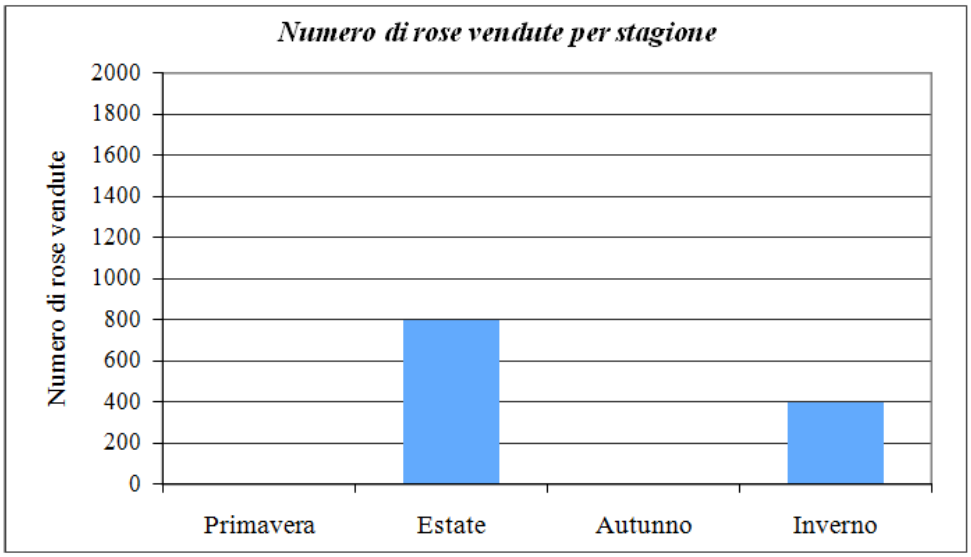
1) Areogrammi.

a) Rappresenta con un aerogramma i ragazzi e le ragazze della classe.

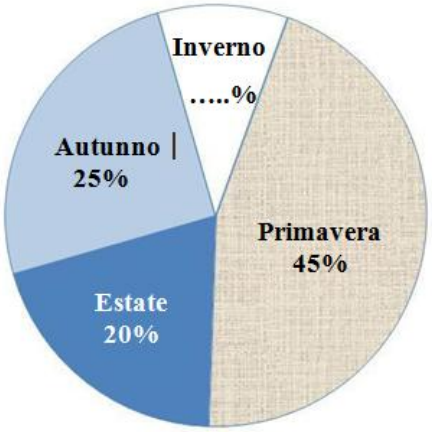
b) Completa la seguente tabella e rappresenta la situazione con un aerogramma:

Lingua	Popolazione	Parte	Decimale	Percentuale	Angolo
Tedesco	4 640 359				
Francese	1 485 056				
Italiano	470 961				
Romancio	35 095				
Altre	656 539				
Totale					

2) **Le due rappresentazioni grafiche** seguenti si riferiscono alla stessa situazione: la vendita di rose effettuate da un fioraio in un anno. Entrambe sono incomplete.



Vendita di rose (suddivisione percentuale)



a) Rappresenta i dati con una tabella, inserendo quantità, parte, percentuale e angolo.

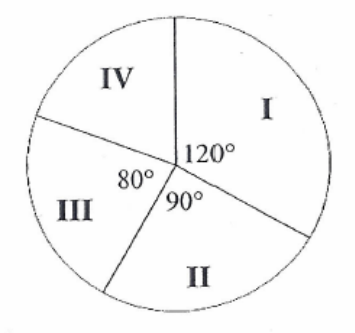
b) Rappresenta i due grafici sul tuo foglio.

c) Completare l'aerogramma con la percentuale mancante (inverno).

d) Calcolare il numero di rose vendute dal fioraio in un anno.

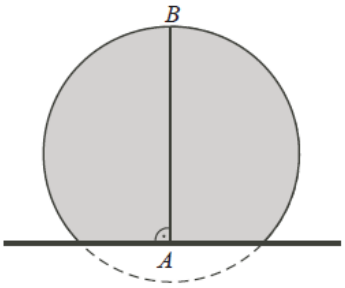
e) Completare l'istogramma con i rettangoli mancanti (primavera e autunno)

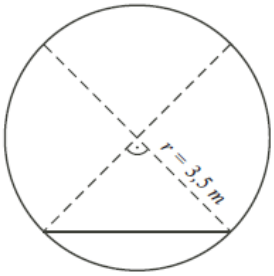
3) Nel seguente diagramma a settori circolari è rappresentata la distribuzione degli allievi per sezione in una sede di scuola media (oltre alle sezioni I, II, III e IV sono indicate le ampiezze 120°, 90°, 80° di tre dei quattro settori).



a) Rappresenta l'aerogramma.
b) Calcola la percentuale degli allievi di IV Media.
c) Sapendo che gli allievi di prima (I) sono 132, calcolare quanti allievi ci sono in tutto in quella scuola e quanti ce ne sono in ogni sezione.

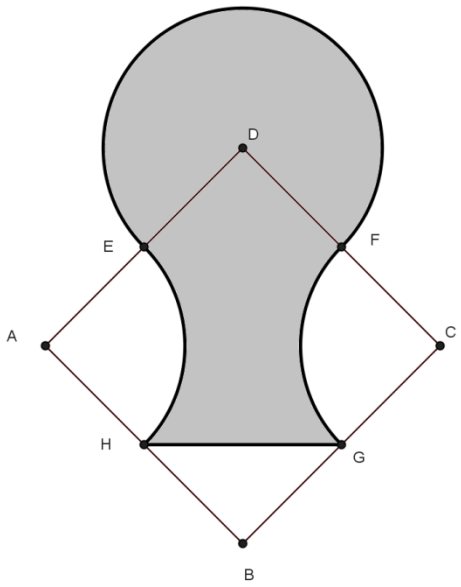
4) Sotto, nella figura a sinistra, è rappresentata schematicamente la sezione di un tunnel ferroviario (parte grigia) ottenuta a partire da un cerchio di diametro 7 m, nel modo illustrato nella figura di destra.





a) Rappresenta la situazione sul tuo foglio.
b) Calcola l'area della sezione del tunnel (parte grigia).
c) Trova la lunghezza del segmento AB, sapendo che AB passa per il centro del cerchio.

5) Data la seguente figura, essa è formata da un quadrato ABCD di lato $|AB| = 4\,u$; E, F, G e H sono i punti medi dei lati del quadrato. Gli archi EF; FG; HE sono generati da circonferenze aventi il centro rispettivamente in D; C e A.



a) Ridisegna una figura simile sul tuo foglio.
b) Calcola la misura di HG. (Ragiona!)
c) Calcola l'area della figura colorata.
d) Calcola il perimetro della figura colorata.
Attenzione all'unità di misura!