Equazioni. **BM:** teoria pag. 27 -29; pag. 86 – 90 ; esercizi 60 – 88.
LM: Cap. 6 pag. 285 - 296.
Esercizi: pag. 297 - 312; Problemi: pag. 312 – 327

1) Dalla seconda con i numeri Interi $\mathbb{Z}$:

Risolvi le seguenti equazioni nell'insieme dei numeri Interi ($\mathbb{Z}$), specificando l'insieme soluzione ed effettuando la verifica. Quali conclusioni puoi trarre? Quali sono i principi che ti permettono di risolvere un'equazione?

a) $x + 15 = 7$ **b)** $7 = 2x + 15$ **c)** $8 = 2x + 15$

d) $2x = 5(x + 3)$ **e)** $2x + 3 = 5x - 9$

f) $2x + 2 = 2x - 3$ **g)** $6x + 12 = 2\,(6 + 3x)$

h) $6x + 17 = 2\ (\ 6 + 3x)$ **i)** $3(y - 4) - 4(y - 3) = y + 3 - (y - 2)$

Le equazioni servono per risolvere dei problemi, trasformando una proposizione in espressione algebrica.

Esempi.

1) Ad un numero aggiungo il suo doppio, ottengo 135. Calcola il numero.

Scelgo l'incognita: ..... Metto in equazione .....

.....

Risolvo:

.....

.....

Metto la risposta al problema:

.....

2) Calcola tre numeri consecutivi, sapendo che la loro somma è 96.

[31;32;33]

3) Carletto è un bambino molto goloso. Per il suo compleanno ha ricevuto in regalo una scatola con 28 caramelle. Ogni giorno ne mangia il doppio del giorno precedente. In tre giorni Carletto le ha mangiate tutte. Quante caramelle mangia ogni giorno? [...;...;16]

4) Penso un numero intero, lo moltiplico per 3, sottraggo 11, divido per 4, aggiungo 7 e ritrovo il numero di partenza! Quale numero hai pensato? [17]

5) Dobbiamo ripartire la somma di 2000 CHF fra tre persone, in modo che la prima abbia 100 CHF più della seconda e la seconda 200 CHF più della terza. Trova le tre somme. [.....;...;500]

6) Ho delle caramelle che voglio distribuire in parti uguali fra un certo numero di bambini: m' accorgo che se do 4 caramelle ciascuno m' avanzano 3 caramelle, mentre se do 5 caramelle ciascuno mi mancano 6 caramelle. Quante sono le caramelle e quanti i bambini? [9; 39]

7) In un cortile ci sono polli e conigli: in totale ci sono 40 teste e 130 zampe. Quanti sono i polli e quanti i conigli? [15; 25]

8) In un numero di due cifre la cifra delle decine supera di 2 il doppio della cifra delle unità. Scambiando le cifre fra loro si ottiene un numero inferiore di 36 al numero dato. Trovare il numero. [62]

9) Un padre ha 42, il figlio ha 12 anni; tra quanti anni l'età del padre sarà doppia di quella del figlio? E tripla? [18;3]

2) Equazioni con i numeri Razionali $\mathbb{Q}$.

Valgono gli stessi principi visti in $\mathbb{Z}$, applicando le regole di calcolo delle frazioni e con il vantaggio d'ampliare l'insieme delle possibili soluzioni. Risolvi in $\mathbb{Q}$ le seguenti equazioni, specificando l'insieme soluzione e svolgendo la verifica della soluzione ottenuta.

a) $x + \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$ b) $2y - \frac{3}{4} = \frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{4}z = \frac{1}{6}$

d) $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ e) $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{3}{8}z - \frac{1}{6}$

f) $\frac{3}{4}(t - 2) = \frac{t}{3} - \frac{5^2}{12}$

g) $\frac{x+1}{4} = \frac{2x-3}{3}$

h) $\frac{-x+1}{5} = -\frac{x+3}{6}$

i) $\frac{x+3}{2} = \frac{x}{2} + 5$

j) $\frac{3v+2}{2} = 1 + v + \frac{v}{2}$

k) $\frac{10}{3}y - \frac{5y-2}{2} + \frac{15}{4} = 1$

l) $\frac{4q+2}{5} - \frac{q+2}{10} = \frac{6q-4}{2} + \frac{3-q}{5}$

m) $4 + \frac{3x-7}{8} - \frac{x}{3} = \frac{x+5}{4}$

Problemi da risolversi con un'equazione.

1) Trovare un numero che sommato ai suoi 3/2 dia 50. **[20]**

2) Trovare un numero sapendo che la somma dei suoi 2/3 con il numero 15 è uguale ai 3/2 del numero stesso. **[18]**

3) Si toglie 20 da un numero ed alla metà della differenza si aggiunge la quarta parte del numero, si ottiene così lo stesso numero diminuito di 25. Qual è il numero? **[60]**

4) Il rapporto di due numeri è $\frac{2}{3}$, dividendo la loro somma per 10 si ottiene lo stesso risultato che sottraendo 15 dal minore. Trovare i due numeri. **[20; ..]**

5) Dividere il numero 36 in due parti tali che la prima superi di 6 il doppio della seconda. **[10 ; 26]**

6) Due numeri differiscono di 5; dividendo la loro somma per 6 si ottiene come quoziente 4 e come resto 1. Trovare i due numeri. **[10 ; 15]**

7) Ai ¾ d'un numero aggiungo la metà della parte rimanente, ed ottengo 49. Calcola il numero. **[56]**

AD OGNI PROBLEMA LA SUA EQUAZIONE

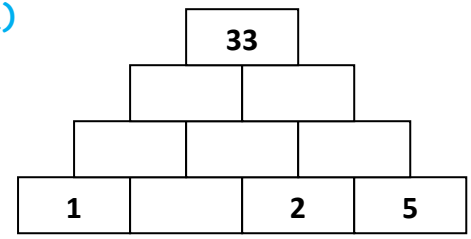
1) Le piramidi di caselle sono costruite rispettando le seguenti regole:

-ogni casella contiene un numero:

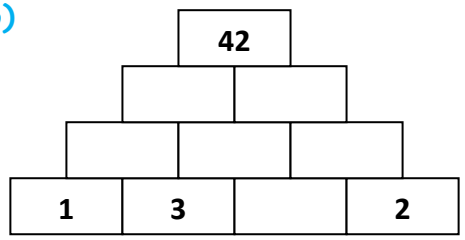
- la somma dei numeri di due caselle adiacenti è uguale al numero nella casella che sta sopra di esse.

Completa le seguenti piramidi.

a)

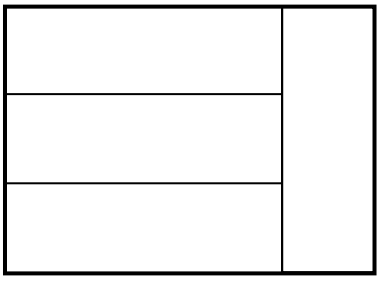


b)



2) Il terreno rettangolare raffigurato è suddiviso in quattro parti rettangolari "uguali".

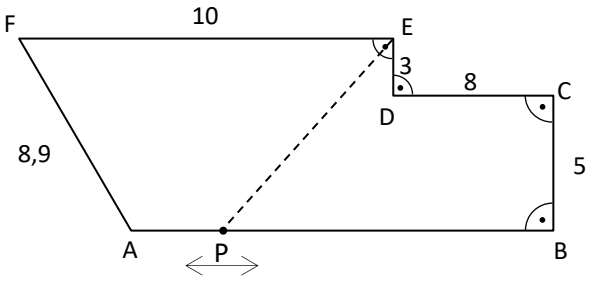
Se il perimetro del terreno è di 280 m, qual è la sua area?



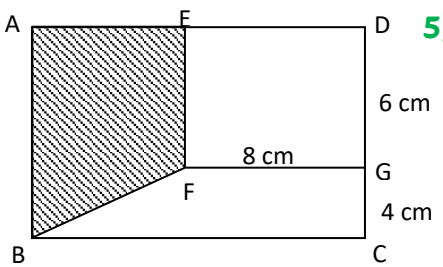
3) Dove occorre mettere il punto P, sul segmento AB, affinché il poligono APEF abbia la stessa area del poligono BCDEP?

Dove occorre mettere il punto P, sul segmento AB, affinché il poligono APEF abbia lo stesso perimetro del poligono BCDEP?

Le misure indicate nel disegno sono in centimetri. Indica con x la misura di AP.

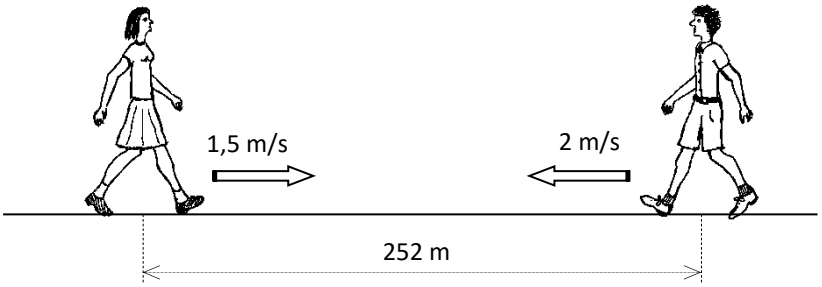


4) Un ragazzo ha in tasca 5,55 CHF in monete da 1 CHF, 50 cts, 20 cts, 10 cts, 5 cts. Se il numero di monete di ogni tipo è lo stesso, quante monete ha in tasca in totale?



5) ABCD è un rettangolo. Il rettangolo DEFG e il trapezio BCGF hanno la stessa area. Quanto è, in cm^2, l'area di ABFE?

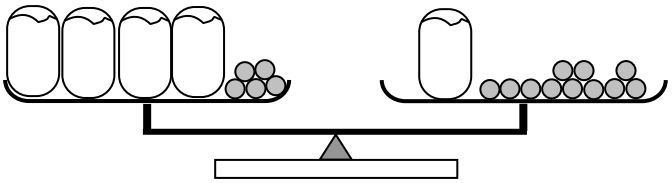
6) Due ragazzi, distanti 252 m, partono contemporaneamente e camminano l'uno verso l'altro alle velocità rispettive di 1,5 m/s e 2 m/s.



i) Dopo quanto tempo si incontrano?

ii) Che distanza ha percorso ognuno?

7) Sui due piatti di una bilancia si trovano 5 sacchetti e 16 monete tutte uguali (vedi figura). I sacchetti contengono tutti la medesima quantità di monete, uguali a quelle che stanno fuori. I due piatti sono in equilibrio. Quante monete contiene ciascun sacchetto?
(il peso dei sacchetti è trascurabile)



3) Equazioni di secondo grado.

Un'equazione è detta di secondo grado quando l'esponente dell'incognita è ....., e di conseguenza abbiamo .....soluzioni.

Esempi:

a) $x^2 = 25$ **b)** $x^2 = x$ **c)** $x^2 = 5$

d) $x^2 = 2x$ e) $x^2 = -4x - 4$ f) $x^2 = (x-3)^2$

4) Equazioni coni radicali. BM3 pag. 94 es. 105; pag. 97 es. 120

a) $x\sqrt{2} = 6$ b) $x\sqrt{2} = \sqrt{6}$ c) $x\sqrt{32} + x\sqrt{2} = 30$

d) $(\sqrt{3} - x)(\sqrt{3} + x) = 3 - (2\sqrt{3} - x)^2$ e) $\frac{2x+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{x}{\sqrt{3}} = x\sqrt{3}$

Equazioni esponenziali. BM3 pag. 93 es. 98

Un'equazione è detta di esponenziale quando ha un'incognita come esponente.

a) $2^x = 8^3$ b) $2^{2x} = 8^{3+x}$ c) $5^{2x} = \frac{1}{25}$

d) $\frac{4^{2-x} \cdot 2^{x+3}}{16^x} = \frac{1}{8}$ e) $2^x + 9 \cdot 2^x = 40$

f) $2^x = 32$ g) $2^x = 30$

5) Exercices.

a) *Sept nains veulent chacun offrir 48 roses à Blanche-Neige pour son anniversaire. Mais l'un d'entre eux, Atchoum, tombe malade et ne peut pas cueillir les fleurs. Combien chacun de ses six camarades devra-t-il cueillir de roses pour que Blanche-Neige reçoive le nombre de roses prévues ?*

b) *Martin a 30 ans de plus que son fils. Dans cinq ans, Martin aura le double de l'âge de son fils. Quel âge a Martin ? Quel est l'âge de son fils ?*

6) Stelle zu diesen Aufgaben zuerst eine Gleichung auf (Variable x) und versuche die Lösungsmenge ohne Taschenrechner zu bestimmen.

a) Das Siebenfache einer Zahl ist 84

b) Die Hälfte einer Zahl ist 18

c) Die Zahl, um 14 vermehrt, ist 45

d) Das Dreifache einer Zahl, vermindert um 5, ergibt 19.

e) Das Produkt einer Zahl und 5 ergibt 70.

f) Die Summe zweier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen ist 27.

g) Die Differenz einer Zahl mit einem Viertel der Zahl ergibt 15.

h) Das um 6 vermehrte Produkt einer Zahl mit 5 ergibt 41.

i) In 17 Jahren ist Monika doppelt so alt wie sie es jetzt ist.

j) Verdreifache ich eine Zahl, so erhalte ich die um 8 vergrößerte Zahl.

k) Addiere ich zu einer Zahl das Produkt aus 5 und 3, so erhalte ich diese Zahl um 10 vergrößert.

l) Multipliziere ich eine Zahl mit sich selber, so ergibt sich 16.