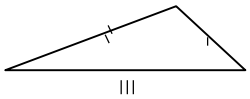
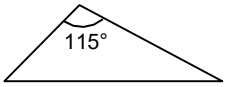
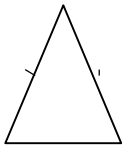
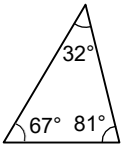
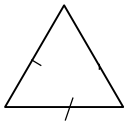
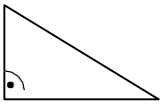
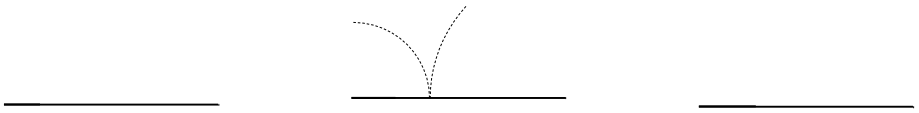
ALCUNE OSSERVAZIONI SUI TRIANGOLI

Cataloghiamo i triangoli

secondo i **lati**		secondo gli **angoli**	
	.....		.....
	.....		.....
	.....		.....

Esiste sempre il triangolo?



Scelte a caso le misure dei lati, è sempre possibile costruire il triangolo.....

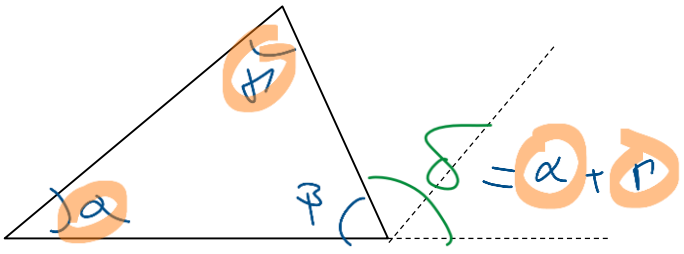
Quali condizioni devono verificare le misure **a**, **b**, **c** dei lati affinché il triangolo esista?

Individuato il lato maggiore **a**, deve esser.....$b+c>a$.....

Ampiezze degli angoli

La somma delle ampiezze degli angoli interni di un triangolo è uguale all'ampiezza dell'angolo piatto. Riporta gli angoli con il compasso.

$\alpha^\circ+\beta^\circ+\gamma^\circ=180^\circ$



IL TEOREMA DI PITAGORA. BM3 pag. 39 – 42; es. pag. 99 – 119 es. 1 – 51.

Riferendoti al disegno della pagina seguente, svolgi la seguente attività:

- Sulla retta t scegli un punto C in modo che ABC sia un triangolo ottusangolo.
- Costruisci un quadrato sul lato AB (cioè AB deve essere un lato di questo quadrato), calcola la sua area.
- Costruisci in modo analogo i quadrati sui lati AC e BC e calcola le loro aree.
- Completa la tabella

	Area del quadrato costruito su AC.	Area del quadrato costruito BC.	Somma delle aree dei quadrati costruiti su **AC** e **BC**.	Area del quadrato costruito su AB.
Triangolo ottusangolo				

Scegli ora un altro punto D sulla retta t in modo che ABD diventi un triangolo acutangolo e ripeti costruzioni e calcoli indicati prima (tranne il quadrato sul lato AB che rimane fisso)

- Completa la tabella

	Area del quadrato costruito su AC.	Area del quadrato costruito BC.	Somma delle aree dei quadrati costruiti su **AC** e **BC**.	Area del quadrato costruito su AB.
Triangolo acutango				

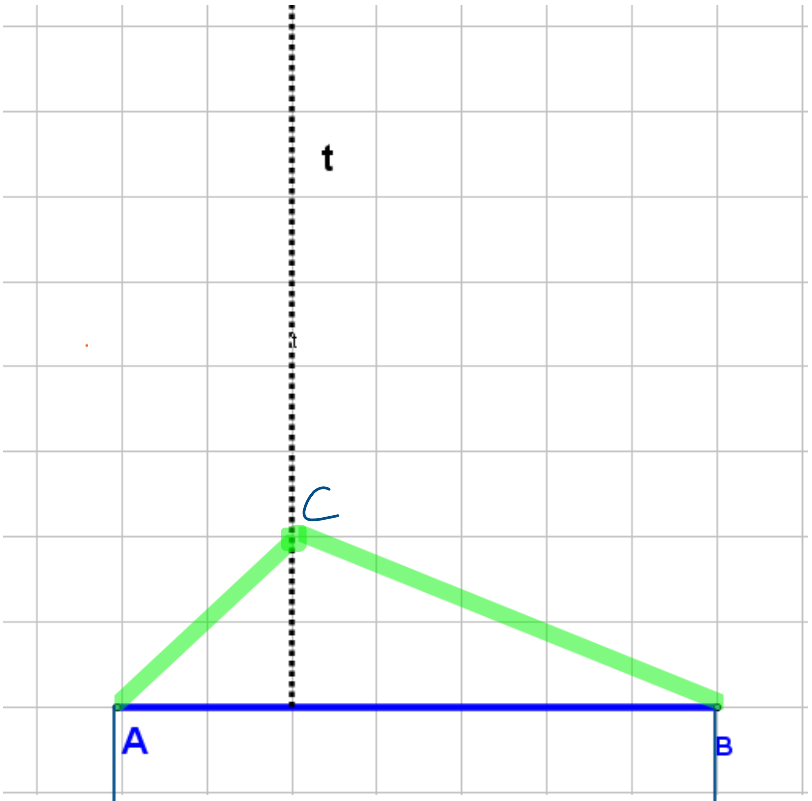
Tenendo conto dei risultati ottenuti da ogni allievo constatiamo che:

.....

.....

.....

.....



5 – 7 – 9

25 – 49 ? 81

74 < 81 → Δ ottusangolo.

6 – 8 – 10

$6^2 + 8^2$? 10^2

36 + 64 = 100 → Δ

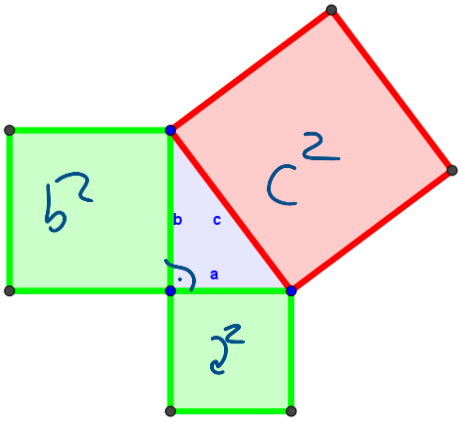
A questo punto sorgono due domande:

- ci sarà un punto C sulla retta t in modo che la somma delle aree dei quadrati costruiti su AC e BC sia uguale all'area del quadrato costruito su AB?
- in tal caso che tipo di triangolo sarà ABC?

Le risposte a queste domande sono contenute in un'affermazione nota con il nome di **Teorema di Pitagora.**

> "'In un **triangolo rettangolo** la somma delle aree dei quadrati costruiti sui **cateti** è uguale all'area del quadrato costruito sull'**ipotenusa**".

Nella figura: **b** e **a** indicano le misure dei **cateti**, **c** è la misura dell'**ipotenusa**.

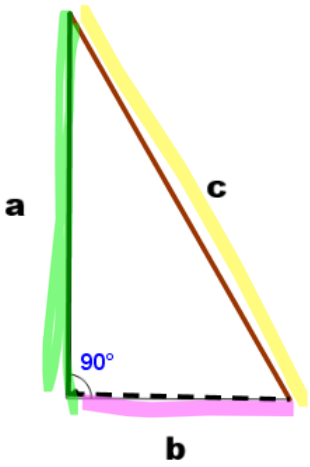


$$a^2 + b^2 = c^2$$

$c^2 = a^2 + b^2$

Questa formula ci permette di calcolare la misura di un lato di un triangolo rettangolo, quando si conosce la misura degli altri due.

Esempio: un'asta lunga un metro è appoggiata al muro.



c indica la lunghezza dell'asta

a indica l'altezza che l'estremo superiore della riga raggiunge sul muro

b indica la distanza dal muro dell'estremo inferiore e l'ipotenusa c.

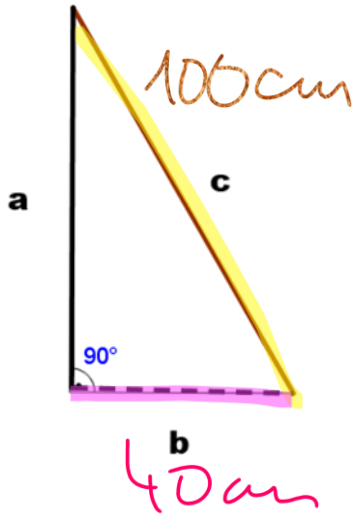
Risolviamo le seguenti situazioni.

a) Si conoscono le misure **c = 100 cm** e **b = 40** cm
Vogliamo trovare la misura di **a**.

$a^2 + 40^2 = 100^2$; $a^2 = 100^2 - 40^2$; $a^2 = 10000 - 1600$; $a^2 = 8400$

Scrittura simbolica

$a = \sqrt{8\,400} = 20\sqrt{21} \cong 91,65\ (\text{cm})$ → Ap.



b) Si conoscono le misure **c = 100 cm** e **a = 72** cm.
Vogliamo trovare la misura di **b**.

$72^2 + b^2 = 100^2$

$b^2 = 100^2 - 72^2$

$b^2 = 10000 - 5184$

$b^2 = 4'816$

$b = \sqrt{4'816} = \sqrt{2^4 \cdot 7 \cdot 43} = \ldots\ldots = \ldots\ldots \cong 69,40\ (\text{cm})$

c) Si conoscono le misure **a = 80 cm** e **b = 60 cm.** Vogliamo trovare la misura di **c**.

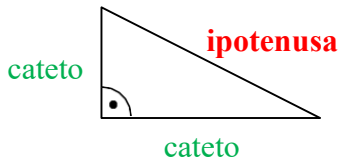
$80^2 + 40^2 = c^2$
$6400 + 1600 = c^2$
$10'000 = c^2$
$c = \sqrt{10'000} = 100\ (\text{cm})$

Riassumendo:

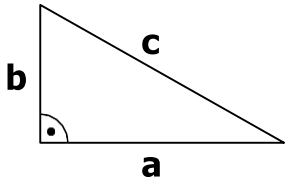
applicando il **Teorema di Pitagora** siamo in grado di

- calcolare la misura **dell'ipotenusa** conoscendo le misure dei **cateti** (vedi es. III);
- trovare la misura di un **cateto** conoscendo la misura dell'altro cateto e **dell'ipotenusa** (vedi esempi **a** e **b**).

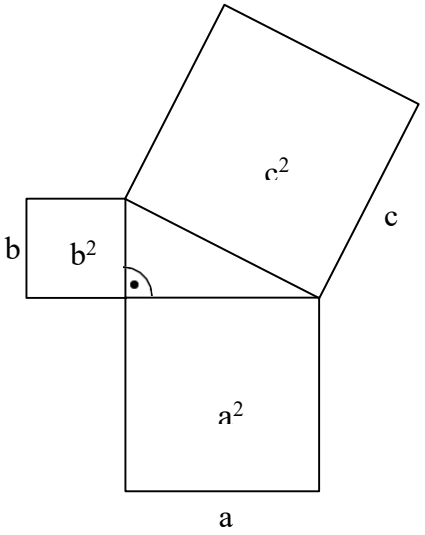
Il teorema di **Pitagora** mette in relazione le misure dei lati di un **triangolo rettangolo**.



In ogni triangolo rettangolo, la somma dei quadrati delle misure dei **cateti** è uguale al quadrato della misura **dell'ipotenusa.**



$$a^2 + b^2 = c^2$$



Applicando la formula di Pitagora puoi:

- calcolare la misura **dell'ipotenusa,**
conoscendo le misure dei cateti ⇨ $\mathbf{c = \sqrt{a^2 + b^2}}$

- calcolare la misura di un **cateto**,
conoscendo le misure dell'altro cateto e dell'ipotenusa ⇨

$\mathbf{a = \sqrt{c^2 - b^2}}$ oppure $\mathbf{b = \sqrt{c^2 - a^2}}$

Viceversa:

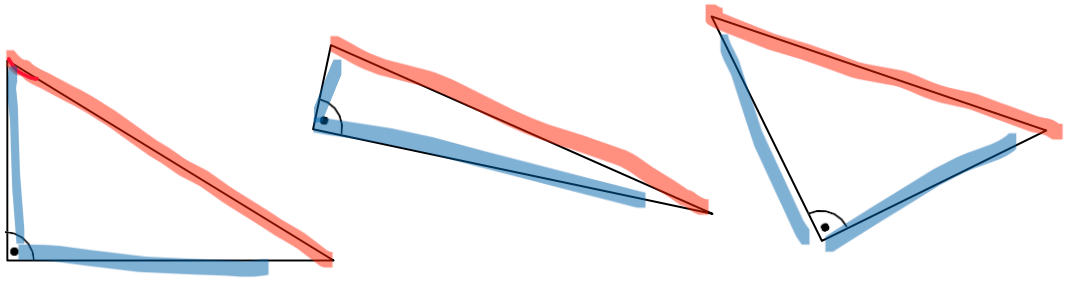
Se **a**, **b** , **c** sono le misure dei lati di un triangolo e vale l'uguaglianza $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$, allora il triangolo è rettangolo.

TRIANGOLI RETTANGOLI

1) I nomi dei lati dei triangoli rettangoli.

Colora di rosso il lato maggiore, cioè ipotenusa, dei seguenti triangoli rettangoli e poi colora di blu gli altri due lati, cioè i cateti

Con un altro colore traccia **l'altezza relativa all'ipotenusa**.

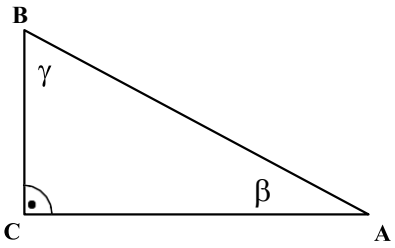


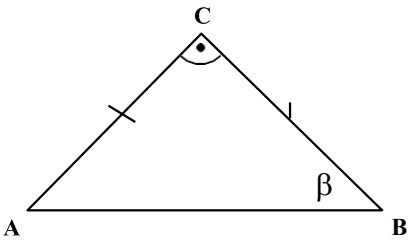
I due lati minori di un triangolo rettangolo sono quelli che delimitano l'angolo retto si chiamano **cateti** (nel disegno sono i lati blu di ogni triangolo).

Il lato maggiore del triangolo rettangolo è invece quello opposto all'angolo retto Si chiama **ipotenusa** (nel disegno è il lato rosso di ogni triangolo).

2) Gli angoli acuti di un triangolo rettangolo.

Anche nei triangoli rettangoli le ampiezze degli angoli interni sommate danno 180°. L'angolo retto misura 90°; la somma delle ampiezze degli altri due deve essere 90



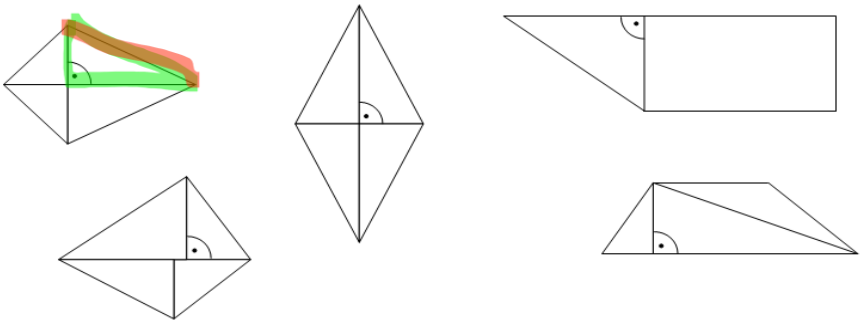


β = 90° - γ

β = 90° : 2 = 45°

ESERCIZI 1

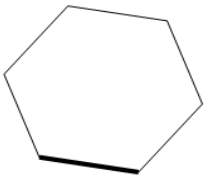
a) Nelle figure seguenti **colora un triangolo rettangolo** e metti in evidenza l'ipotenusa.



b) Completa in ognuno dei seguenti casi il triangolo rettangolo, in modo che il segmento evidenziato **sia un cateto**. Il vertice mancante deve trovarsi nell'estremo di un segmento rappresentato nella figura.



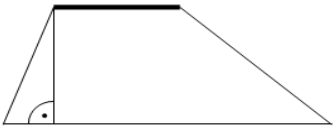
Quadrato



Esagono regolare

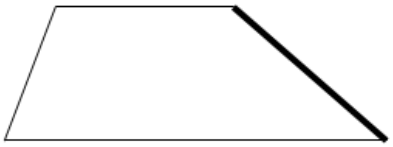


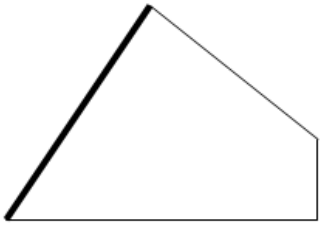
Rettangolo



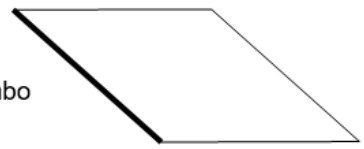
Trapezio

c) Nelle figure seguenti completa il triangolo rettangolo, in modo che il segmento evidenziato sia **l'ipotenusa**. Il vertice dell'angolo retto deve appartenere al perimetro del quadrilatero disegnato.

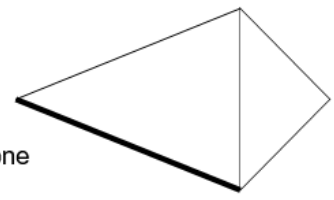




d) Nelle figure seguenti completa il triangolo rettangolo, in modo che il segmento evidenziato **sia l'ipotenusa** e il vertice dell'angolo retto sia sulle diagonali del quadrilatero.



Rombo

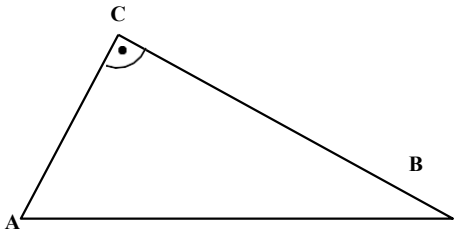


Aquilone

ESERCIZI 2

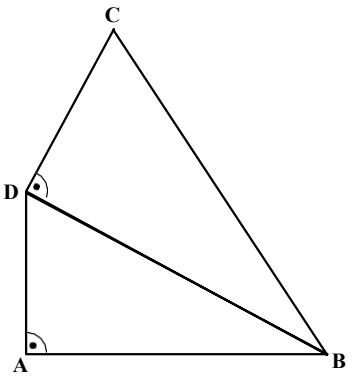
a) Calcola la misura del lato mancante del triangolo rettangolo ABC.

	AB	BC	AC
i)	11,9cm	56mm	
ii)		9,1mm	3,12cm
iii)	5032mm		1,632m



b) Calcola la misura del lato mancante

	AB	BC	CD	AD
i)	4,8cm		0,25dm	36mm
ii)	2,8m	37dm		2100mm
iii)	33,6cm	4,76d	224m	



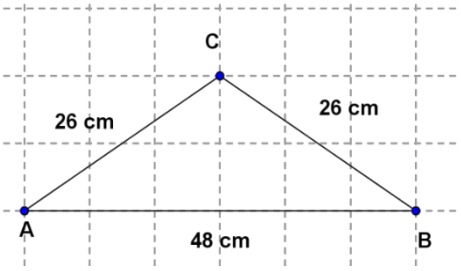
c) La tabella si riferisce a cinque rettangoli, dove a e b indicano le misure dei lati e d quella della diagonale. Completala.

lato **a**	lato **b**	diagonal	**calcolo**
9 cm	12 cm		
	7,2 km	9,7 km	
24 m		30 m	
2,8 cm	4,5 cm		
	110 m	345 m	

d) La tabella si riferisce a quattro triangoli isosceli, dove a b, h indicano nell'ordine la misura dei lati congruenti, quella della base e quella dell'altezza relativa. Completala.

lato **a**	base **b**	altezza	**calcolo**
15 cm	18 cm		
39 cm		36 cm	
	4,6 m	3,2 m	
123 m	54 m		

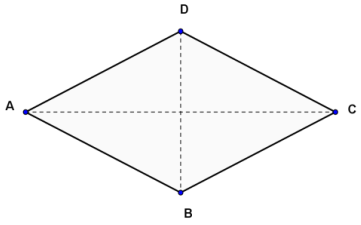
e) Calcola l'area del triangolo isoscele ABC



f) Calcola la misura del perimetro del rombo ABCD.

Si conoscono le misure delle diagonali:

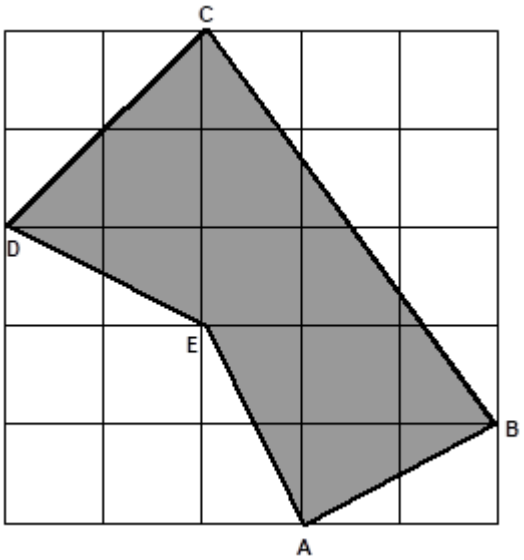
$|AC| = 32$ (cm) , $|BD| = 20$ (cm).



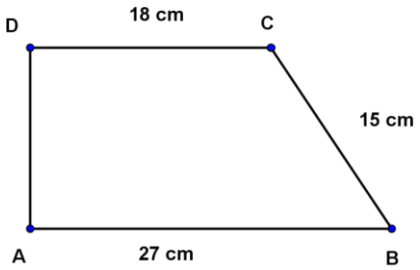
g) La misura del lato di ogni quadratino della griglia è di 4 cm.

i) Calcola l'area della figura ABCDE.

ii) Calcola anche la misura del suo perimetro.



h) ABCD è un trapezio rettangolo. Calcola la misura della diagonale AC.



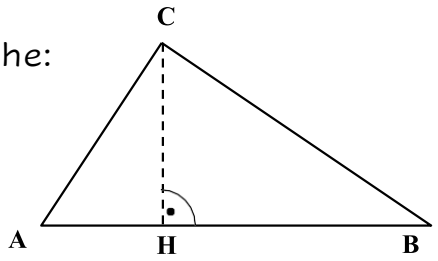
i) In un triangolo isoscele di perimetro 99,2 cm i due lati di uguale lunghezza misurano ciascuno 31cm. Calcola l'area del triangolo.

j) In un triangolo isoscele di perimetro 99,2 cm la base misura 16cm. Calcola l'area del triangolo.

k) Un trapezio rettangolo è formato da un quadrato di area 243,36 cm² e da un triangolo rettangolo; la sua base maggiore è di 20,8 cm più lunga della minore. Calcola la misura del perimetro del trapezio; calcola la sua area.

l) Calcola l'area del triangolo ABC sapendo che:

$|AC| = 39$ (cm) , $|BC| = 60$ (cm)
$|BH| = 48$ (cm)



m) Il perimetro di un rombo misura 72 cm e una delle sue diagonali è lunga 21,6 cm. Calcola l'area della figura.

n) L'area di un rombo è di 19,44 m², una diagonale misura 5,4m. Trova la misura del perimetro.

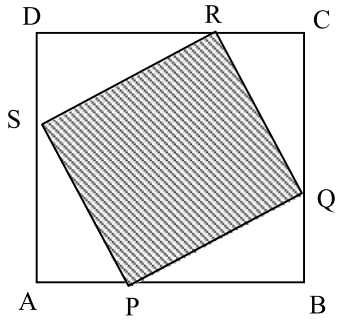
o) Il rettangolo ABCD ha le dimensioni $|AB| = 144$ cm e $|BC| = 72$ cm. In esso è stato inserito un triangolo PQD, con $P \in AB$ e $Q \in BC$, inoltre $|AP| = \frac{2}{3}|PB|$ e $|BQ| = 3|CQ|$

i) Disegna la figura in scala 1: 9.

ii) Calcola la misura del perimetro del triangolo PQD.

iii) Confronta quest'ultimo risultato con quello che ricavi dal disegno.

p) In un quadrato ABCD di area 289 cm^2 viene costruito un altro quadrato, PQRS, con |AP| = 5 (cm).
Qual è l'area di questo quadrato?
Risolvi con due metodi differenti.



3) Le seguenti terne rappresentano le misure in cm di tre segmenti, completa la tabella, ricordandoti le condizioni d'esistenza d'un triangolo e la relazione tra i quadrati dei lati. Se vuoi aiutati con un foglio di calcolo.

a	b	c	a	b^2	c^2	Terna Pitagorica?	Tipo di triangolo?
20	21	29					
15	36	39					
7	25	27					
9	40	41					
33	56	65					
40	96	104					
36	48	60					
28	96	100					
33	44	55					
7	8	9					
3	8	9					
2	6	8					
16	18	22					
28	45	53					
20	26	48					
12	15	20					
48	64	80					

4) Prendi la classica terna pitagorica (3 – 4 - 5) moltiplica ogni suo componente per uno stesso numero a tua scelta e verifica se ottieni un'altra terna pitagorica. È sempre vera questa relazione?