POLIGONI REGOLARI. (BM2: teoria pag. 52 – 61; esercizi pag. 120 – 128)

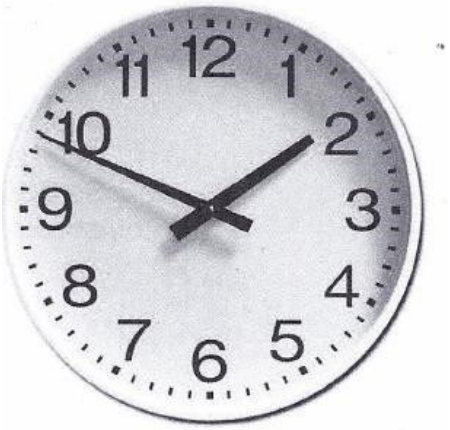
Un poligono è detto regolare quando .....

.....

Possiamo costruire un poligono regolare partendo o dalla circonferenza circoscritta al poligono oppure dal lato del poligono.

A) Data una circonferenza inscrivere un poligono regolare.

Esempio: Dividi l'orologio in **sei** parti uguali partendo dalle **tre**.



Puoi risolvere l'esercizio nei seguenti modi:

a) Prendo in considerazioni le ore: .....

.....

b) Prendo in considerazioni i minuti: .....

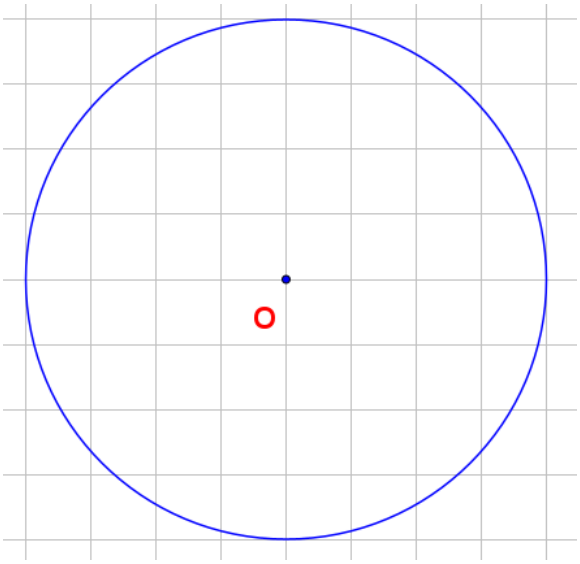
.....

c) Prendo in considerazioni l'angolo giro, cioè ..... gradi: .....

Con quest'ultimo ragionamento si costruiscono tutti i poligoni regolari, dividendo l'angolo giro in **n parti congruenti,** coincidenti al numero dei lati.

L'angolo, del triangolo isoscele, ottenuto ed avente come vertice il centro della circonferenza, viene contrassegnato con α, gli angoli isometrici del triangolo isoscele vengono contrassegnati con β, mentre con γ l'angolo del poligono.

1) Inscrivere ad una circonferenza un triangolo equilatero.



a) Calcolando i tre angoli

n= .....

α= .....

β= .....

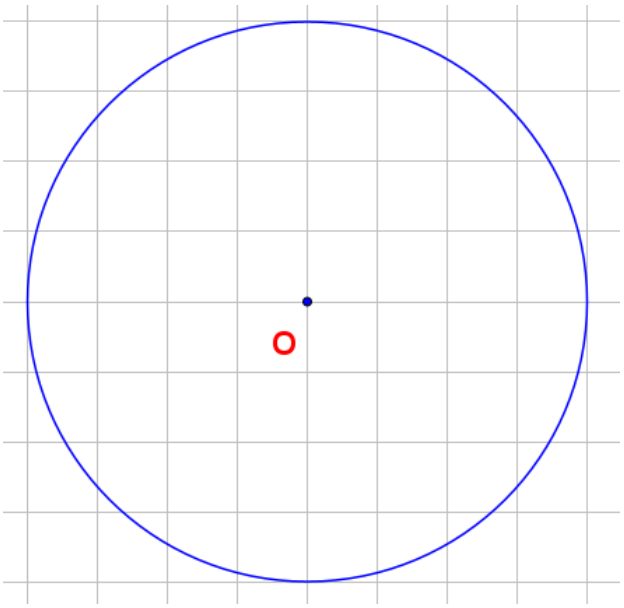
γ = ...

Metodo: .....

.....

.....

b) Utilizzando il raggio.



Metodo:

……

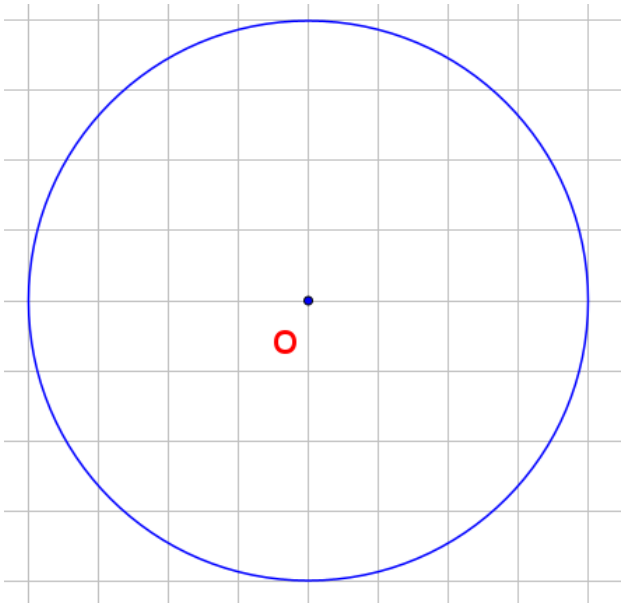
……

……

……

……

2) Il quadrato:



n=……

α = ……

β=……

γ = ……

Metodo:

……

……

……

Quanto misura la somma degli angoli interni del quadrato? Come potresti calcolarla?

……

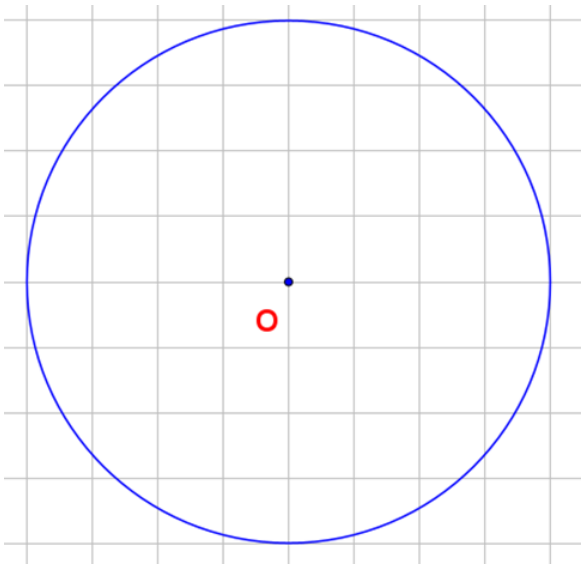
……

In generale? Incomincia a pensarci!

……

……

3) Il pentagono.



n=……

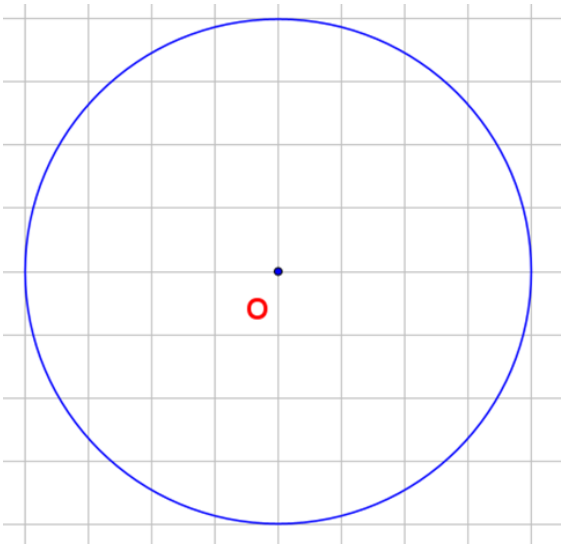
α = ……

β=……

γ = ……

4) L'esagono.

a) Calcolando gli angoli.



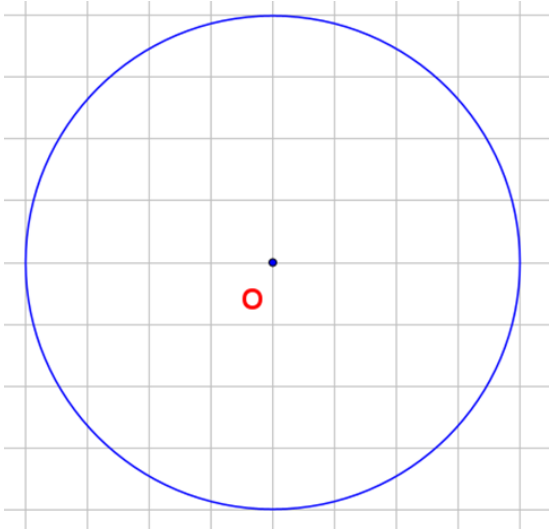
n=……

α = ……

β=……

γ = ……

b) Utilizzando il raggio. Metodo.



……

……

……

……

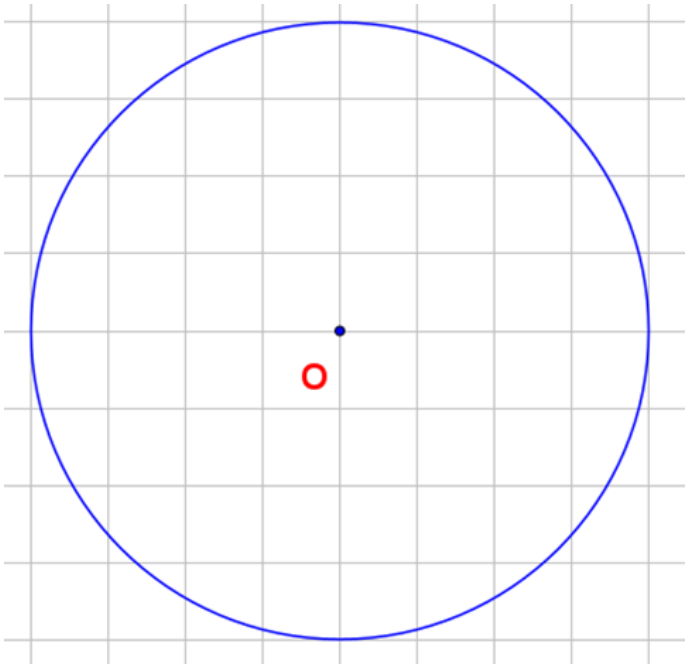
……

……

……

……

5) Un poligono con 15 lati (pentadecagono).



n.....

α = ...

β=.....

γ = ...

Quanto misura la somma degli angoli interni del pentadecagono?

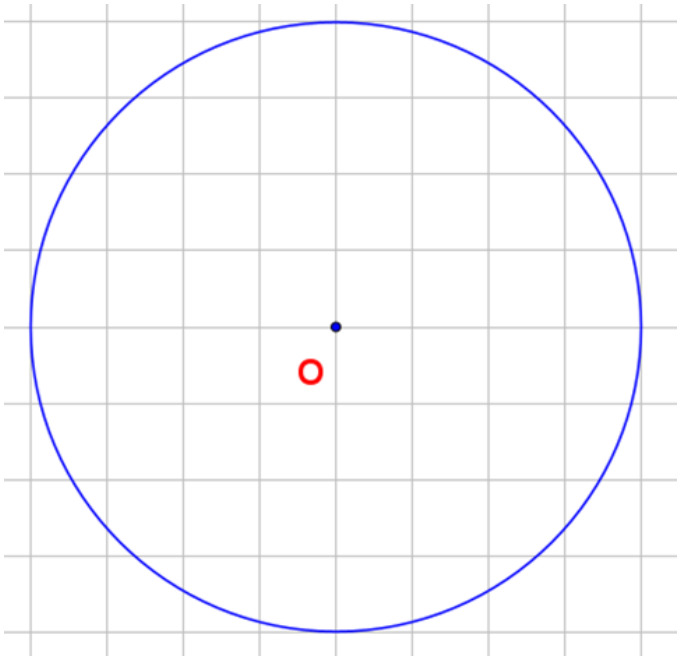
Come potresti calcolarla?

.....

.....

In generale? .....

6) Un poligono di 17 lati. (eptadecagono)



n.....

α = ...

β=.....

γ = ...

Quanto misura la somma degli angoli interni del eptadecagono?

Come potresti calcolarla?

.....

.....

In generale?

B) Dato il lato, costruire un poligono regolare.

1) Il triangolo equilatero. Disegna il triangolo equilatero ABC di lato $\overline{AB}$:

Metodo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Qual è la somma degli angoli interni di un triangolo?

.....

Qual è il perimetro del triangolo? .....

Come potrai calcolare l'area del triangolo utilizzando il triangolo generatore?

.....

.....

2) Il quadrato. Disegna il quadrato ABCD di lato $\overline{AB}$:

Metodo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Qual è la somma degli angoli interni di un quadrato?

.....

Qual è il perimetro del quadrato? .....

Come potrai calcolare l'area del quadrato utilizzando il triangolo generatore? .....

.....

3) Il pentagono.

Dato il lato $\overline{AB}$: costruire il pentagono, poligono regolare di 5 lati, inscritto ad una circonferenza.

a) Creando il triangolo generatore isoscele con l'angolo β.



Metodo.

a) .....

b) .....

c) .....

d) .....

e) .....

f) .....

Qual è la somma degli angoli interni di un pentagono?

.....

Qual è il perimetro del pentagono? .....

Come potrai calcolare l'area del pentagono utilizzando il triangolo generatore? .....

.....

b) Costruendo il secondo lato, il centro della circonferenza circoscritta e l'angolo γ.

Osservazione: *questo metodo degli assi e dell'angolo γ vale la pena applicarlo quando la misura dell'ampiezza l'angolo β è un numero decimale, dunque difficilmente rappresentabile.*



Metodo.

a) .....

b) .....

c) .....

d) .....

e) .....

f) .....

4) Costruire l'esagono regolare ABCDEF dato il lato AB.

a) Con il triangolo equilatero.



Metodo.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Con l'angolo β, il triangolo generatore.

Metodo:

α = ...= .....

β = ...= .....

γ = ...= .....

Somma angoli interni dell'esagono?

.....

.....

.....

.....

.....



Area:

.....

.....

.....

.....

Perimetro:

.....

.....

.....

5) Costruire l'ettagono regolare ABCDEFG dato il lato AB.

Metodo:

α = ...= .....

β = ...= .....

γ = ...= .....



Somma angoli interni dell'ettagono?

.....

Perimetro: .....

Area: .....

.....

6) Costruire l'ennagono regolare ABCDEFGHI dato il lato AB.

Metodo:

α = ...= .....

β = ...= .....

γ = ...= .....

Somma angoli interni dell'ennagono?

.....

.....

Perimetro:

.....

.....



Area: .....

.....

7) In un poligono regolare è dato l'angolo alla base del triangolo isoscele β = 67,5°, costruisci il poligono. Come si chiama? È sempre possibile costruire un poligono regolare dato un qualsiasi angolo β?

Metodo:

α = ……= ……

β = ……= ……

γ = ……= ……

Somma angoli interni del poligono?

……
……
……

Perimetro:

……
……
……



Area:……

……

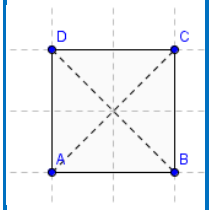
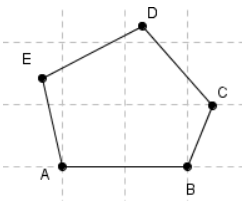
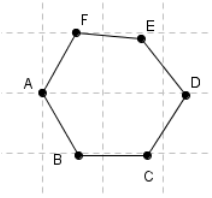
……

8) In un poligono regolare è dato l'angolo alla base del triangolo isoscele β = 75°, costruisci il poligono. Come si chiama?

C) La somma delle misure delle ampiezze degli angoli interni di un poligono di n lati.

Ti ricordi che la somma degli angoli interni di un triangolo è .....

In un qualsiasi poligono basta dividerlo in triangoli e con un semplice calcolo riesci a determinare la somma degli angol interni.

Poligono	Quadrato	Pentagono	Esagono	Poligono di n lati.
Figura				
nr. Triangoli				
Somma tutti gli angoli.				
Somma misura angoli interni.				

Regola: la somma degli angoli interni di un poligono si calcola nel seguente modo:

In un pentagono quanto varrà la misura della somma degli angoli interni?

In un ennagono (9 lati) quanto varrà la misura della somma degli angoli interni?

In un poligono di 32 lati quanto varrà la misura della somma degli angoli interni?

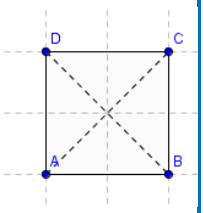
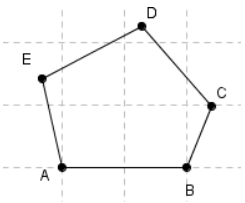
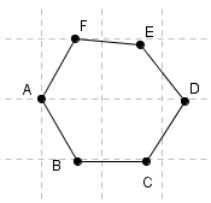
La somma della misura degli angoli interni di un poligono regolare è di 2'340 gradi. Determina il numero dei lati del poligono.

La somma delle misure degli angoli interni di un poligono regolare è di 3'240 gradi. Determina il numero dei lati del poligono.

La somma delle misure degli angoli interni di un poligono regolare è di 4'230 gradi. Determina il numero dei lati del poligono.

D) Le diagonali in un poligono – numero di diagonali.

La diagonale di un poligono è un segmento che congiunge due vertici non consecutivi del poligono.

Poligono	Quadrato	Pentagono	Esagono	Poligono di n lati.
Figura				
nr. Vertici.				
nr. diagonali per vertice.				
nr. Totale diagonali.				
Calcolo.				

Regola: la somma del numero delle diagonali di un poligono si calcola nel seguente modo:

.....

Un **ettagono** (7) quante diagonali avrà ?

.....

Un **ennagono** (9 lati) quante diagonali avrà ?

.....

In un poligono di **32 lati** quante diagonali avrà?

.....

Un poligono ha **14 diagonali**. Determina il numero dei lati del poligono.

.....

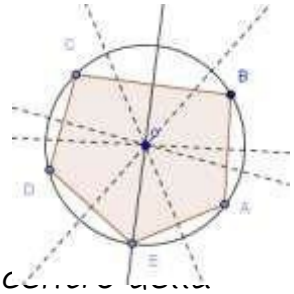
.....

Un poligono ha **20 diagonali.** Determina il numero dei lati del poligono.

.....

.....

E) Poligoni inscritti – circoscritti ad una circonferenza.

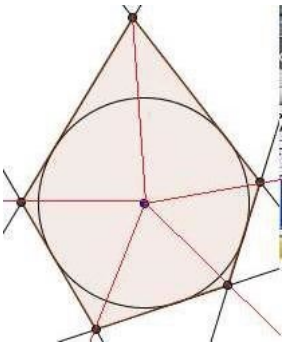


a) Un poligono è **inscritto** in una circonferenza quando tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza.

La circonferenza è circoscritta al poligono.

Quando un poligono è inscritto in una circonferenza, il centro della circonferenza coincide con il **circocentro** del poligono (punto d'incontro degli assi del poligono).

b) Un poligono è **circoscritto** in una circonferenza quando tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza.



La circonferenza è inscritta al poligono.

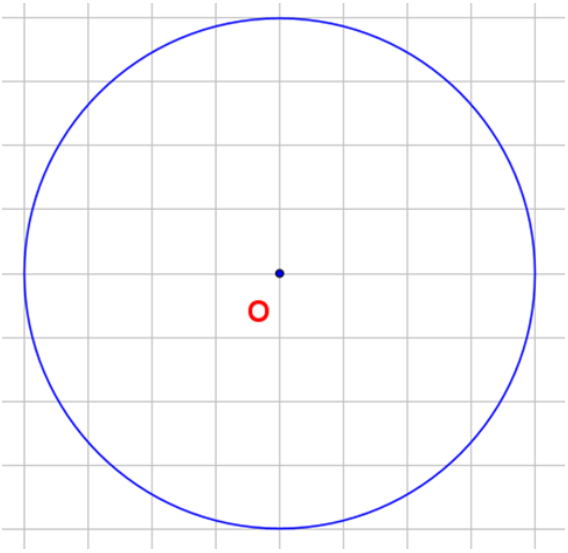
Quando un poligono è circoscritto in una circonferenza, il centro della circonferenza coincide con **l'incentro** del poligono (punto d'incontro delle bisettrici degli angoli del poligono). Un poligono è circoscritto in una circonferenza quando tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza.

Verifica che un pentagono e un ettagono sono sia iscritti che circoscritti ad una circonferenza. Cosa noti?

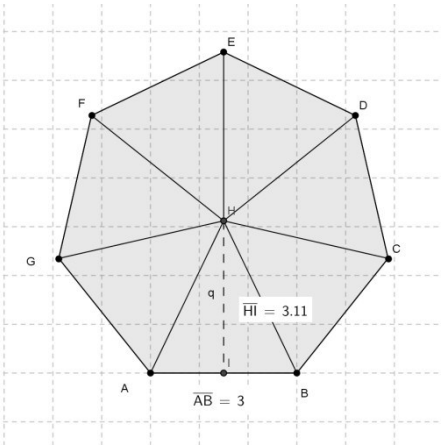
Pentagono



Ettagono



F) L'area di un poligono regolare.



Perimetro ettagono:

.....

In generale: P = ...

Ricorda: l'altezza HI del triangolo ABH, corrisponde all'**apotema** del poligono.

Come calcoli l'area dell'ettagono?

.....

$A_{ABH} = \frac{|AB|\cdot|HI|}{2}$, Area ettagono = $7 \cdot A_{ABH} = 7 \cdot \frac{|AB|\cdot|HI|}{2}$; ma $7 \cdot |AB|$ = Perimetro dell'ettagono; Dunque $A_{Ettagono} = 7 \cdot \frac{|AB| \cdot |HI|}{2}$ ma $|HI|$ è l'apotema; dunque $A_{Ettagono} = \frac{Perimeto \cdot Apotema}{2}$

Nel nostro caso: A ettagono =.....

.....

In generale l'area di un poligono regolare la si calcola:

$$\mathbf{A = \frac{Perimeto \cdot Apotema}{2}}$$

Per calcolare l'apotema è utile conoscere il numero fisso del poligono regolare. Ricorda: il rapporto tra apotema e lato è detto **numero fisso** (f).

Tabella alcuni numeri fissi.

N. lati	Nome	Nr. Fisso
3	Triangolo (Equilatero)	0,28
4	Quadrato	0,50
5	Pentagono	0,68
6	Esagono	0,86
7	Ettagono	1,038
8	Ottagono	1,207
9	Ennagono	1,374
10	Decagono	1,539
11	Endecagono	1,703
12	Dodecagono	1,866

Dati a = apotema del poligono ; l = lato del poligono regolare;
f = numero fisso abbiamo le seguenti relazioni :

$f = \frac{a}{\ell}$; **relazioni in verse ;** $\ell = \frac{a}{f}$; .....

Completa le seguenti tabelle.

Poligono	Pentagono	Esagono	Ettagono	Ottagono	Ennagono	Decagono
Lato	12 m		7 cm	5 cm		3 dm
Perimetro		54 m			32 mm	
Apotema						

Poligono	Pentagono	Esagono	Ettagono	Ottagono	Ennagono	Decagono
Lato	4 cm	4 cm	4 cm	4 cm	4 cm	4 cm
Perimetro						
Apotema						
Area						

Problemi: Prima di risolvere disegna sempre le figure. Approssima i risultati ai decimi.

a) Una stanza ha forma d' esagono regolare, ha il lato di 23 m. Qual è l'area della stanza? [≅1374,34 m^2]

b) La cappella di una chiesa ha la forma di un ettagono regolare e un lato misura 12,50 m. Calcola la superficie occupata dalla cappella. [≅567, 7m^2]

c) Un'edicola di forma esagonale ha il lato lungo 4 m; appoggia su una base di cemento di forma quadrata con il lato di 8 m che ha la funzione di marciapiede. Quanto spazio rimane da utilizzare come marciapiede? [41,568 m^2; ≅ 22,4 m^2]

d) Il perimetro di un ettagono misura 12,6 dm. Calcola l'area di un quadrato che ha il lato congruente a quello dell'ettagono.

e) Una piazzetta rettangolare destinata ad isola pedonale ha i lati lunghi 25 m e 14m. È stata abbellita con 9 aiuole ottagonali con il lato lungo 10 dm. Calcola l'area della piazza rimasta libera. [482,8 dm^2; ≅ 2306.6m^2]

Les Polygones Réguliers

a) Cite les noms de tous les polygones réguliers ayant de 3 a 12 côtés.

3 côtés : Triangle équilatéral	7 côtés : Heptagone	11 côtés : Hendécagone
4 côtés : Carré	8 côtés : Octogone	12 côtés : Dodécagone
5 côtés : Pentagone	9 côtés : Ennéagone	
6 côtés : Hexagone	10 côtés : Décagone	

b) Construis un heptagone inscrit dans un cercle de 4 cm de rayon.

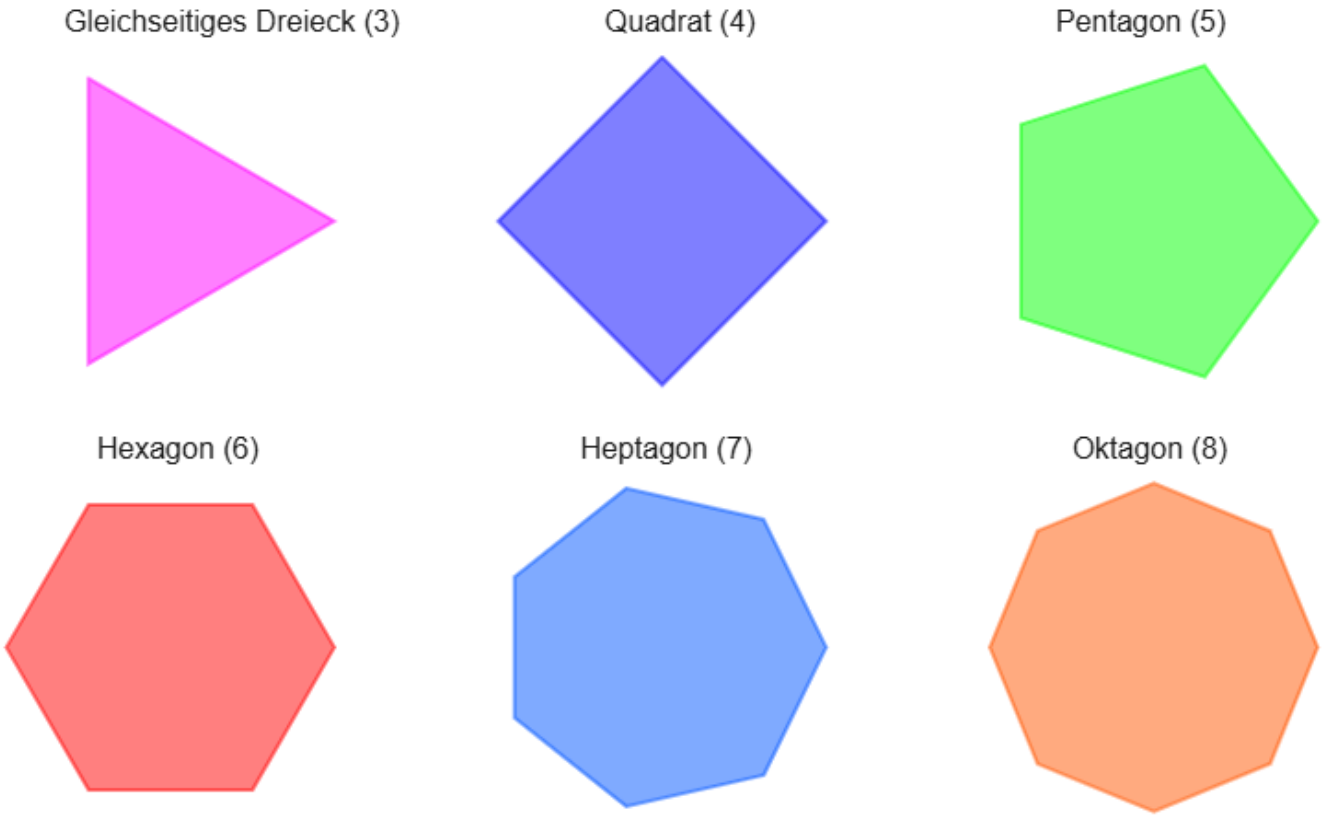
c) Calcule l'angle su centre et l'angle intérieur d'un polygone régulier a 17côtés.

d) Construis un pentagone régulier de 3 cm de côté.

e) Peut-on vraiment appeler la France « l'Hexagone » ?
Quel est le polygone régulier qui représente le mieux la carte de la France métropolitaine et continentale ? Des calculs simples d'optimisation répondent à la question et montrent que le surnom d'« Hexagone » est plutôt usurpé.

Regelmäßige Polygone

Ein regelmäßiges Polygon, reguläres Polygon, regelmäßiges Vieleck, reguläres Vieleck oder Isogon (von griechisch ἴσος, gleich und γωνία, Winkel) ist in der Geometrie ein ebenes Polygon, das sowohl gleichseitig als auch gleichwinklig ist. Bei einem regelmäßigen Polygon sind demnach alle Seiten gleich lang und alle Innenwinkel gleich groß.



Aufgaben.

a) Gegeben ist ein n-Eck mit einer Anzahl von n=8 Ecken. Berechne die Innenwinkelsumme des Vielecks.

b) Berechne die Anzahl n-an Ecken in einem Vieleck mit der Innenwinkelsumme 2‘520°.

c) Konstruiere ein n-Eck für n = 4 und n= 8. Die Vielecke sollen einem Kreis des Radius 3 cm einbeschreiben sein.

d) Konstruiere ein n-Eck für n = 3, 6, 12. Die Vielecke sollen einem Kreis des Radius 3 cm einbeschreiben sein.