# Il calcolo letterale – algebrico.

(BM2 teoria pag. 29 –31; esercizi pag. 100–103, es.59 – 66)

Il calcolo letterale è quella parte della matematica che generalizza il calcolo numerico usando anche delle lettere per indicare numeri.

**1) INTRODUZIONE:** prova a svolgere il seguente gioco.

Pensa un numero .....

moltiplicalo per 3 .....

aggiungi 4 al risultato .....

a quello che hai ottenuto aggiungi ancora il numero di partenza

.....

dividi quello che viene per 4.....

togli il numero che hai pensato all'inizio, ed ottieni? .....

.....

**Trasforma:**

**i) le seguenti frasi in espressioni letterali.**

**a)** la soma dei numeri a e b. .....

**b)** La differenza dei numeri a e b. .....

**c)** Un terzo di n diminuito di 2. .....

**d)** Il prodotto di x per y.....

**e)** Il doppio del numero x. .....

**f)** Il precedente di 3x. .....

**g)** Il consecutivo di x. .....

**h)** La metà di 2x sommata al suo triplo. .....

.....

**ii) Le seguenti espressioni letterali in frasi.**

**a)** $x + 2x$ =.....

**b)** $x^2 + 2x$= .....

**c)** $n + (n + 1) + (n + 2)$ = .....

**d)** $t + (t - 1)$ =.....

**Le lettere servono specialmente a scrivere delle formule.**

Esempi:

**a)** L'area d'un rettangolo: .....

**b)** L'area del quadrato: .....

**c)** La diagonale del quadrato: .....

**d)** La somma degli angoli interni d'un poligono: .....

**e)** Il numero delle diagonali d'un poligono: .....

Ma anche nella vita quotidiana:

**f)** La somma totale della paghetta mensile: .....

**g)** Il totale dei km percorsi per venire a scuola: .....

**h)** Scrivi la formula che permette di calcolare i punti in classifica di una squadra di calcio del campionato svizzero o italiano.

.....

.....

**i)** Il costo del pieno di benzina, sapendo che un litro costa 1,70 CHF.

.....

**j)** La media delle mie note scolastiche: .....

.....

**k)** La densità della popolazione: .....

**Al posto delle lettere possiamo dunque sostituire dei numeri, per ora naturali ($\mathbb{N}$) o interi ($\mathbb{Z}$).**

Calcola il valore delle seguenti espressioni algebriche, sostituendo i valori numerici corrispondenti.

**1)** $x + 2x - 3x =$ per $x = 1$ ; e $x = -3$

**2)** $2m^2 - n^3 + 2n - 3m$; per $m = -1$ e $n = +2$

**3)** $3a\,(a - b) =$ per $a = 1$, $b = 1$

**4)** $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b} - 2.\sqrt{a.b} =$ per $a = 4$ ; $b = 1$ ; e per $a = -4$ ; $b = 2$

**5)** Quali valori possono assumere le variabili nei seguenti casi?

i) $a + 3 =$ .....

ii) $\frac{10}{x} =$ .....

iii) $\frac{20}{y-2} =$ .....

iv) $\sqrt{a} =$ .....

v) $\sqrt[3]{x} =$ .....

vi) $\frac{x+1}{x} =$ .....

## 2) I MONOMI

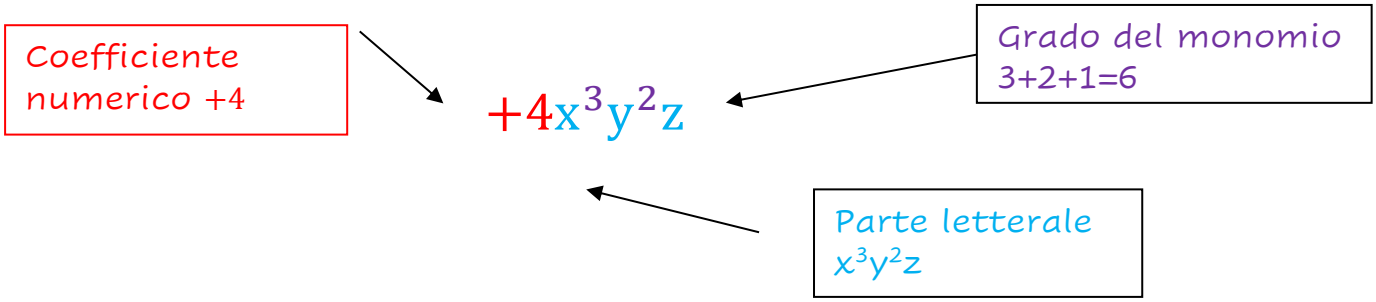
La più semplice espressione letterale è detta **monomio**. Il monomio è una espressione letterale in cui possono figurare una o più **variabili** (**lettere**) e solo le operazioni di moltiplicazione e divisione. Ovviamente un monomio rappresenta un numero.

Es. + 3a; - 7x ; + 13ab$^2$ ; - 17 x$^3$y$^5$z$^8$ ; Non sono monomi: a +b ;1+a ;(ab +c )$^2$

Due o più monomi si dicono **simili** quando hanno la stessa parte letterale.

Es. + 3a è simile -13a, ma non simile a + 3a$^2$ ; - 7x$^2$y è simile -3 x$^2$y, ma non simile a + 3 x$^2$y$^2$ ;

Vediamo da vicino come è formato un monomio:




**Completa la tabella**

| **Monomio** | **Coefficiente numerico** | **Parte Letterale.** | **Monomi simili** | **Monomio opposto** |
|---|---|---|---|---|
| +3a | | | | |
| | -12 | x$^2$y$^3$ | | |
| | | | - 7 m$^3$ | |
| | | | | + 10 a$^2$b$^5$c$^7$ |

## 3) Operazioni tra monomi:

### 3.1) Addizione e sottrazione.

Consideriamo monomi simili (cioè con parte letterale uguale) 2ab -6ab

**Addizione:**

2 ab +6 ab = (2+6)ab = .....

2 $x^3y^4$ +6xy =.....

Attenzione: Posso sommare unicamente monomi simili!

**Sottrazione:**

2ab -6ab =(2-6)ab = .....

-2 $x^3y^4$ - 6$x^3y^4$ =.....

$5a^2b^3 - 7a^2b^3$ =.....

**Esercizi**: Semplifica le seguenti espressioni letterali.

-3x + ( -7a) – ( - 2x) + ( +5a) – ( +8a) = .....

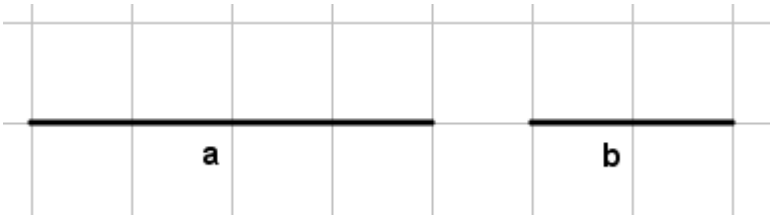
.....

(-5$ab^2$) + ( -3$a^2b$) – ( +7$ab^2$) + 13$a^2b$ – ( - 4$a^2b$) = .....

.....

Significato geometrico dell'addizione e sottrazione di monomi.

Qual è il risultato geometrico della somma di a +b =




Conclusione: la somma di due o più monomi è .....

.....

## 3.2) La moltiplicazione di monomi.

**Esempio**

Consideriamo i monomi: $(+3ab)$ e $(+4bc)$;

Moltiplicazione:$(+3ab)$ e $(+4bc)$ = .....

$3ab.(-2a^3b)$ = .....

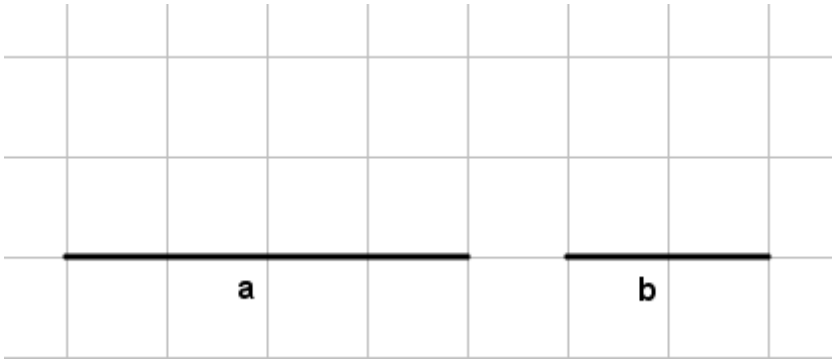
$(-5a).(+4b)$ = .....

$(+5a^2b^3)\cdot(-3ab^2c^3)$ = .....

**Regola**: .....

Significato geometrico della moltiplicazione di monomi.

Qual è il risultato del prodotto di $a \cdot b$ =




**Conclusione**: il prodotto geometrico di due monomi .....

.....

## 3.3) La divisione di monomi.

$(+12x^5) : (+3x^2)$ = .....

$(-12x^5) : (+3x^2)$ = .....

$(-20x^5) : (-2x^5)$ = .....

$(+6a^5b^3c) : (-3ab^2c)$ = .....

$(+12x^{5n}) : (+3x^{2n})$ = .....

$(+12x^{5n+1}) : (+3x^{2n-3})$ = .....

Un altro modo di scrivere una divisione, **la frazione algebrica.**

Ricorda una divisione può essere scritta sottoforma di frazione e quando è possibile, applicando la ben nota proprietà ....., semplificarla.

**Esercizio:** trascrivi le divisioni precedenti sotto forma di frazione e semplifica quando è il caso.

$(+12x^5) : (+3x^2) =$ .....

$(-12x^5) : (+3x^2) =$ .....

$(-20x^5) : (-2x^5) =$ .....

$(+6a^5b^3c) : (-3ab^2c) =$ .....

$(+3x^{2n}) : (+12x^{5n}) =$ .....

$(+12x^{5n+1}) : (+3x^{2n-3}) =$ .....

$(+12x^5) : (+18x^8) =$ .....

$(-2a^5\,b^2) : (+10a^2b^6) =$ .....

$(-2x^5y^2z^7) : (-20x^5y^3z^2) =$ .....

**Casi particolari:**

**a)** I coefficienti non sono divisibili:

$(+5a^3b^2) : (-2ab) =$ .....

**b)** I coefficienti sono delle frazioni:

$\left(-\frac{1}{2}x^3z^5\right) : \left(+\frac{3}{2}xz^3\right) =$ .....

**c)** La parte letterale del divisore ha esponente maggiore di quella del dividendo:

$(-20a^3b^2) : (-4a^5b^6) =$ .....

$(+6a^5b^3c) : (-3ab^4c^3) =$ .....

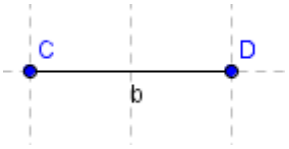
### 3.4) Elevamento a potenza di monomi:

$(-6a^5b^3c)^2 =$ .....

$(-2x^3y^2z^5)^3 =$ .....

Significato geometrico dell'elevazione a potenza.

Qual è il risultato della potenza di $b^3$=




### 3.5) Espressioni con monomi.

**1)** $a^{10}b^5 : (-a^4b) - a^5b^2 \cdot (-a^4b^3) : a^3b - 12a^{13}b^{30} : (-6a^7b^{26}) =$

**2)** $-8a^3x : (-2a) + 5a \cdot (-2ax) + a^2x =$ $[-5a^2x]$

**3)** $-6a^4bc^3 : (-2a^3bc) + [3ab^2c^3 \cdot (-2ab) + 4a^2b^3c^3] : (-ab^3c) =$ $[5ac^2]$

**4)** $12x^3y^2 : (-4xy^2) - 2xy \cdot (-3xy^3) + (15x^2y) : (3y) - 6x^2y^4 =$

## 3.6) La proprietà distributiva.

**Ricorda**: $98 \cdot 7 = (90 + 8) \cdot 7 = 90 \cdot 7 + 8 \cdot 7 = 630 + 56 = 686$; oppure

$98 \cdot 7 = (100 - 2) \cdot 7 = 100 \cdot 7 - 2 \cdot 7 = 700 - 14 = 686$

Con le lettere capita la stessa cosa, ma bisogna far attenzione ai segni!

$(2a + 3) \cdot 4 = 2a \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 8a + 12$ oppure,

$-5 \cdot (3x - 2) = -5 \cdot 3x + 5 \cdot 2 = -15x + 10$

### Semplifica le seguenti espressioni letterali.

- $(x + 2) \cdot x - (x^2 + 3x - 4) =$ **[ 4 – x ]**

- $6 \cdot (2x + 3) + 2 \cdot (5 - 6x) =$ **[ 28 ]**

- $2x \cdot (x - 3) - (2x^2 - 6x - 6) =$ **[ 6 ]**

- $2a + 3 \cdot (2a - 7) - 5 \cdot (a + 2) + 11 =$ **[ 3a - 20 ]**

- $(3m + 6x) - (m^2 + 3x) - (3x + 2m) =$ **[ m – $m^2$]**

- $4m \cdot (5m - 3m + 2) - (8m - m^2) =$ **[ 9 m2]**

- $2a \cdot ( 2a - 3 ) - 9 - 4 \cdot ( a^2 - 2 ) + 6a =$ **[ -1 ]**

- $( a - 2 ) + ( 3a - 1 ) - ( -1 + 5a ) =$ **[ -a – 2 ]**

- $2a^2 - a \cdot ( a - 2 ) - 2 \cdot ( a - b ) + 2b =$ **[ $a^2$+ 4b ]**

- $2 \cdot ( a - b ) - 3 \cdot ( a - b ) + 2a =$ **[ a + b ]**

**Esercizi.**

**1) Trasforma le seguenti frasi in espressioni algebriche.**

a) Il successivo di un numero. .....

b) Il precedente di un numero. .....

c) il quadruplo di **a** aumentato di 4 .....

d) 8 diminuito della metà di y .....

e) la differenza tra 6 e il quadrato di b moltiplicata per 4

.....

f) si moltiplichi la differenza tra 20 e il doppio di x per 8.

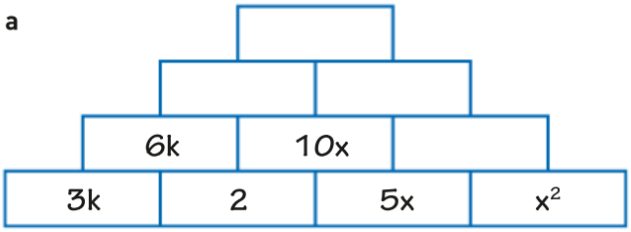
.....

**2) Completa la seguente tabella:**

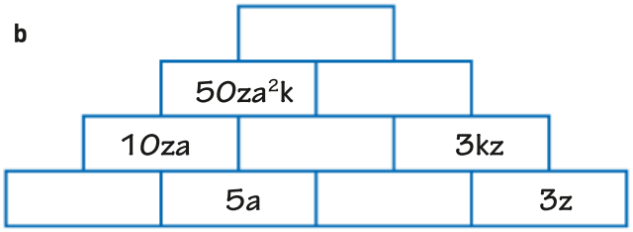
| Monomio | Coefficiente nr. | Parte letterale | Monomio simili |
|---|---|---|---|
| $-4a^3$ | -4 | $a^3$ | $+\frac{5}{2}a^3$ |
| $3ab^2$ | | | |
| | -12 | $x^2y^3$ | |
| | | | $\left(-\frac{3}{4}m^4n^5t^6\right)$ |
| $-b^5c^7$ | | | |
| Inventa… | | | |

**3) Completa le seguenti piramidi,** sapendo che in ogni casella hai il prodotto delle due sottostanti.

a

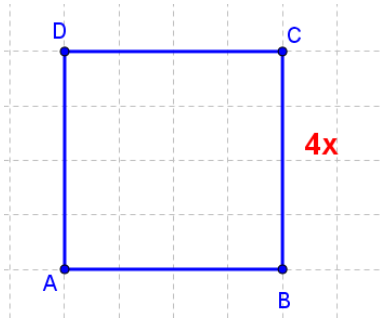



b

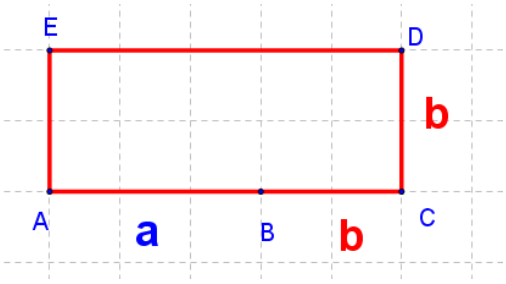



**4) Esprimi mediante un'espressione letterale il perimetro, l'area delle seguenti figure.**

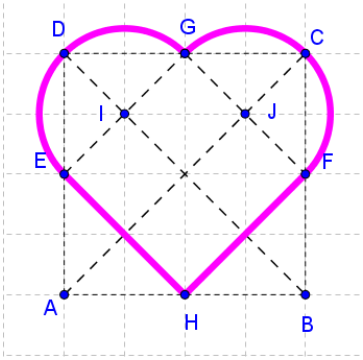
**a) Il quadrato.** Quanto misurerà la diagonale AC?



**b) Il rettangolo.**




**c) Il cuore,** sapendo che il lato del quadrato EHFG **(ABCD)** misura **x.**




**d) Una composizione di cubi.** Sapendo che lo spigolo d'un cubo **s = 2x** calcola area totale e volume del solido.

