PROVA CANTONALE: MATEMATICA - CLASSE IV CORSO ATTITUDINALE

Tempo a disposizione: 150 minuti

RICHIESTA 1
(16 punti)

1.1 Semplificare il più possibile la seguente espressione.

$$\frac{1}{x^2-3x}+\frac{2}{9-3x}-\frac{x+3}{3x^2-9x}$$

1.2 Rappresentare il risultato della seguente espressione in forma di potenza con base m.

$$\frac{\left(m^{-3}\right)^{-2}:m^{-8}}{\left(m^{-1}\cdot m^{-14}\right)^{2}}$$

1.3 È vero che $\frac{1}{2}$ è soluzione della seguente equazione? (Giustificare la risposta)

$$\frac{5}{x+2}-\frac{3}{x+1}=0$$

1.4 Risolvere in $\mathbf{R}$ la seguente disequazione.

$$\frac{2}{3x}\geq\frac{4}{9}$$

1.5 Sommando a 7 il triplo del quadrato di un numero reale si ottiene 40.
Quali numeri reali soddisfano questa affermazione?

RICHIESTA 2
(10 punti)

Il volume di una piramide retta a base quadrata è $\sqrt{2}\cdot k^3$ [cm^3], k>0.
Si sa che il raggio della circonferenza circoscritta al quadrato di base (circonferenza che passa per i vertici della base) misura k [cm].

Le seguenti domande 2.1 e 2.2 possono essere affrontate in modo indipendente.

2.1 Determinare la misura dello spigolo di base e dello spigolo laterale della piramide.

2.2 Porre $k = 4\sqrt{2}$. Determinare la misura dell'apotema della piramide.

RICHIESTA 3
(10 punti)

Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $x \mapsto y = ax + b$

Le domande 3.1, 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 sono indipendenti.

3.1 Determinare i valori di $a \in \mathbf{R}$ e $b \in \mathbf{R}$ per i quali, rispetto a un riferimento cartesiano, il grafico della funzione f passa per i punti $P_1(-3;3)$ e $P_2(9;1)$.

Porre $a = \frac{5}{2}$ e $b = -3$.
Dopo aver rappresentato il grafico della funzione f rispetto a un riferimento cartesiano con la stessa unità per i due assi, rispondere alle seguenti domande.

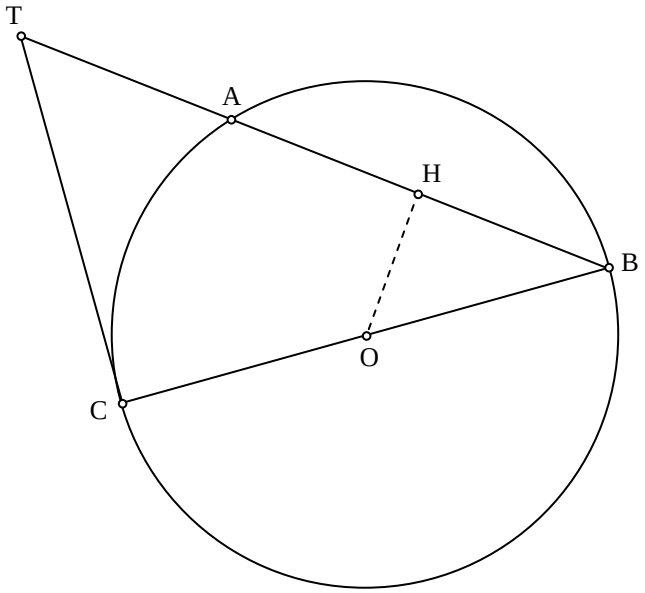
3.2 Determinare l'area del triangolo che ha come vertici il punto O(0 ; 0) e i punti di intersezione del grafico della funzione f con gli assi cartesiani.

3.3 Calcolare l'ordinata del punto Q di ascissa 7 del grafico della funzione.

3.4 Il punto T(4 ; 5) appartiene al grafico della funzione f ? (Giustificare con il calcolo)

3.5 Determinare $t \in \mathbf{R}$ in modo che il punto A(t ; 3) appartenga al grafico della funzione f.

RICHIESTA 4
(10 punti)



Nella figura accanto è rappresentata una circonferenza di centro O e diametro CB;
la retta TC è tangente in C alla circonferenza;
il segmento OH è perpendicolare alla corda AB.

Nel caso in cui il diametro CB misuri 8 dm e OH misuri 24 cm :

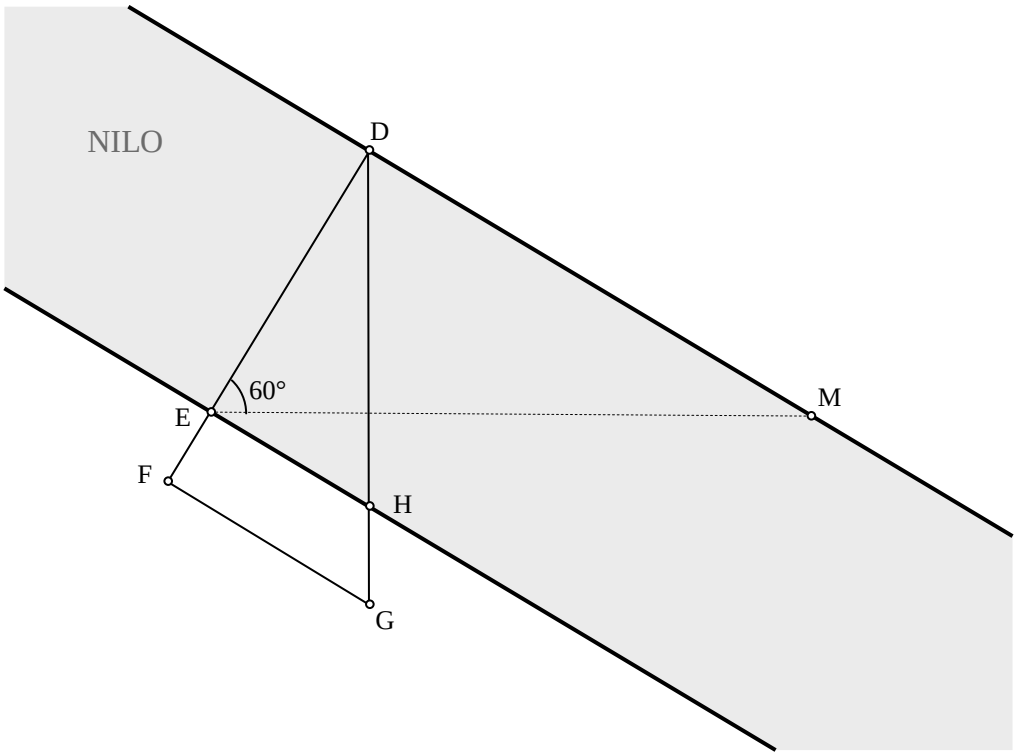
4.1 giustificare che i triangoli OHB e TCB sono simili;

4.2 calcolare il perimetro del quadrilatero COHT;

4.3 calcolare l'area del quadrilatero COHT.

RICHIESTA 5
(10 punti)

Tutmosis III, faraone egizio della XVIII dinastia, dovendo abbellire il tempio di Karnak, ebbe l'esigenza di trasportare materiali e obelischi da una sponda all'altra del Nilo.
Diede ai suoi geometri la consegna di trovare il punto più stretto del fiume nelle vicinanze di Luxor.
Questi ricorsero al metodo illustrato nella figura seguente.



FD $\perp$ EH ; MD // EH // FG
distanza di E da F : 1 a (a: asta; antica misura egizia equivalente a 52,5 metri)
distanza di E da H : 3 a
distanza di F da G : $\frac{10}{3}$ a

Le domande 5.1 e 5.2 sono indipendenti.

5.1 Calcolare la larghezza del Nilo, espressa in aste, corrispondente alla misura del segmento ED.

5.2 Attraversando il Nilo con la feluca per andare a piantare l'obelisco di riferimento partendo dal punto E, la corrente ha trascinato l'imbarcazione nel punto M.
Se n è la larghezza del Nilo (corrispondente alla misura del segmento ED), esprimere, in funzione di n, a quale distanza dal punto D l'imbarcazione ha toccato la sponda.