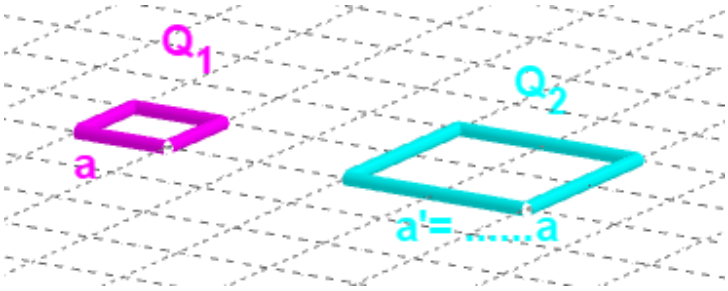
La similitudine nello spazio.

1) Analizza le seguenti situazioni nel piano e calcola.

a) Il quadrato.

I due quadrati sono ....., poiché .....



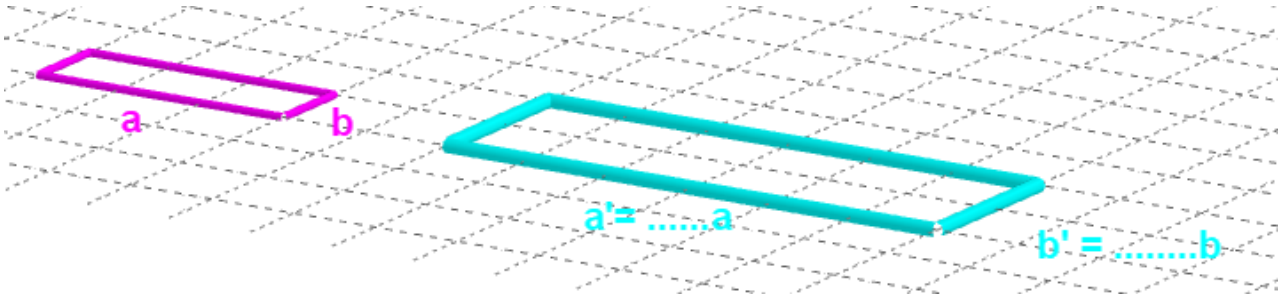
Perimetro Q_1=4l Perimetro Q_2= 4l'=8l Rapporto tra perimetri: $\frac{P\,Q_2}{P\,Q_1} = —$

Area Q_1=l^2 Area Q_2= $(l')^2 = (2l)^2 = 4l^2$ Rapporto tra aree: $\frac{A\,Q_2}{A\,Q_1} = —$

Conclusione:

b) Il rettangolo.

I due rettangoli sono ....., poiché .....



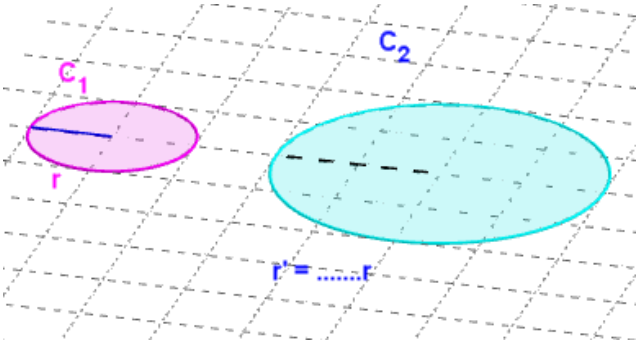
Perimetro R_1= Perimetro R_2= Rapporto tra perimetri: $\frac{P\,R_2}{P\,R_1} = —$

Area R_1= Area R_2= Rapporto tra aree: $\frac{A\,R_2}{A\,R_1} = —$

Conclusione:

c) La circonferenza – il cerchio.

I due cerchi sono .....



Circonferenza C_1= Circonferenza C_2= Rapporto Circonferenze: $\frac{C_2}{C_1} = —$

Area C_1= Area C_2= Rapporto tra aree: $\frac{A\,RC_2}{A\,C_1} = —$

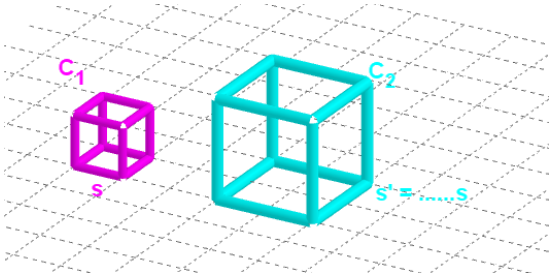
Conclusione:

Costruisci il triangolo equilatero, inscritto alle due circonferenze, calcola la misura del lato, dell'area d' entrambi cosa noti?

Casa capiterà spostandoci dalle due alle tre dimensioni, cioè nello spazio con i solidi-poliedri simili?

2) Analizza le seguenti situazioni nello spazio e calcola.

a) Il cubo



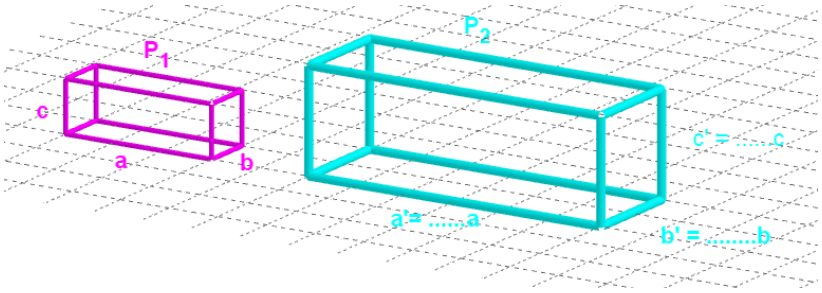
I due cubi sono simili cosa possiamo dire del "rapporto" k = ...

Area totale C_1= Area totale C_2= Rapporto tra Aree: $\frac{A\,C_2}{A\,C_1} = —$

Volume C_1= Volume C_2= Rapporto tra Volumi: $\frac{V\,C_2}{V\,C_1} = —$

Conclusione:

b) Il parallelepipedo rettangolo retto.



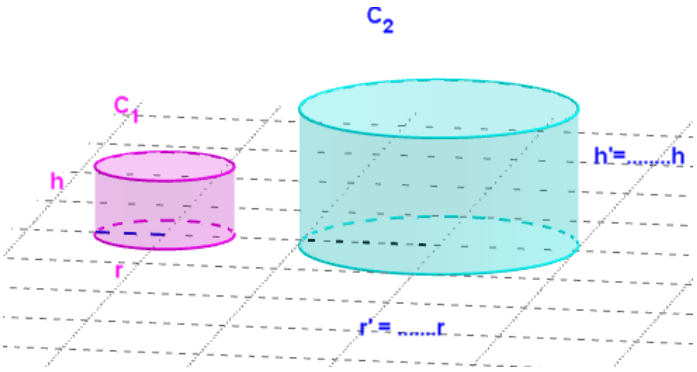
I due parallelepipedi sono simili cosa possiamo dire del "rapporto" k = ...

Area totale P_1= Area totale P_2= Rapporto tra Aree: $\frac{A\,P_2}{A\,C_1} = —$

Volume P_1= Volume P_2= Rapporto tra Volumi: $\frac{V\,P_2}{V\,P_1} = —$

Conclusione:

c) Il cilindro.



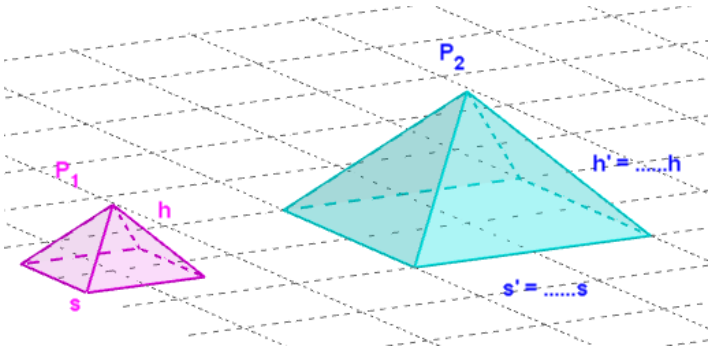
I due cilindri sono simili cosa possiamo dire del "rapporto" k = ...

Area totale C_1= Area totale C_2= Rapporto tra Aree: $\frac{A\,C_2}{A\,C_1} = —$

Volume C_1= Volume C_2= Rapporto tra Volumi: $\frac{V\,C_2}{V\,c_1} = —$

Conclusione:

d) La piramide.



Le due piramidi sono simili cosa possiamo dire del "rapporto"

k = ...

Area totale P_1= Area totale P_2= Rapporto tra Aree: $\frac{A P_2}{A C_1} =$ —

Volume P_1= Volume P_2= Rapporto tra Volumi: $\frac{V P_2}{V P_1} =$ —

Conclusione: .....

In generale se due solidi sono simili abbiamo: rapporto tra i lati = **k**; rapporto tra **le aree** = ... rapporto tra **i volumi** = ...

3) Il tronco di piramide. BM 4; pag. 125 – 126.

Considera ora le seguenti situazioni.

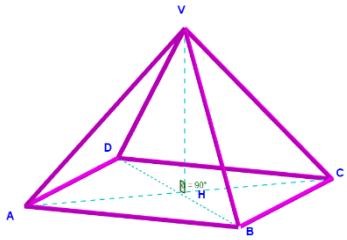


Figura 2

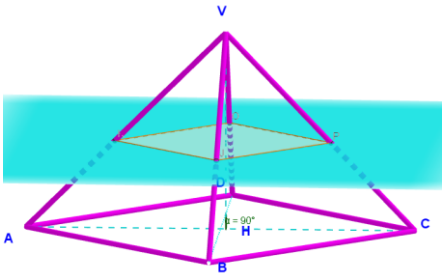


Figura 1

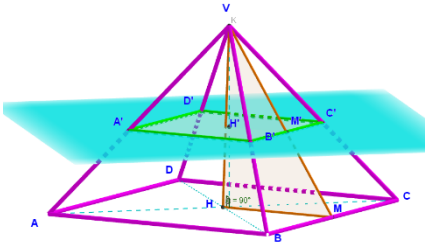
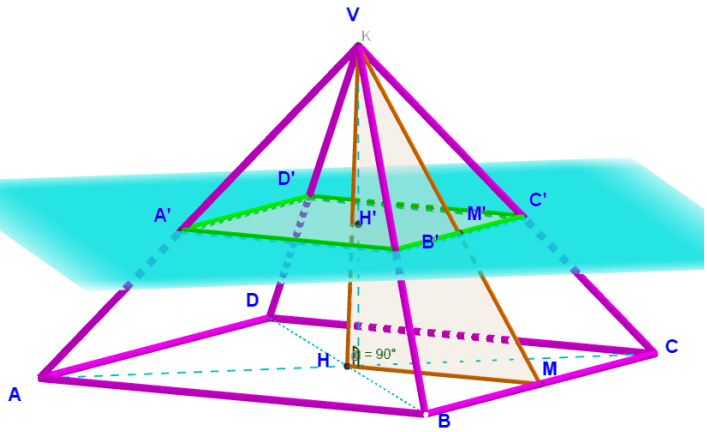


Figura 3

Annotazioni:

Analizziamo **la figura 3**



a) Quali piramidi riconosci?

.....

b) Quali sono i triangoli simili che riconosci? .....

c) Quali rapporti sono congruenti nei triangoli simili?

.....

d) Il solido **ABCDA'B'C'D'** (che evidenzi) è dato dalla ..... tra la ..... e la .....è detto **TRONCO DI PIRAMIDE.**

4) Il volume del tronco di piramide.

Prendi in considerazione la piramide della figura 3, che è .....

Nel caso in cui: $|AB| = 12\ (cm)$; $|HV| = 8\ (cm)$ $|M'V| = 5\ (cm)$

a) Volume piramide P_{ABCDV} :

b) Volume piramide $P_{A'B'C'D'V}$.

Per calcolare il volume dobbiamo conoscere il ..... di ..... ed inseguito calcolare lo spigolo di base A'B' e l'altezza MV. Gli unici segmenti che posso confrontare sono gli apotemi delle due piramidi.

$|L'V| = 5\ (cm)$; $|LV| = \sqrt{|HV|^2 + \cdots\ldots\ldots\ldots.} = \sqrt{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.} =$..... (cm)

dunque: $k = \frac{|M'V|}{|MV|} = \frac{\quad}{\quad} =$

$|A'B'| = k\,|AB|$ = ...= .....$|H'V| = k\,|HV|$ = ... = ...

$V_{A'B'C'D'V}$ = ...

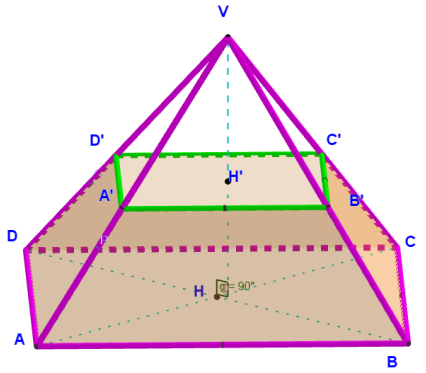
Avresti potuto calcolare il volume anche considerando il rapporto di similitudine, nel seguente modo:

c) Volume del tronco di piramide ABCDA'B'C'D' = V_{ABCDV} - $V_{A'B'C'D'V}$

d) Esercizio ***: Saresti in grado di determinare la formula che ti permetta di calcolare il volume del tronco di piramide?

5) L'area totale del tronco di piramide.

Come procederai per calcolare l'area totale del tronco di piramide?



a) Area laterale Piramide ABCDV:

b) Area laterale Piramide A'B'C'D'V:

c) Area laterale tronco di Piramide ABCDA'B'C'D'.

d) Aree di base del tronco di Piramide ABCDA'B'C'D'.

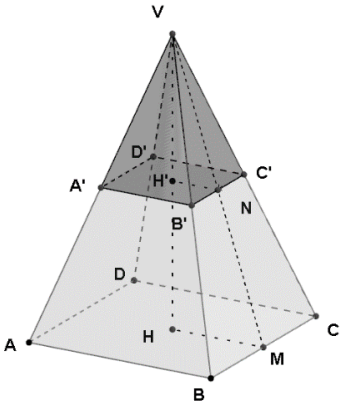
e) Area totale del tronco di Piramide ABCDA'B'C'D'.

Osservazione:

L'area laterale d'un **tronco di piramide regolare** può essere calcolata considerando i trapezi che formano una faccia nel seguente modo

Esercizi. Per ogni esercizio disegna la situazione....ev. con GeoGebra.

1) Il poliedro ABCDA'B'C'D' ottenuto dalla differenza delle due piramidi quadrangolari rette, è detto **tronco di piramide**; calcola la sua area ed il suo volume utilizzando la similitudine e sapendo che: $|AB| = 4\,(\text{cm})$; $|A'B'| = 2\,(\text{cm})$; $|HV| = 6\,(\text{cm})$; $|H'V| = 3\,(\text{cm})$;



i) Rapporto di similitudine.

ii) Volume piramide ABCDV. [32 (cm^3)]

iii) Volume piramide A'B'C'D'V. [4 (cm^3)]

iv) Volume tronco di piramide ABCDA'B'C'D'. [28(cm^3)]

v) L'apotema delle due piramidi. [$2\sqrt{10}$ (cm); $\sqrt{10}$ (cm)]

vi) Lo spigolo laterale delle due piramidi. [$2\sqrt{11}$ (cm); $\sqrt{11}$ (cm)]

vii) Area laterale piramide ABCDV. [$16\sqrt{10}$ (cm^2)]

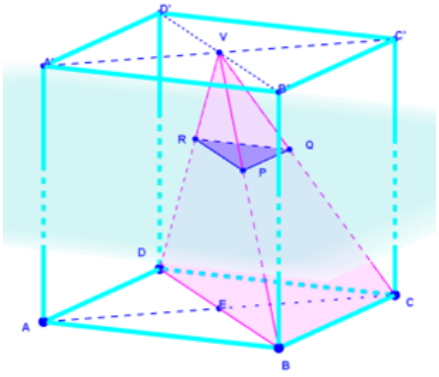
viii) Area laterale piramide A'B'C'D'V. [$4\sqrt{10}$ (cm^2)]

ix) Area laterale tronco di piramide ABCDA'B'C'D'.

x) Area totale tronco di piramide ABCDA'B'C'D'. [$12\sqrt{10}$ + 20 (cm)]

2) ABCDA'B'C'D' è un cubo di spigolo s = 10 cm. La piramide triangolare BCDV è stata ottenuta congiungendo il centro V della faccia A'B'C'D' con i vertici B, C, D.

La piramide è stata tagliata con un piano parallelo alla base, ad una distanza da essa pari a tre quinti dell'altezza, ottenendo due solidi: la piramide PQRV e il tronco di piramide avente i triangoli BCD e PQR come basi.



i) È vero che i triangoli BCD e PQR sono simili? Perché? In caso affermativo qual è il rapporto di similitudine? $\left[k = \frac{2}{5}; |BD| = 10\sqrt{2}\,; |PR| = 4\sqrt{2}\,;\ |PQ| = 4;\ a_{Tro} = 3\sqrt{5}\right]$

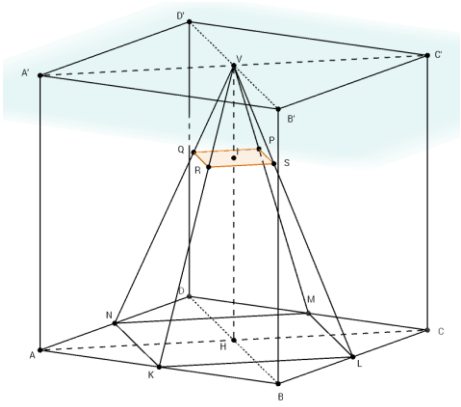
ii) Calcola il volume del tronco di piramide. $\left[V_{BCDV} = \frac{500}{3}\,;\ V_{PQRV} = \frac{32}{3}\,;\ V_{Tronco} = 156\right]$

iii) Calcola l'area totale del tronco di piramide. $\left[A_L = 42(\sqrt{2}+\sqrt{5});\ A_T = 42(\sqrt{2}+\sqrt{5}) + 58\right]$

iv) Calcola volume e area del tronco di piramide nel caso in cui lo spigolo s = 3m. Risultati: $V_{BCDV} = \frac{9}{2}m^3$; $V_{PQRV} = \frac{36}{125}m^3$; $V_{Tronco} = \frac{1053}{250}m^3$; $A_L = \frac{189}{50}m^2(\sqrt{2}+\sqrt{5})$;

$$A_T = \frac{189}{50}m^2(\sqrt{2}+\sqrt{5}) + \frac{261}{50}m^2$$

3) ABCDA'B'C'D' è un cubo di spigolo s = 10 cm. La piramide quadrangolare KLMNV è stata ottenuta congiungendo il centro V della faccia A'B'C'D' con i punti medi K, L, M, N dei lati della faccia ABCD. La piramide viene sezionata con un piano parallelo alla base ad una distanza da essa pari a due terzi dell'altezza. Siano PQRS i punti di intersezione fra il piano e gli spigoli laterali della piramide.



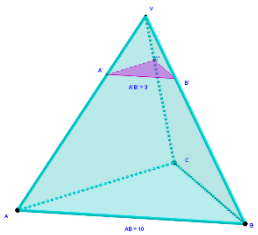
i) Rappresentala situazione disegnando cubo, la piramide e la sezione PQRS.

ii) Prova che PQRS è simile al quadrilatero di base KLMN.

iii) Calcola il volume delle piramidi ABCDV e KLMNV e verificalo con il rapporto di similitudine.

iv) Qual è il volume del tronco di piramide generato.

4) Un tronco di piramide è stato ottenuto sezionando una piramide retta a base quadrata. L'altezza del tronco è 3 cm mentre le due basi sono dei quadrati di lato rispettivamente 7 cm e 4 cm.
Fai uno schizzo del solido e calcola il suo volume e la sua area totale.



5) Un tetraedro (ti ricordi sicuramente cos'è?) regolare di spigolo 10 cm è stato sezionato con un piano ad una certa altezza e parallelamente ad una faccia. Il lato della base minore del tronco di piramide generato risulta lungo 3 cm.
Calcola:

i) Il volume del tronco di piramide.

ii) L'area totale del tronco di piramide.

6) Una piramide esagonale regolare avente lo spigolo di base di 6 cm e l'altezza di 10 cm, viene sezionata da un piano parallelo alla base passante per il punto medio dell'altezza.
a) Calcola il volume del tronco di piramide.
b) L'area totale del tronco di piramide.

7) Un tronco di piramide triangolare regolare ha il volume di 1675 cm^3.
Sapendo che la base maggiore ha l'altezza di $5\sqrt{3}$ cm e che il lato della base minore è i $\frac{2}{7}$ del lato della base maggiore, calcolane l'altezza.

$[49\sqrt{3}\ (cm)]$