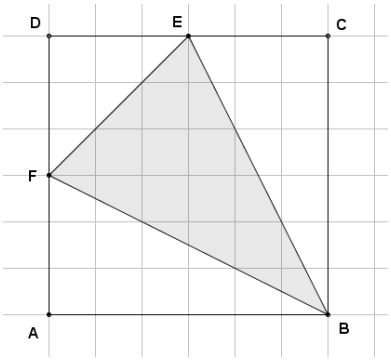
Serie 12

13 febbraio 2025



1) Dato un quadrato ABCD di lato x; siano E e F, i punti medi rispettivamente di CD e AD.

a) Calcola, in funzione di x, l'area del quadrato ABCD.

b) Verifica che il triangolo BEF è isoscele.

c) Calcola in funzione di x, il perimetro del triangolo BEF.

d) Determina la funzione y = g(x) che ad ogni x fa corrispondere l'area del triangolo BEF e trova gli insiemi di definizione e delle immagini.

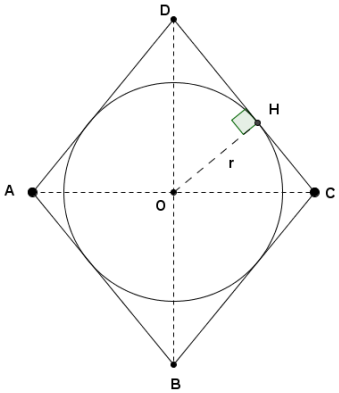
e) Sia g(x) la funzione che ad ogni valore di $x \in [0\,;4]$ fa corrispondere l'area del triangolo BEF:

i) Tabula la funzione nell'intervallo $x \in [-4\,;4]$, con uno "step" di 1.

ii) Rappresenta la funzione nell'intervallo $x \in [-4\,;4]$, evidenziando il tratto del grafico relativo al problema geometrico.

f) Determina per quale valore $x \in \mathbb{R}$ l'area del triangolo BEF misura 6 (u^2).

2) Il perimetro di un rombo misura 20 cm, ed esso è circoscritto ad una circonferenza il cui raggio $|OH| = \sqrt{6}$ (cm). Determina:



a) I triangoli simili utili a determinare la misura delle diagonali.

b) I rapporti che ti permettono di calcolare le diagonali.

c) Calcola la misura delle diagonali AC e BD del rombo.

d) Determina il rapporto, in percentuale, tra l'area del triangolo OCH e quella del rombo ABCD.

[Consiglio: utilizza un'incognita per svolgere l'esercizio. Cosa?]

3) Tecnica di calcolo:

a) Verifica, semplificando il più possibile e mostrando tutti i passaggi, se il risultato della seguente espressione letterale è $\frac{a}{a-2}$.

$$\left(\frac{2}{a}-\frac{1}{a-1}\right):\left(\frac{1}{a^2-2a+1}-\frac{3}{a-1}+a\right):\left(\frac{a^4-2a^2}{a^2-3a+2}\right)^{-1}=$$

b) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione fratta, specificando l'insieme soluzione.

$$\frac{x}{x-1}+\frac{2}{x}=1-\frac{2}{x^2-x}$$

c) Risolvi il seguente problema, utilizzando un sistema d'equazioni.

Un numero di due cifre è tale che la loro somma è 15. Il numero supera di 9 quello che s'ottiene scambiando tra lor la cifra delle unità con quella delle decine. Trova il numero.

[Consiglio: indica con x la cifra delle decine e con y quella delle unità ...e ragiona prendendo un numero di due cifre per esempio!]

d) Risolvi il seguente sistema di disequazioni, specificando l'insieme soluzione.

$$\begin{cases} \frac{2-x}{3}+\frac{x}{2}\geq 0 \\ 4+x>2(x-1)+1 \end{cases}$$

4) Fattorizza utilizzando i metodi visti.

a) $a^2+14a+45=$ **b)** $x^2-5x-24=$

5) Semplifica il più possibile le seguenti frazioni, mostrando tutti i passaggi.

a) $\frac{x+1}{1-x^2}=$ **b)** $\frac{ax+bx+ay+by}{5a+5b+ax+bx}=$

6) Semplifica il più possibile la seguente espressione algebrica, mostrando tutti i passaggi: $\left(1-\frac{b}{a+b}\right)\cdot\left(1-\frac{b}{a+b}\right)\cdot\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)=$

7) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione specificando l'insieme soluzione.

$$\frac{4}{\sqrt{2}+1}-x=\frac{x}{\sqrt{2}-1}$$

8) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione di secondo grado, specificando l'insieme soluzione: $5x^2=x^3$

9) Risolvi il seguente sistema d'equazioni. $\begin{cases} 2x - 3y = x + 1 \\ x + 5y = 3 - y \end{cases}$

10) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente disequazione, specificando l'insieme soluzione nei tre modi visti: $\frac{x+2}{3} - \frac{x+4}{6} - \frac{x-2}{2} \geq 1$

11) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione fratta, specificando l'insieme soluzione.

$$x + \frac{4}{x-1} + \frac{x^2+x+2}{1-x} = 0$$

12) Risolvi il seguente problema con un sistema d'equazioni.

a) Trova due numeri interi, sapendo che il triplo del primo, sommato con il numero che precede il secondo dà 40 e che togliendo dal numero successivo al primo il doppio del secondo si ottiene 3.

b) La somma di due numeri interi è 35 e si sa che la differenza tra il doppio del primo ed il triplo del secondo è 20. Trova i due numeri.

13) Il teorema d'Euclide.

a) Le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa d'un triangolo rettangolo ABC, misurano rispettivamente 3 cm e 27 cm; calcola il perimetro e l'area del triangolo ABC.

b) In un triangolo rettangolo ABC l'altezza relativa all'ipotenusa misura 8 cm, mentre la proiezione d'un cateto sulla stessa misura 4cm. Calcola perimetro e area del triangolo ABC.