Multipli – Divisori. (BM1 -Teoria 31 – 31; Esercizi 117 – 120)

1) I multipli di un numero.

$M_n = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ sia un multiplo di } n\}$

es. $M_7 = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ sia un multiplo di } 7\} = \{\ldots\ldots\}$

Definisci per elencazione i seguenti insiemi:

$M_4 = \{\ldots\ldots\}$; $M_6 = \{\ldots\ldots\}$;

Definisci per elencazione i seguenti insiemi e rappresenta con il diagramma di Venn:

$M_4 \cup M_6$

$M_4 \cap M_6 =$

$M_4 \setminus M_6 =$

$M_6 \setminus M_4 =$

Alcune situazioni particolari:

a) Definisci per elencazione i seguenti insiemi:

$M_5 = \{\ldots\ldots\}$; $M_{10} = \{\ldots\ldots\}$;

Cosa noti?

Definisci per estensione i seguenti insiemi e rappresenta con il diagramma di Venn:

$M_5 \cup M_{10} =$

$M_5 \cap M_{10} =$

$M_5 \setminus M_{10} =$

$M_{10} \setminus M_5 =$

Completa con $\subset$; $\not\subset$:

M_3 ....M_6 ; M_6 ....M_3 ; M_{10} ....M_5 ; M_{14} ....M_7 ; M_{15} ....M_{30} ;

b) Multipli di una potenza con la stessa base.

$2 \cdot 2 \cdot 2 =$ .... ; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ....; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ ....; $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$ .... ;

Dunque $2^{\cdots\cdots}$; $2^{\cdots\cdots}$;$2^{\cdots\cdots}$;$2^{\cdots\cdots}$; sono dei .... di ....dunque ;

$M_{2^2} = \{\ldots\ldots\}$;$M_{3^4} = \{\ldots\ldots\}$

$M_{5^7} = \{\ldots\ldots\}$;$M_{10^9} = \{\ldots\ldots\}$

Ricorda: 2^7 è .... di ....; 3^{23} è .... di ....;

c) Qual è il multiplo comune più piccolo tra due numeri? Per esempio tra 6 e 8 ?

M_6 = {… …}; **M_8** ={… …} ;

Determino i multipli comuni: $M_6 \cap M_8$ = {… …} = ……

Scelgo il multiplo più piccolo diverso da zero: ……

Matematicamente abbiamo calcolato il **minimo comune multiplo** tra 6 e 8 e scriveremo: **m.c.m. (6; 8) =** ……

Due problemini:

i) Ogni 15 giorni ho la verifica di matematica, mentre quella di francese è ogni 20 giorni. Sapendo che oggi le ho affrontato entrambe, tra quanti giorni capiterà la stessa situazione?

ii) Ogni 4 s si accendono intermittenti le luci del presepe, mentre quelle dell'albero s'illuminano ogni 6 s. In un minuto quante volte saranno accese contemporaneamente?

2) I divisori di un numero.

D_n = {x ∈ $\mathbb{N}^*$ | x sia un divisore di n}

es. D_{12} = {x ∈ $\mathbb{N}^*$ | x sia un divisore di 12} = {… … … … … … … … … … … … … … … … … … … …}

Definisci per elencazione i seguenti insiemi:

D_4 = {… … … … … … … … … … … … … … … … … … … …}; D_6 = {… … … … … … … … … … … … … … … … … … … …} ;

Definisci per elencazione i seguenti insiemi e rappresenta con il diagramma di Venn:

$D_4 \cup D_6$ =

$D_4 \cap D_6$ =

$D_4 \setminus D_6$ =

$D_6 \setminus D_4$ =

Definisci per elencazione: D_{18} = {… … … … … … … … … … … … … … … … … … … …}

D_{30} = {… … … … … … … … … … … … … … … … … … … …} ; D_{80} = {… … … … … … … … … … … … … … … … … … … …}

Alcune situazioni particolari:

a) Definisci per elencazione i seguenti insiemi:

$D_5 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; $D_{10} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;Cosa noti?

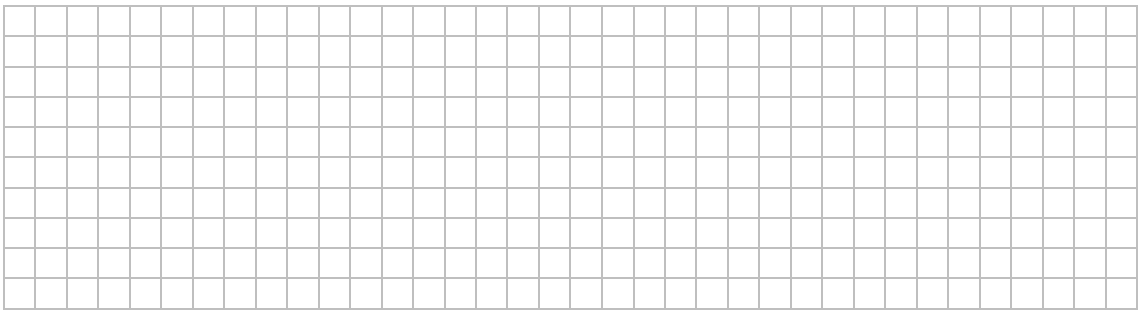
b) Definisci per elencazione i seguenti insiemi e rappresenta con un diagramma di Venn:

$D_5 \cup D_{10} =$

$D_5 \cap D_{10} =$

$D_5 \setminus D_{10} =$

$D_{10} \setminus D_5 =$



Completa con $\subset$; $\not\subset$:

D_3 .....D_6 ; D_6 .....D_3 ; D_{10} .....D_5 ; D_{14} .....D_7 ; D_{15} .....D_{30} ;

c) Divisori di una potenza con la stessa base .

2 è .....di 2 . 2 = ... = $2^{\cdots\cdots}$;2^2 è .....di 2. 2. 2 = ...= $2^{\cdots\cdots}$;

Dunque $2^{\cdots\cdots}$; $2^{\cdots\cdots}$;$2^{\cdots\cdots}$;sono dei ..... di .....dunque ;

$D_{2^2} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;$D_{2^3} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$ $D_{2^4} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

$D_{5^6} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;$D_{10^3} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

Ricorda: 2^7 è ..... di .....; 3^{23} è ..... di .....;

d) Determina per elencazione:

$D_6 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; D_8 $\{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; $D_6 \cap D_8 = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;

i) Qual è il divisore comune più piccolo tra i due numeri?.....

ii) Qual è il divisore comune più **grande** tra i due numeri? .....

Scelgo il divisore comune più grande: ..... Matematicamente abbiamo calcolato il **Massimo Comune Divisore** tra 6 e 8 e scriveremo:

M.C.D. (6; 8) = ...

e) Un problemino:

Ho 20 caramelle e 30 cioccolatini si vuole ottenere il maggior numero possibile di pacchetti uguali, contenenti ciascuno uno stesso numero di caramelle e uno stesso numero di cioccolatini. Quanti caramelle quanti cioccolatini conterrà ciascun pacchetto? Quanti pacchetti si riusciranno ad ottenere?

3) Numeri primi. (pag. 38)

Determina:

$D_3 = \{\dots\dots\dots\}$; $D_5 = \{\dots\dots\dots\}$; $D_7 = \{\dots\dots\dots\}$; $D_{11} = \{\dots\dots\dots\}$; $D1_3 = \{\dots\dots\dots\}$;

Cosa noti? .....

Un numero avente solo ..... **Divisori** è detto **PRIMO**.

Definisci i numeri primi minori a 52.

D = ...

4) I criteri di divisibilità. (Teoria pag. 36 – 37 esercizi pag. 121)

Per scoprire velocemente se un numero è divisibile per un altro applica le seguenti semplici regole

- Un numero è **divisibile per 2** se è **pari** e quindi termina con una delle seguenti cifre: **0 – 2 – 4 – 6 – 8**

23**4** è divisibile per 2 1'08**0** è divisibile per 27'31**8** è divisibile per 24'16**7** non è divisibile per 2

colora solo i numeri divisibili per 2

96 - 245 - 714 - 1'048 - 6'023 - 21'609 - 15'792 - 320'570

- Un numero è **divisibile per 3** se la **somma delle sue cifre** è un numero divisibile per **3**

72 = 7 + 2 = **9** è divisibile per 3, quindi anche **72** è divisibile per 3.

567 = 5 + 6 + 7 = **18** è divisibile per 3, quindi anche **567** è divisibile per 3.

416= 4+1+6 = **11** non è divisibile per 3, quindi anche **416** non è divisibile per 3.

2'985 = 2+9+ 8 + 5 = **24** è divisibile per 3, quindi anche **2.985** è divisibile per 3.

colora solo i numeri divisibili per 3

45 95 129 2'388 8'694 56'490 404'205 382'190

- Un numero è divisibile per 4 se termina con due zeri o se le ultime due cifre formano un numero divisibile per 4; cioè .....

.....

9'6**00** è divisibile per 4 ; 1**08** è divisibile per 4;2'0**36** è divisibile per 4 19'3**12** è divisibile per 4

colora solo i numeri divisibili per 4

112 500 928 1'244 5'126 54'608 115'714 920'572

- Un numero è divisibile per 5 se termina per 5 o per 0

87**0** è divisibile per 5 4'65**5** è divisibile per 5 24'91**0** è divisibile per 5

35'10**2** non è divisibile per 5

colora solo i numeri divisibili per 5

72 905 345 2'000 6'004 28'895 85'791 411'810

➢ Un numero è divisibile per 6 (= 2 . 3) se è divisibile per 2 e per 3.

102 è divisibile per 2, è divisibile per 3 dunque è divisibile per .....

87**0** è divisibile per 2, è divisibile per 3 dunque è divisibile per .....

4'61**4** è divisibile per 2 è divisibile per 3 dunque è divisibile per .....

24'91**0** è divisibile per 2 ma .....dunque..... è divisibile per .....

colora solo i numeri divisibili per 6

102 340 506 931 934 1200 2346

➢ Un numero è divisibile per 9 se la somma delle sue cifre è un numero divisibile per 9

855 = 8 + 5 + 5 = **18** è divisibile per 9, quindi anche **855** è divisibile per 9

1'503 = 1+5 + 0 + 3 = **9** è divisibile per 9, quindi anche **1'503** è divisibile per 9

519 = 5+1+9 =**15** non è divisibile per 9, quindi anche **519** non è divisibile per 9

92'475 = 9 + 2 + 4 + 7 + 5 = **27** è divisibile per 9, quindi anche **92'475** è divisibile per 9.

colora solo i numeri divisibili per 9

531 199 729 1'764 2'601 59'886 84'530 131'645

➢ Un numero è divisibile per 10 se termina .....

87**0** è divisibile per 10; 4'600 è divisibile per 10;35'10**2** non è divisibile per 10.

colora solo i numeri divisibili per 10

72 905 345 2'000 6'004 320'570 85'791 411'810

➢ Un numero è divisibile per 15 (5 · 3) se

.....

7**5** .....è divisibile..... per 15;

4'600 .....è divisibile..... per 15;

24'000 ..... è divisibile .....per 15;

35'10**2** ..... è divisibile per..... per 15;

colora solo i numeri divisibili per 15

720 1'020 340 555 931 9340 1200 2'345

➢ Un numero è divisibile per 25 se termina .....

87**0 non** è divisibile per 25;1'600 è divisibile per 25;5'10**2** non è divisibile per 25.

colora solo i numeri divisibili per 25

1'020 1'250 3400 5575 9310 93''425 1200

Completa la tabella con un visto, quando il numero della prima colonna è divisibile per il numero della prima riga.

↱	2	3	4	5	6	9	10	12	15
102									
216									
3420									

5) La scomposizione in fattori primi. (teoria pag. 39; es. 121 – 123)

Ricorda: un numero è detto primo se possiede unicamente due divisori uno e se stesso.

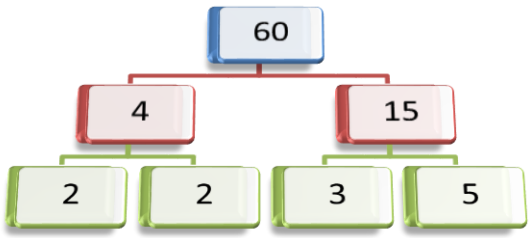
I primi numeri primi sono P = {2; 3; 5; 7 11; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29; 31 ; 37; 41; 43; 47 …. }

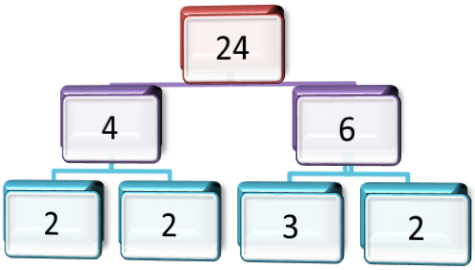
Un qualsiasi numero non primo può essere scomposto nel prodotto d'altri numeri primi.

Questa scomposizione è unica, vedi BM 1 pag. 39 del testo.

Un numero può essere scomposto in fattori primi in diversi metodi.

a) Il diagramma ad albero (verticale o orizzontale).





Otteniamo 60 = ……; 24 = ……

b) Metodo tradizionale o verticale. (da dimenticare …e non applicare … 😉)

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Otteniamo 60 = ……;24 = ……

c) Metodo della fattorizzazione (scomposizione orizzontale).

60 = 6 . 10 = 2 . 3 . 2 . 5 = ...

Oppure: 60 = ...

24 = 3 . 8 = 3 . 2 . 4 = 3 . 2 . 2 . 2 = ...

Oppure: 24 = ...

Particolarità:

10 =

100 =

1'000 =

10'000 =

100'000 =

1'000'000 =

30 =

90 =

500 =

600 =

4'000 =

12'000 =

Dunque: .....

Esercizi:

Scomponi in fattori primi con il metodo della fattorizzazione orizzontale.

28 =

96 =

112 =

375 =

975=

243 =

1024 =

1025 =

6) Scomposizione in fattori primi e proprietà delle operazioni. (calcolo mentale)

Esempio:

60: 15 = (6 · 10) : (3 · 5) = (2 · 3 · 2 · 5) : (3 · 5) = (2^2 · 3 · 5) : (3 · 5); applico la proprietà .....dividendo sia dividendo che ..... per .....ottengo; [(2^2 . 3 . 5) : 3] : [(3 . 5) : 3] = (2^2 . 5) : 5 = ...

Dunque 60 : 15 = ...

Che posso anche scrivere : 60 : 15 = $\frac{60}{15} = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5}{3 \cdot 5} = 2^2 = 4$

Esercizi:

72 : 24 =

600:50 =

408 : 68 =

1'690 : 130 =

1'080 : 90 =

1'152 : 576 =

201'600 : 4'200 =

112 · 375 =

7) Calcola il valore delle seguenti espressioni:

9'801: 99 =

(504 · 18) : 42 =

2'205: (343 : 49) =

8) La scomposizione in fattori primi, alcuni vantaggi.

a) I divisori d'un numero, sfruttando la scomposizione in fattori primi, vedi BM1 pag. 39; ricorda 1 è divisore di tutti i numeri.

Scomponi in fattori: $6 = 2 \cdot 3$ dunque, $D_6 = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ che posso scrivere $8 = 2^3$; dunque $D_8 = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

$14 = 2 \cdot 7$ dunque, $D_{14} = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

$15 = 3 \cdot 5$ dunque, $D_{15} = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

$18 = 2 \cdot 9 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ che posso scrivere $18 = 2 \cdot 3^2$;

dunque, $D_{18} = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

$20 = 2 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ che posso scrivere $20 = 2^2 \cdot 5$;

dunque, $D_{20} = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

Se il numero fosse relativamente grande applico i due metodi della scomposizione in fattori e della divisione.

$60 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ dunque, $D_{60} = \{ \qquad \}$

$80 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$ dunque, $D_{80} = \{ \qquad \}$

$100 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$ dunque, $D_{100} = \{ \qquad \}$

Esercizi

i) Calcola i divisori dei seguenti numeri, utilizzando la scomposizione in fattori:30 - 42 - 50 – 72 -102 -280 – 1000 - 2000 – 2016 – 2023.

Puoi verificare il tuo lavoro sul sito: calcolare i divisori di un numero.

ii) Dati le seguenti scomposizioni in fattori primi, completa, chiaramente senza calcolatrice, con ☒ se i numeri della seconda riga sono divisibili per i numeri della prima colonna. Cosa inserirai nella prima colonna? E nella prima colonna?

	Numero						
	Fattori	$2\cdot3\cdot5$	$3^2\cdot5$	$2\cdot3^2\cdot5$	$2^2\cdot3\cdot5$	$2^2\cdot3^2$	$2^2\cdot3^2\cdot5$
	6						
	9						
	10						
	12						
	15						
	20						

b) Multipli e divisori di potenze.

i) Multipli: 2^3 è un multiplo di .....
3^4 è un multiplo di .....

ii) Divisori: 2^3 è un divisore di ..... ; ma anche di .....
3^4 è un divisore di ..... ; ma anche di .....

iii) Completa con M (multiplo) oppure D (divisore):
2^3 ….. 2^4 ; 5^4 ….. 5^2 ; 2^8 ….. 2^4 ; 5^4 ….. 5^8 ; 2^3 ….. $3\cdot2^4$; $2^3\cdot5^4$ ….. $2^5\cdot5^8$

c) Il calcolo del minimo comune multiplo (mcm), BM1 pag. 40.

i) Calcola mcm (6;8)

- Scompongo in fattori primi: $6=2\cdot3$; $8=2^3$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **maggiore**, cioè 2^3
- Per ottenere anche un multiplo di 6 devo moltiplicare per 3.
- Dunque mcm (6;8) = $2^3\cdot3=24$

ii) Calcola mcm (16;18)

- Scompongo in fattori primi: $16=\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $18=\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **maggiore**, cioè .....
- Per ottenere anche un multiplo di 18 devo moltiplicare per .....
- Dunque mcm (16;18) = ...

iii) Calcola mcm (28;36)

- Scompongo in fattori primi: $28=\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $36=\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **maggiore**, cioè .....
- Per ottenere anche un multiplo di 28 devo moltiplicare per .....
- Dunque, mcm (28;36) = ...

iv) Calcola mcm dei seguenti gruppi di numeri:

mcm (8; 12):

mcm (8; 12;15):

mcm (24; 32):

mcm (24; 32;36):

Regola:

Un problemino.

Filippo è un allievo molto scrupoloso e si prepara costantemente studiando ogni 3 giorni matematica, ogni 6 giorni francese e ogni 8 giorni storia; sapendo che oggi ha studiato tutte e tre le materie, quando capiterà la stessa situazione?

d) Il calcolo del Massimo Comune Divisore (MCD), BM1 pag. 40

i) Calcola MCD (6;8)

- Scompongo in fattori primi: $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2^3$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **minore**, cioè 2.
- Tre non è divisore di 8 e dunque non lo prendo in considerazione
- Dunque, **MCD** (6;8) = 2

ii) **Calcola MCD (16;18)**

- Scompongo in fattori primi: $16 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $18 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **minore**, cioè .....
- Dunque **MCD** (16;18) = ...

iii) Calcola **MCD** (28;36)

- Scompongo in fattori primi: $28 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $36 = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
- Tra i fattori comuni scelgo quello avente l'esponente **minore**, cioè .....
- Dunque, **MCD** (28;36) = ...

ii) **Calcala MCD dei seguenti gruppi di numeri**:

MCD (8; 12):

MCD (8; 12;15):

MCD (24; 32):

MCD (24; 32;36):

Regola:

Per controllare il tuo lavoro puoi consultare la pagina M.C.D. e m.c.m.

Un problemino:

Un'associazione organizza una missione umanitaria in Congo grazie all'aiuto di numerose volontarie e volontari. L'associazione forma delle squadre co i seguenti criteri:

- In ogni squadra ci deve essere almeno un rappresentante di ciascun mestiere.
- Le squadre devono avere la stessa composizione.
- Occorre formare quante più squadre possibili.



Quante squadre può inviare in missione l'associazione? Di quanti e quali operatori è formata ogni squadra?

Approfondimenti su LM pag. 12 -15; esercizi pag. 41 – 46 …ma non tutti!!