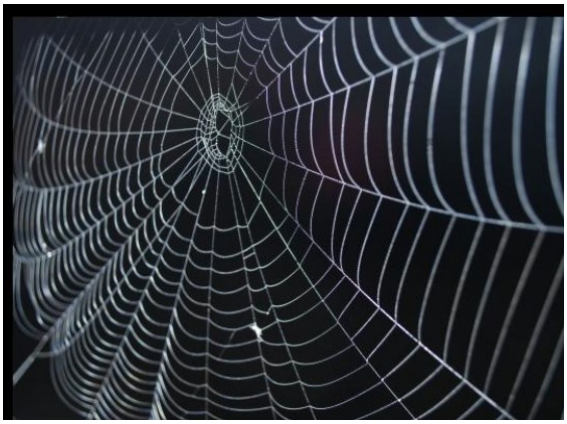










## Il Cerchio - la circonferenza.( Teoria 63 - 65 ; Esercizi 129 – 138 )

### 0) Definizione.

Determina l'insieme di tutti i punti distanti 2 cm dal punto O. Cosa ottieni?

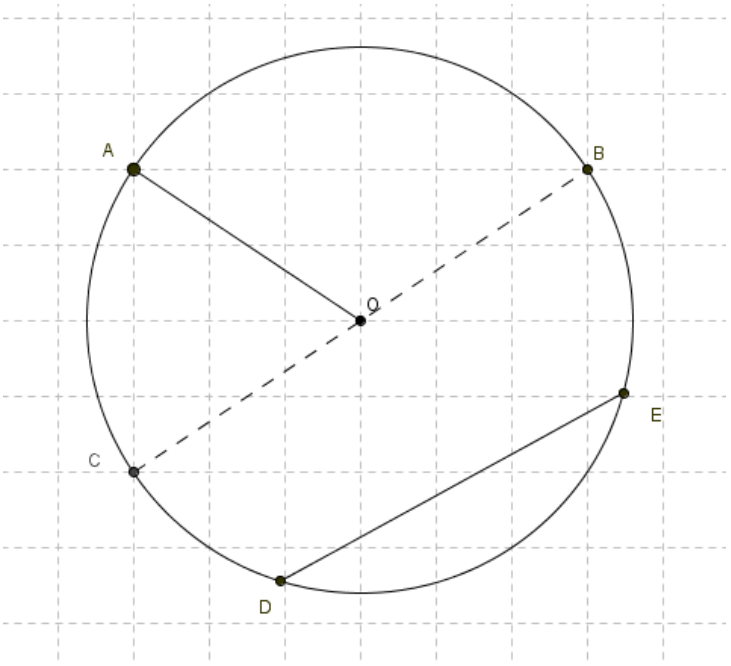
Determina l'insieme di tutti i punti distanti 3 cm dal punto K. Cosa ottieni?

. O

. K

La figura che ottieni è un .....

### 1) Le parti del cerchio.




Il punto O è il centro del cerchio.

$\overline{AO}$ è il raggio **r** del cerchio.

$\overline{BC}$ è il diametro **d** del cerchio.

Noti che $d$ = .....$r$ dunque $r$ = .....$d$

di conseguenza in tutti i cerchi il rapporto tra il diametro e il raggio è

$\frac{d}{r}$ = ..... rapporto inverso

$\overline{DE}$ è la corda.

DF è detto arco di circonferenza.

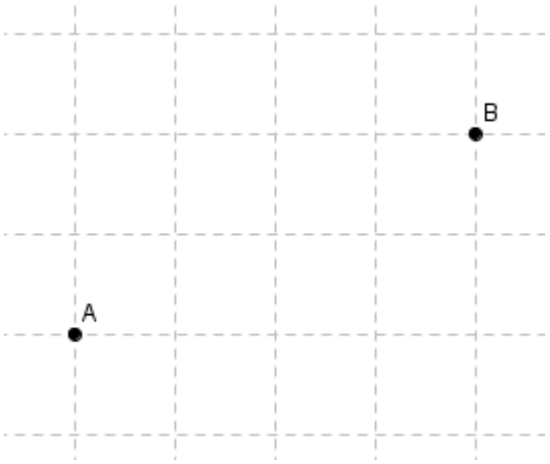
## 2) Costruzione d'una o più circonferenze passanti per:

a) un punto D.

• D

**Conclusione?** .....

b) Due punti A e B.




**Conclusione?**

.....

.....

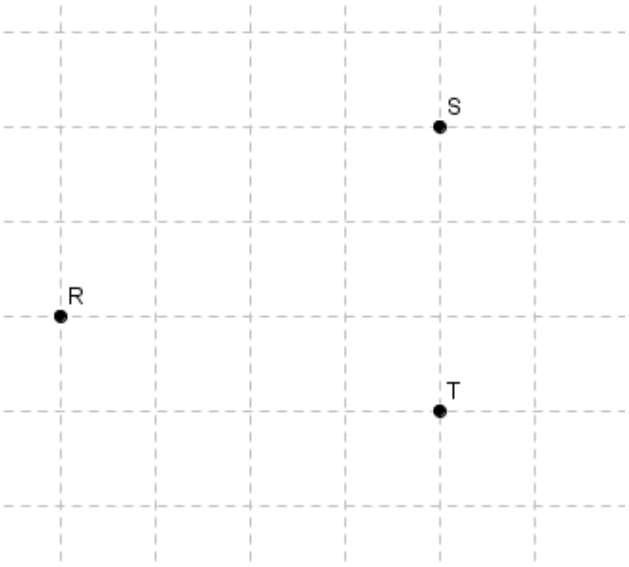
.....

.....

.....

.....

c) Tre punti R; S; T.




**Conclusione?**

.....

.....

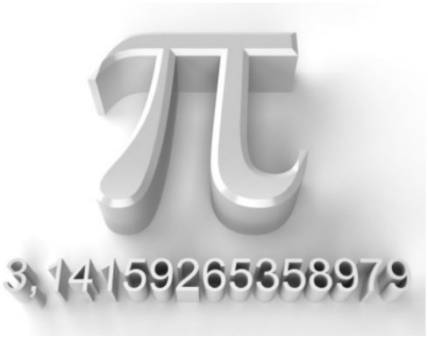
.....

.....

.....

.....

### 3) Un rapporto importantissimo ed interessantissimo.




**π** : Questa lettera dell'alfabeto greco, si legge pi greco, rappresenta il rapporto tre la lunghezza della circonferenza e quella del diametro di un cerchio. Scoperto fino dai tempi dei Babilonesi e divulgato da Eulero (?), non è ancora tutt'oggi definito in modo preciso; ha un numero infinito di cifre dopo la virgola ed è un numero trascendente.



Viene festeggiato chiaramente il .....

.....

**Sulla calcolatrice Casio fx 85:**

Seleziona 

prima e 

poi sul display leggerai :.....

per vedere la forma decimale, basterà premere il tasto 

: .....

Calcola, approssimando ai centesimi:3$\pi$ = .....;7,5 $\pi$ = .....;

$\frac{2}{5}\pi$ = .....;

Come vedi **π** , viene considerato come una lettera nel calcolo algebrico.

**Osservazione**: Nei problemi scriverai i due risultati, quello esatto con π es. 5π e quello approssimato al valore richiesto in decimali: es. 5π = 15,71

### 4) La lunghezza della circonferenza.

Avendo visto che **d = 2r** e che $\pi = \frac{C}{d}$ dove C = circonferenza,

d = diametro e r = raggio possiamo calcolare che:

$C = d \cdot \pi$ oppure $C = 2r\,\pi$ formule inverse $d = \frac{C}{\pi}$ ; $r = \frac{C}{2\pi}$

**Esempi:**

**a)** Calcola la lunghezza di una circonferenza di raggio 7,2 cm.

**b)** La ruota della mia bicicletta ha un diametro di 71, 12 cm, con una pedalata quanti metri percorro? Sapendo che un giretto del lago è di 50 km, quante pedalate avrò compiuto?

**c)** Una circonferenza misura 5 π cm. Calcola la misura del suo raggio.

## 5) L'area di un cerchio.

Un cerchio può essere considerato un poligono regolare con un numero infinito di lati; dunque, la sua area la calcolo nel seguente modo:

$A = \frac{\text{Perimetro} \cdot \text{apotema}}{2}$ Perimetro del cerchio è la misura della circonferenza e l'apotema corrisponde al ..... del cerchio dunque:

$A = \frac{\text{Circonferenza} \cdot \text{raggio}}{2} = \frac{2r\pi \cdot r}{2} = \frac{2 \cdot r^2 \cdot \pi}{2} =$ semplificando i 2 ottieni:

$A = r^2\pi$ formula inversa $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

## 6) Esempi:

**a)** Calcola l'area di un cerchio avente il raggio r = 7,2 cm. [A = 51,84 $\pi$ $cm^2$;≅ 162,9 $cm^2$]

**b)** Calcola il perimetro e l'area di un cerchio avente il diametro di 236 mm.

**c)** Disegna una circonferenza di raggio **r** scelto a tuo piacimento, e il quadrato avente come lato il raggio stesso del cerchio. Calcola il rapporto tra l'area del cerchio e l'area del quadrato. Cosa noti?

**d)** Completa la tabella relative alle circonferenze 1,2, 3, 4, 5.

| Circonferenza | raggio r | Diametro d | Circonferenza C | Area A |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 5cm | | | |
| 2 | | 7 cm | | |
| 3 | | | 28$\pi$ cm | |
| 4 | | | 21,98 cm | |
| 5 | | | | 324$\pi$ $cm^2$ |

**e)** Un quadrato è circoscritto ad una circonferenza. Sapendo che l'area del cerchio è di 625$\pi$ $cm^2$, calcola area e perimetro del quadrato. [r = 25cm; A = 2500 $cm^2$; P = 200 cm]

**f)** Disegna un ettagono (nf. 1,038) avente il lato di 4 cm e le rispettive circonferenze circoscritte e inscritte al poligono, calcola:

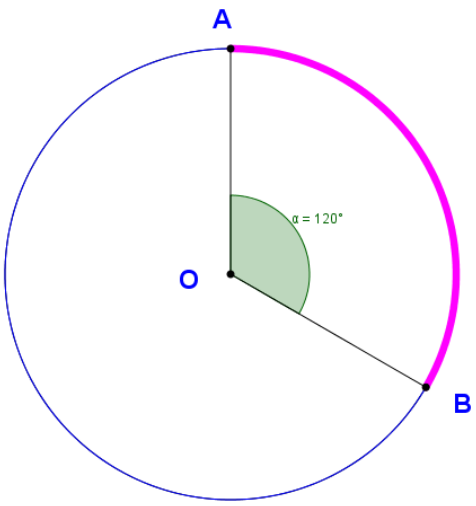
i) L'area compresa tra la circonferenza circoscritta e il poligono.

ii) L'area compresa tra il poligono e la circonferenza inscritta.

## 7) La corona circolare.

Disegna due circonferenze concentriche aventi il raggio rispettivamente di **R = 5** cm e r = 3 cm. Calcola l'area compresa tra le due circonferenze.

## 8) Arco di cerchio.




È la parte di circonferenza delimitata da due punti. L'arco AB.

Sapendo che **r = 4 u** calcola la lunghezza dell'arco AB.

Devo considerare il rapporto tra l'angolo al centro $\alpha$ e l'angolo giro di 360°.

L'arco sarà $\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} . 2r\pi$ dunque :

.....

.....

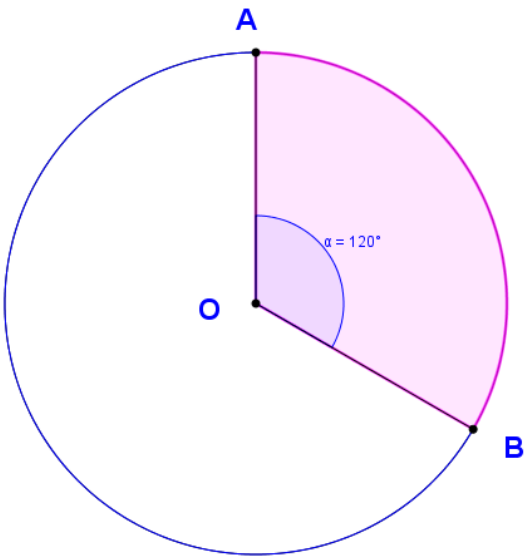
.....

.....

.....

## 9) Settore circolare.

Svolgo lo stesso ragionamento che abbiamo svolto con l'arco, ma prendo in considerazione l'area del cerchio, dunque:




Il settore circolare AOB.

Sapendo che r = 4 u calcola l'area del settore circolare. A

Devo considerare il rapporto tra l'angolo al centro $\alpha$ e l'angolo giro di 360°.

L'arco sarà $\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} . r^2\pi$ dunque :

.....

.....

.....

.....

.....

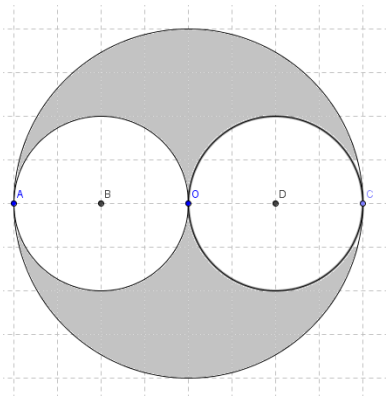
## 10) Esercizi:

**a)** Un arco insiste su un angolo al centro di 30°, se il raggio della circonferenza misura 9 cm, quanto è lungo l'arco? **[1,5 π cm ]**

**b)** Un settore circolare ha l'area di 9 π $cm^2$, il cerchio a cui appartiene ha l'area di 36 π $cm^2$, quanto è ampio l'angolo al centro corrispondente a quel settore? **[90°]**

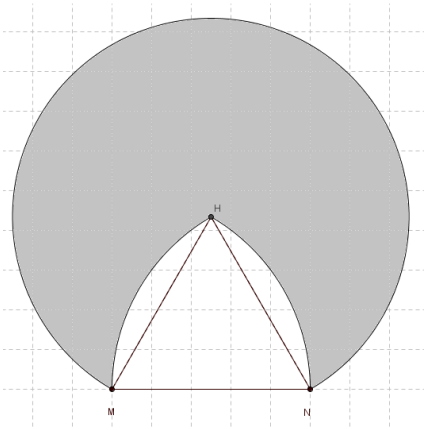
**c)** Per ogni affermazione metti una croce su V (vero) o F ( falso), verificando con un disegno la tua conclusione.

| | V | F |
|---|---|---|
| • In un quadrato inscritto ad una circonferenza il lato è uguale al diametro. | ❑ | ❑ |
| • In un quadrato circoscritto ad una circonferenza il lato è uguale al diametro. | ❑ | ❑ |
| • L'apotema di un esagono regolare coincide con il raggio della circonferenza inscritta. | ❑ | ❑ |
| • In un rettangolo inscritto in una circonferenza la diagonale coincide con il diametro. | ❑ | ❑ |

**d)** 


Dopo aver rappresentato la situazione sul tuo foglio, calcola area e perimetro della parte colorata sapendo che $|AC| = 8$ u e che $|AB| = |BO| = |OD| = |OC| = 2$ u [ 😉 ]

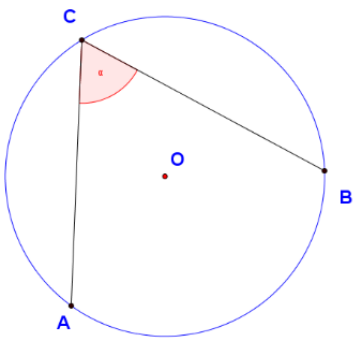
**e)** Dato il triangolo equilatero MNH, di lato 5 cm , dopo aver costruito la figura sul tuo foglio , calcola l'area della figura colorata. [ ]




## 11) Angolo al centro – angolo alla circonferenza.

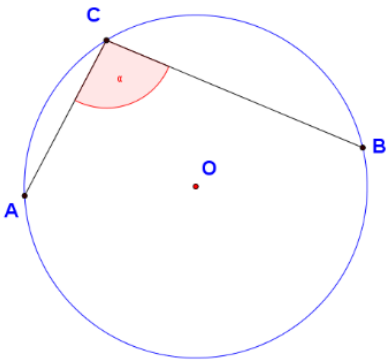
In ognuno dei seguenti esempi è rappresentato **un angolo alla circonferenza** ( con il vertice sulla circonferenza ) **α**, disegna **l'angolo al centro** (con il vertice sul centro della circonferenza) **β**, e misuralo. Che relazione esiste tra i due angoli?

a)



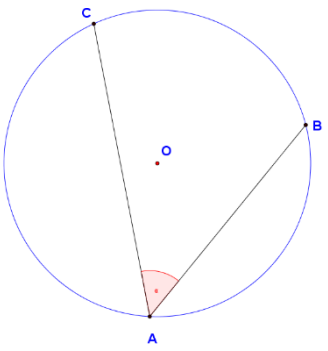

α = 64 °; β =.....

b)




α = 95 °; β = .....

c)

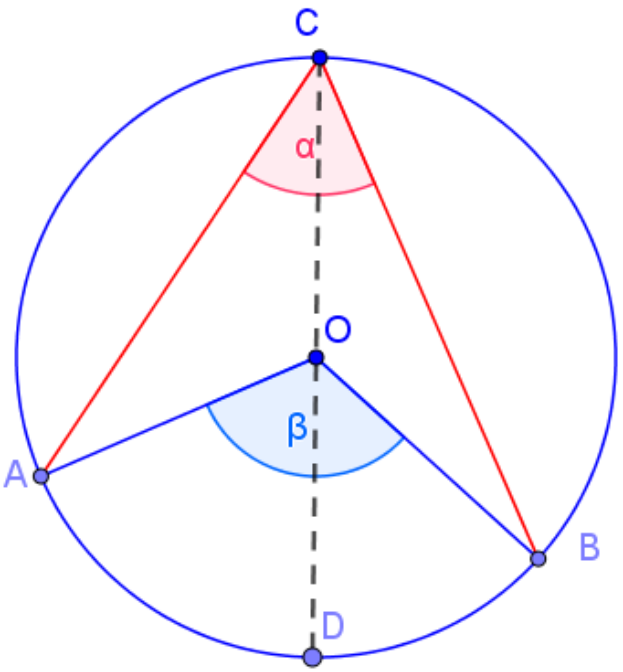



α = 50 °; β =.....

**Conclusione:** .....

.....

.....




L'angolo AOB è detto angolo al centro poiché il vertice corrisponde al centro della circonferenza, mentre l'angolo ACB è detto angolo alla ....., poiché giace sulla circonferenza.
Saresti in grado di trovare la relazione esistente tra i due angoli?

.....

.....

.....

.....

.....

Dunque, in ogni circonferenza l'angolo al **centro** è .....

.....dell'angolo alla **circonferenza**.

**Dimostrazione:**

**Ricorda:**
La somma degli angoli interni d'un triangolo è:

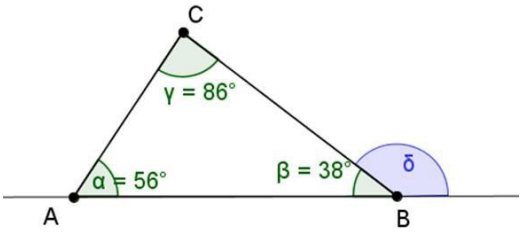
.....

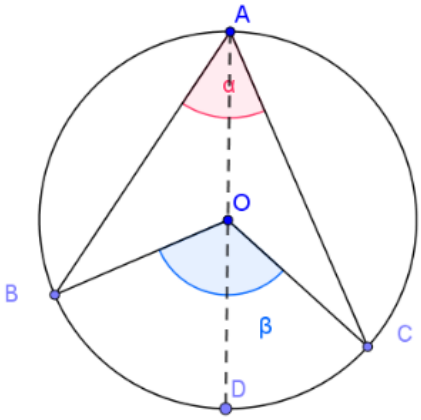
La misura dell'angolo esterno corrisponde

.....

.....

.....




.....

.....

.....

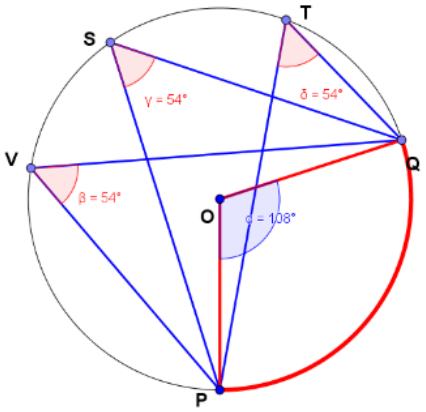
.....

.....

.....

.....

**Conseguenza 1**: Angoli alla circonferenza che insistono su uno stesso arco sono congruenti. Saresti in grado di motivare?




.....

.....

.....

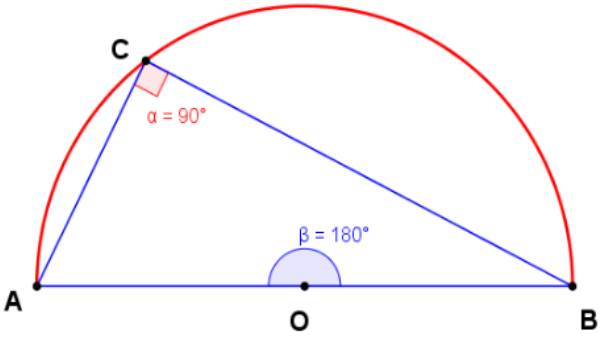
.....

.....

.....

**Conseguenza 2**: È vero che tutti i triangoli inscritti in una semicirconferenza sono.....?

Saresti in grado di motivare?




.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Esempi.**

Nella figura i punti A, B e C appartengono alla circonferenza di centro O. Determina, con il calcolo e giustificando, la misura degli angoli del triangolo ABC, sapendo che $|A\hat{O}C| = 50°$ e $|B\hat{O}C| = 150°$

.....

.....

.....

.....

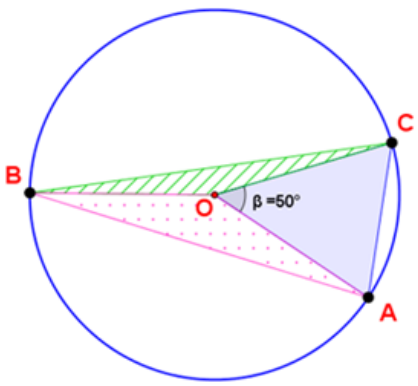
.....

.....

.....

.....

.....




Prova, a rappresentare la situazione sul tuo foglio.

## 12) Esercizi – applicazioni.

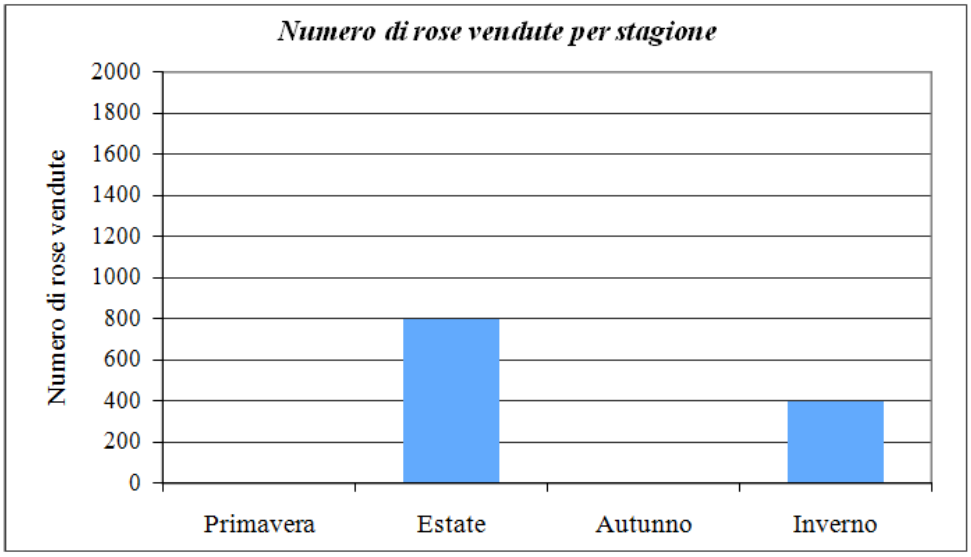
### 1) Areogrammi.

a) Rappresenta con un aerogramma i ragazzi e le ragazze della classe.

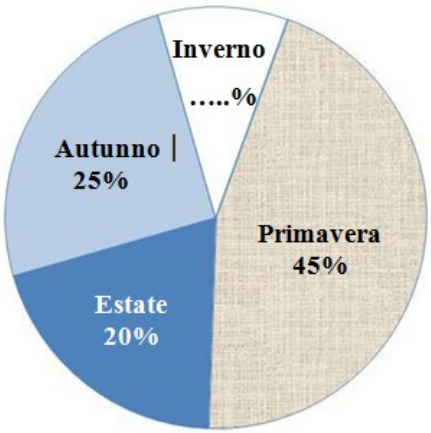
b) Completa la seguente tabella e rappresenta la situazione con un aerogramma:

| Lingua | Popolazione | Parte | Decimale | Percentuale | Angolo |
|---|---|---|---|---|---|
| Tedesco | 4 640 359 | | | | |
| Francese | 1 485 056 | | | | |
| Italiano | 470 961 | | | | |
| Romancio | 35 095 | | | | |
| Altre | 656 539 | | | | |
| Totale | | | | | |

2) **Le due rappresentazioni grafiche** seguenti si riferiscono alla stessa situazione: la vendita di rose effettuate da un fioraio in un anno. Entrambe sono incomplete.




Vendita di rose (suddivisione percentuale)




a) Rappresenta i dati con una tabella, inserendo quantità, parte, percentuale e angolo.

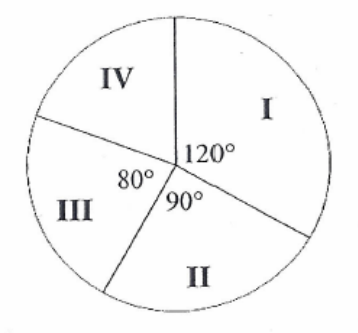
b) Rappresenta i due grafici sul tuo foglio.

c) Completare l'aerogramma con la percentuale mancante (inverno).

d) Calcolare il numero di rose vendute dal fioraio in un anno.

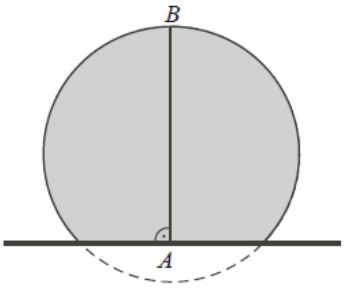
e) Completare l'istogramma con i rettangoli mancanti (primavera e autunno)

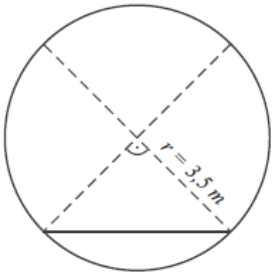
**3)** Nel seguente diagramma a settori circolari è rappresentata la distribuzione degli allievi per sezione in una sede di scuola media (oltre alle sezioni I, II, III e IV sono indicate le ampiezze 120°, 90°, 80° di tre dei quattro settori).




**a)** Rappresenta l'aerogramma.
**b)** Calcola la percentuale degli allievi di IV Media.
**c)** Sapendo che gli allievi di prima (I) sono 132, calcolare quanti allievi ci sono in tutto in quella scuola e quanti ce ne sono in ogni sezione.

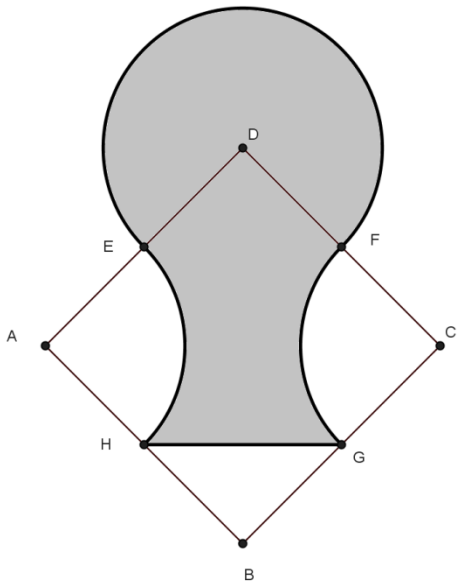
**4)** Sotto, nella figura a sinistra, è rappresentata schematicamente la sezione di un tunnel ferroviario (parte grigia) ottenuta a partire da un cerchio di diametro 7 m, nel modo illustrato nella figura di destra.




**a)** Rappresenta la situazione sul tuo foglio.
**b)** Calcola l'area della sezione del tunnel (parte grigia).
**c)** Trova la lunghezza del segmento AB, sapendo che AB passa per il centro del cerchio.

**5)** Data la seguente figura, essa è formata da un quadrato ABCD di lato $|AB| = 4\,u$; E, F, G e H sono i punti medi dei lati del quadrato. Gli archi EF; FG; HE sono generati da circonferenze aventi il centro rispettivamente in D; C e A.




**a)** Ridisegna una figura simile sul tuo foglio.
**b)** Calcola la misura di HG. (Ragiona!)
**c)** Calcola l'area della figura colorata.
**d)** Calcola il perimetro della figura colorata.

*Attenzione all'unità di misura!*