INSIEME DEI NUMERI INTERI: $\mathbb{Z}$ (BM2 pag. 13 – 31; 79-103; LM 48 -66)

1) INTRODUZIONE – CONCETTO.

a) La montagna più alta della Svizzera è la Punta Dufour, nel Canton Vallese con 4'634 metri. **Locarno** situata a 193 m s.l.m. è il punto più basso, mentre nel suo lago con i suoi 372 m sotto il livello del mare, abbiamo il punto più profondo.

Rappresenta la situazione graficamente.

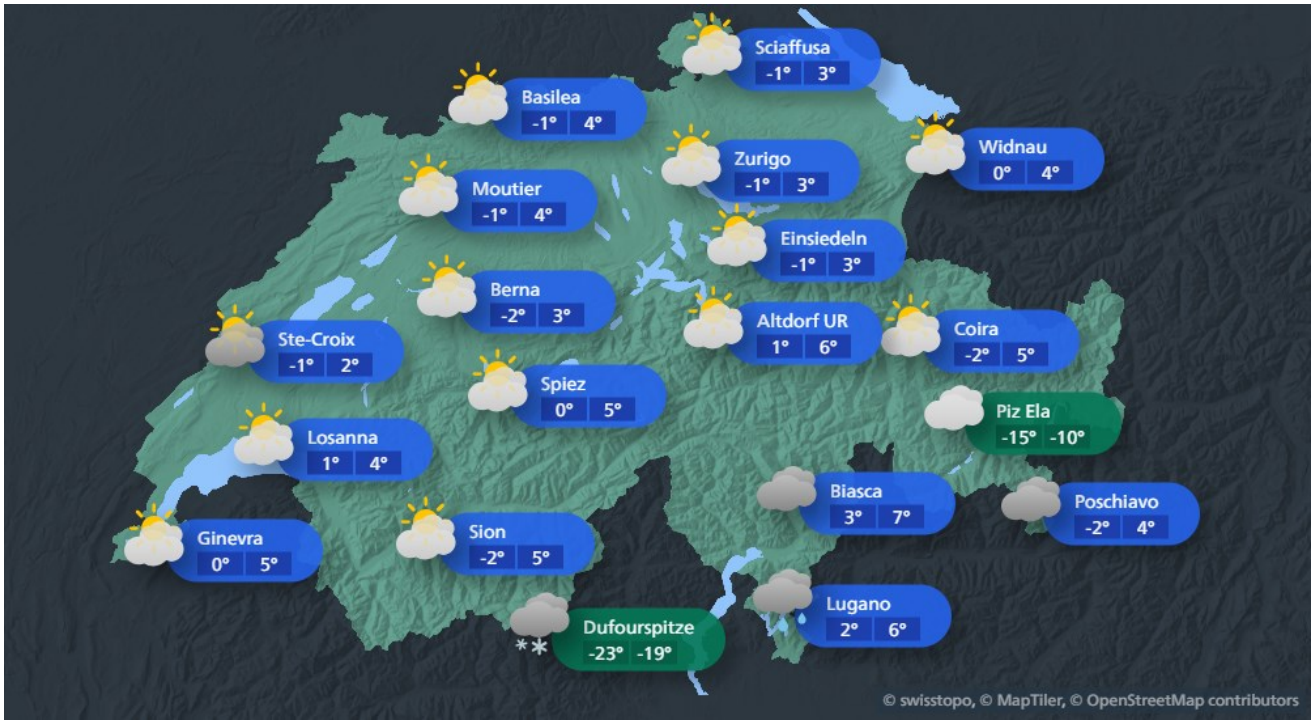




Qual è il punto di riferimento?

Vi sono altre situazioni nelle quali i numeri naturali non bastano:

b) La temperatura.



Cosa rappresenta questa cartina?

In quali località:

i) Hai la temperatura più bassa?

ii) Hai la temperatura più alta?

iii)V'è stata la maggiore escursione termica?

iv)V' è stata la minore escursione termica?

v) Qual è il punto di riferimento?

c) Le date storiche.



Césare, Gaio Giulio (latino Iulius Caesar) - Generale romano (Roma 100 a.C. - 44 a. C.).

Cosa indica a. C.? .....

Quanti anni visse? .....

Tu, quanti anni dopo Giulio Cesare sei nato?

Come rappresenteresti su una retta numerica? Qual è il punto di riferimento?

d) La gestione contabile. Commenta questo titolo.

Il preventivo di Locarno vede rosso ma non troppo

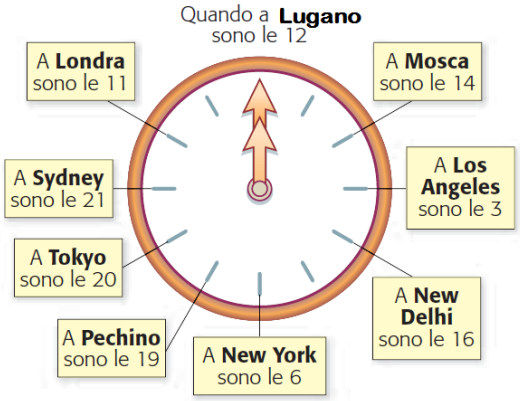
CONTI / Malgrado le difficoltà legate alla pandemia per il 2021 si stima un disavanzo tutto sommato contenuto di 2,4 milioni
Rimane alto il livello degli investimenti a favore del territorio, come l'autosilo dei Monti o il nodo semaforico del Debarcadero

Qual è il punto di riferimento?

Qual è lo stato delle finanze cantonali? ...e di quelle Federali?

e) Il fuso orario.

Commenta questa immagine, a cosa si riferisce?



L'orologio segna l'ora di alcune delle maggiori città del mondo, nel medesimo istante.

Quante ore di differenza abbiamo tra Lugano e Mosca?

E tra Lugano e Los Angeles?

Cos'è la linea del cambiamento di data?

Qual è il punto di riferimento?

f) I cambi.

Commenta questa immagine, a cosa si riferisce?

Simbolo	Denaro	Lettera	Massimo	Minimo	Var.	Var. %
USD/CHF	0,8851	0,8852	0,8854	0,8805	+0,0042	+0,48%
EUR/CHF	0,9298	0,9300	0,9316	0,9289	-0,0001	-0,01%
GBP/CHF	1,1231	1,1233	1,1233	1,1202	+0,0023	+0,21%
CHF/JPY	169,76	169,79	170,37	169,61	0,00	0,00%
CAD/CHF	0,6303	0,6304	0,6309	0,6291	+0,0003	+0,05%

Cosa puoi dire dei cambi di valuta?

Qual è il punto di riferimento?

g) L'ascensore.



Cosa indicano i pulsanti con il segno negativo?

Ho posteggiato al – 3, e l'uscita è situata al 6 piano, quanti piani devo salire?

Qual è il punto di riferimento?

h) Le operazioni: Puoi svolgere il calcolo 12 – 7 = ... e 7 – 12 = ?

Cosa hanno in comune questi esempi?

Conclusione:

2) L'INSIEME DEI NUMERI INTERI RELATIVI.

Modi di scrittura, matematicamente contrassegnato con $\mathbb{Z}$, esso comprende tutti i numeri interi sia positivi che negativi.

$\mathbb{Z} = \{\ldots..-4\,;\,-3\,;\,-2;\,-1\,;0\,;\,+1;\,+2\,;\,+3\,;\,+4:\,+5\,;\ldots\ldots\ldots\ldots..\}$

Come vedi mettiamo sempre il segno negativo (**-**) prima di un numero minore di zero e un segno positivo (**+**) prima di un numero maggiore di zero. Lo zero è considerato .....

.....

Dunque:

$\mathbb{Z}^+ = \{0;\,+1;\,+2;\,+3;\,+4;\,+5;\,+6\,;\ldots\ldots\ldots..\}$ definito per elencazione

$\mathbb{Z}^+ = \{x \in \mathbb{Z} | x \geq 0\}$, definito per caratteristica,

è detto insieme dei numeri **interi positivi** e corrisponde a .....

$\mathbb{Z}^- = \{\ldots..-5;\,-4\,;\,-3\,;\,-2\,;\,-1\,;0\}$ definito per elencazione

$\mathbb{Z}^- = \{x \in \mathbb{Z} | x \leq 0\}$, definito per caratteristica, è detto insieme dei numeri **interi negativi**.

Esercizi:

i) Rappresenta gli Insiemi $\mathbb{Z}^+$ e $\mathbb{Z}^-$ con un unico diagramma di Venn. Cosa noti?

ii) Completa in modo appropriato.

+ 8 .....$\mathbb{Z}^-$; -13.....$\mathbb{Z}^-$; 0 .....$\mathbb{Z}^-$; 0 .....$\mathbb{Z}^+$; + 8 .....$\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ =$ ..... ; $\mathbb{Z}^- \cap \mathbb{Z}^+ =$ ..... ; $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^+ =$ ..... ; $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^- =$ ..... ;

iii) Rappresenta l'insieme dei Numeri Naturali, $\mathbb{N}$, e l'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$, con un unico diagramma di Venn. Cosa noti? Come lo scrivi matematicamente?

iv) È vero che tutti i numeri naturali sono anche numeri interi?

v) Definisci nel modo mancante (elencazione o caratteristica)

A = $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq +4\}$ =.....

B =$\{x \in \mathbb{Z} \mid x < +4\}$ =.....

C =$\{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < +3\}$ =.....

D = $\{+8; +10; +12; +14 \ldots..\}$ =.....

E = $\{\ldots..; -8; -7; -6; -5\}$ =.....

F = $\{-8; -7; -6; -5\}$ =.....

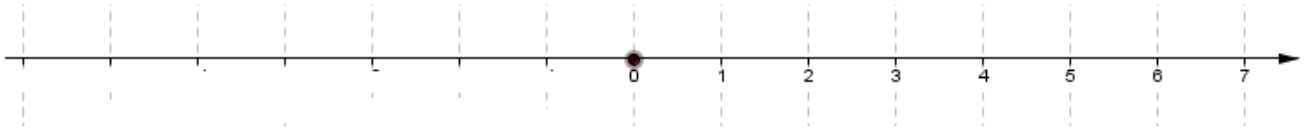
Osservazione: Due numeri interi eventi lo stesso segno sono detti **concordi**, nel caso contrario son detti **discordi**.

Es. **–** 3 e **+**5 sono .....; mentre **–** 15 e **-**45 sono .....;

+8 e **-**8 sono detti .....; dunque due numeri **opposti** sono sempre.....

3) LA RAPPRESENTAZIONE SULLA RETTA NUMERICA.

a) Inserisci sulla retta i numeri interi negativi, che risultano ..... rispetto al punto .....



Due numeri simmetrici rispetto allo zero sono detti **OPPOSTI.**

+ 3 è l'opposto di ..... . ; - 4 è l'opposto di ..... ; 0 è l'opposto di ..... ;

Qual è il numero opposto di zero?.....

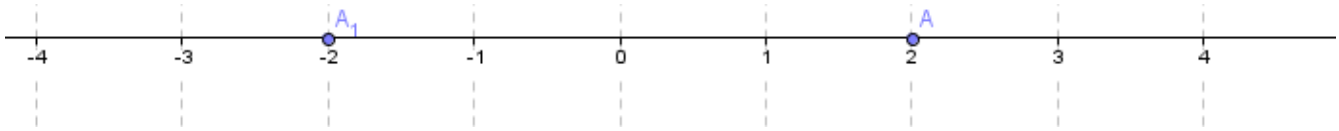
La somma di due numeri opposti è sempre .....

b) Confronto tra numeri relativi. Completa opportunamente con < ; > .

+17.....+3; +12 .....- 3; - 5.....+3; - 5.....0 ; - 5.....-1 ; - 51.....52 ;

Conclusione:

c) Cosa puoi dire di (+ 2) e (– 2) ?

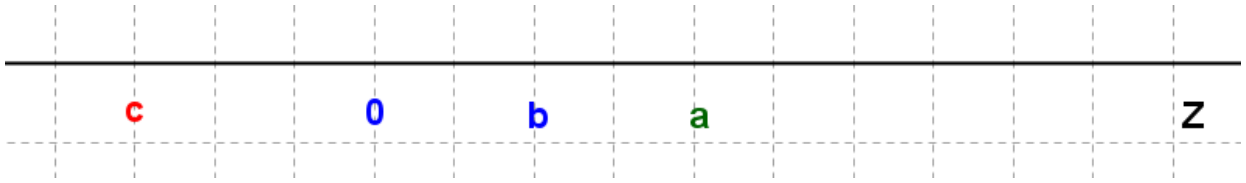


Quali sono altri numeri con la stessa caratteristica? .....

Quando due numeri hanno la stessa distanza dall'origine, matematicamente diremo che hanno lo stesso **valore assoluto** e scriveremo: $|-2| = |+2| = 2$

Completa: $|-5| = |+ \ldots\ldots| = \cdots\ldots\ldots$; $|\ldots\ldots| = |-89| = \cdots\ldots\ldots$;

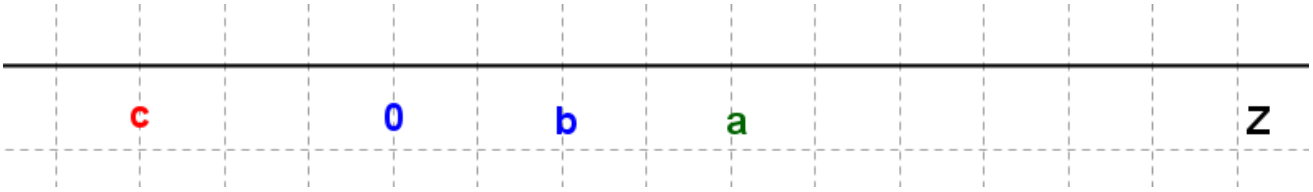
d) Sapendo che $a, b, c \in \mathbb{Z}$, rappresenta $-a$; $-b$; $-c$; $a-b$; $b-a$; $c+b$; $c-a$



Completa con $<$; $>$; $=$

a .....b ; c ..... b ; c ..... a ; $-a$ ..... c ; $-b$ ..... c ; $a-b$ ..... b; $a-b$ ..... $b-a$

e) Sapendo che $a, b, c \in \mathbb{Z}$, rappresenta $\frac{3}{4}a$;$-\frac{3}{4}a$; $\frac{3}{2}b$; $-\frac{3}{2}b$; $\frac{5}{3}c$; $-\frac{5}{3}c$



Completa con $<$; $>$; $=$

a ..... $\frac{3}{4}a$; $\frac{3}{4}a$ ..... $-\frac{3}{4}a$; $-\frac{3}{4}a$ ..... $\frac{3}{2}b$; $-\frac{3}{2}b$ ..... $\frac{5}{3}c$;

$\frac{5}{3}c$ ..... c ; $-\frac{3}{4}a$ ..... c; $-\frac{3}{4}a$ ..... $-\frac{5}{3}c$

Ora DEVI svolgere l'esercizio 19 a pag. 85 e 26 pag. 87.

19 Sulla retta numerica sottostante sono rappresentati i numeri interi **a**, **b** e **c**.

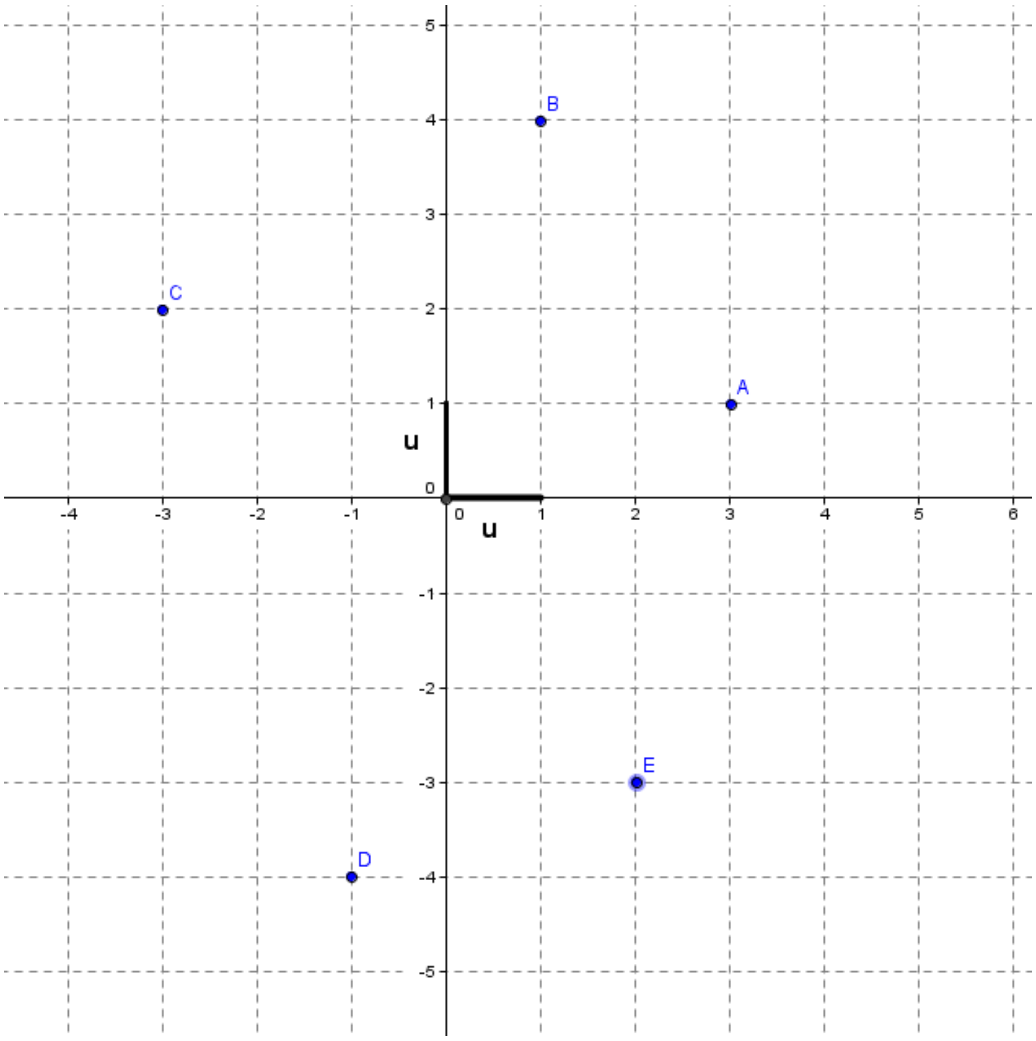


Rappresentare i seguenti numeri interi sulla retta data, nel modo più preciso possibile:

b–a ; **c–a** ; **(b–a)+c** ; **b+(c–a)**

4) IL PIANO CARTESIANO CON I NUMERI INTERI RELATIVI ($\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$)

a) Completa e inserisci le coordinate dei punti sul piano Cartesiano.



A (……..; ……..)

B (……..; ……..)

C (……..; ……..)

D (……..; ……..)

E (……..; ……..)

F (+ 5; - 3)

G (- 3 ; + 5)

H (- 4 ; - 2)

I (- 3 ; - 2)

L (+ 4 ; - 2)

M (+ 4 ; 0)

P (0 ; + 3)

S (- 4 ; 0)

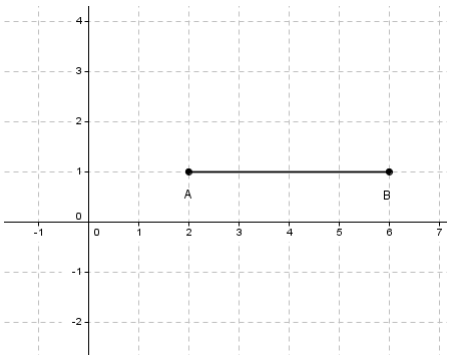
T (0 ; - 2)

Ricorda:

- Un punto viene rappresentato con una coppia di valori, detti **coordinate cartesiane**, dove il primo valore rappresenta lo spostamento **orizzontale** (**x**) , e il secondo lo spostamento **verticale** (**y**) . Esempio A (x = ……. ; y = = …….) che scriviamo semplicemente A (……. ; …….).
- L'asse orizzontale, detto asse delle **ASCISSE**, rappresenta i valori delle x, va orientato con una freccia solo nel verso positivo.
- L'asse verticale, detto asse delle **ORDIANTE,** rappresenta i valori delle y, va orientato con una freccia solo nel verso positivo.
- Gli assi sono perpendicolari, e la loro intersezione rappresenta l'origine del piano cartesiano e si contrassegna con il punto O (0; 0)
- Per ogni asse devi scegliere l'unità di misura **u**.
- Ricerca: Chi ha "inventato" il piano cartesiano? In quale periodo?

b) Distanza tra due punti sul piano cartesiano.

i) Coordinate di A (……; ……) ;B (……; ……)

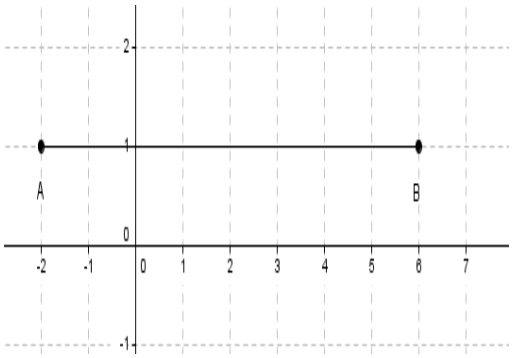


Conta quante unità hai tra A e B ……; dunque $|AB|$ = …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

ii) Coordinate di A (……; ……) ;B (……; ……)

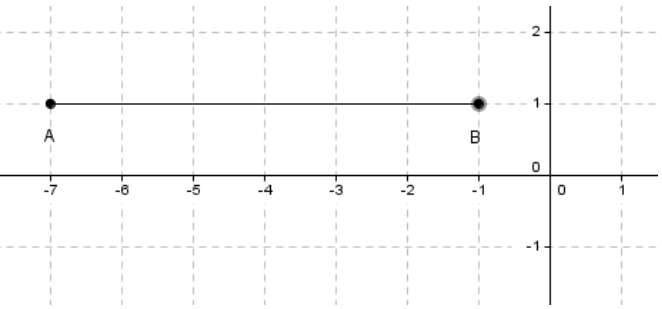


Conta quante unità hai tra A e B ……; dunque $|AB|$ = …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

iii) Coordinate di A (……; ……) ;B (……; ……)

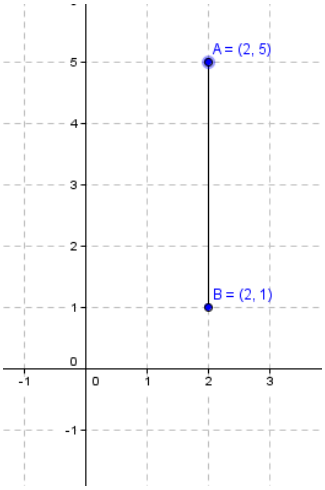


Conta quante unità hai tra A e B ……; dunque $|AB|$ = …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

iv) Coordinate di A (……; ……) ;B (……; ……)



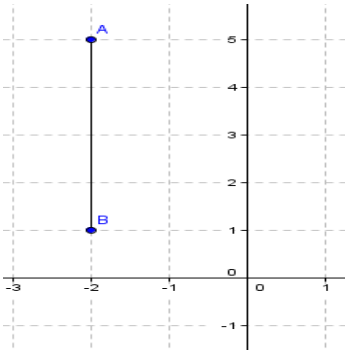
Conta quante unità hai tra A e B ……; dunque $|AB|$ = …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

……

v) Coordinate di A (.....; .....) ;B (.....; .....)

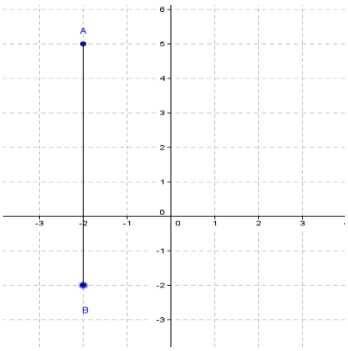


Conta quanti unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ... Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

vi) Coordinate di A (.....; .....) ;B (.....; .....)

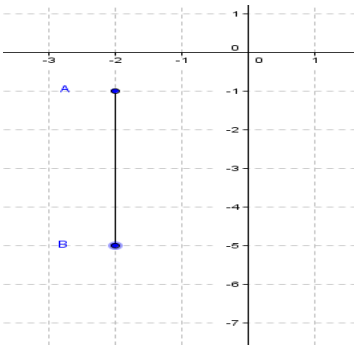


Conta quanti unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ... Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

vii) Coordinate di A (.....; .....) ;B (.....; .....)

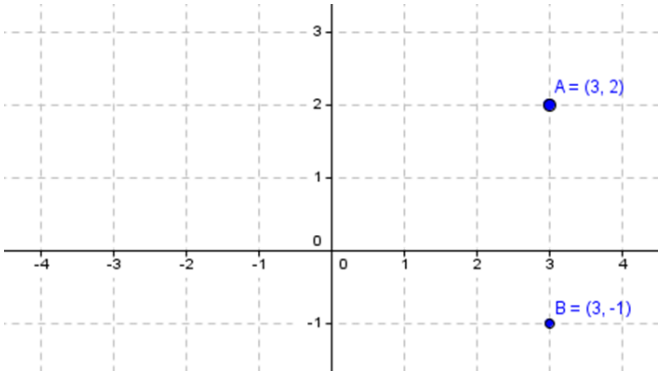


Conta quanti unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ... Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

viii) Dato il punti A (3; 2) costruisci il simmetrico rispetto all'asse y, A ' (...; .....)



Dato il punti B (3; -1) costruisci il simmetrico rispetto all'asse y, B ' (...; .....)

Ottieni il .....ABB'A, la cui altezza AB misura:..... (u); mentre la base BB' misura .....; il perimetro misura.....; mentre l'area misura .....

.....

5) LE OPERAZIONI CON I NUMERI INTERI RELATIVI.

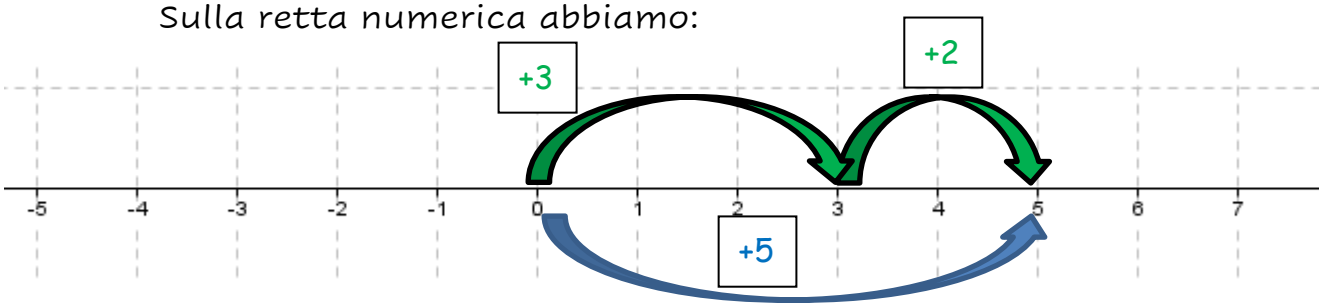
a) L'addizione:

i) Qual è il risultato di (+3) + (+2) = ?

essendo due numeri naturali possiamo semplificare la scrittura in:

(+3) + (+2) = 3 + 2 = (+5)

Sulla retta numerica abbiamo:



Osservazione: Aggiungere un numero positivo corrisponde dunque spostarmi verso destra.

Calcola, semplificando la scrittura:

(+13) + (+24) = ...

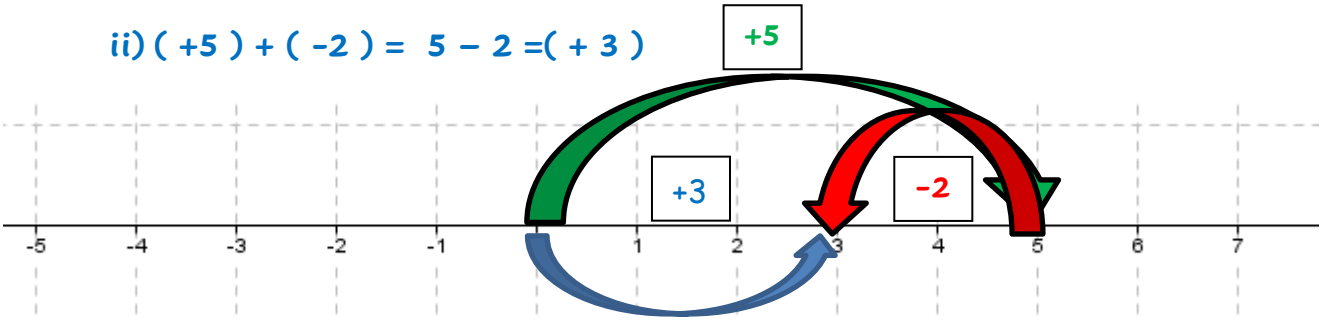
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=$ .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(+12m) + (+ 19 m) = ...

ii) (+5) + (-2) = 5 – 2 =(+ 3)



Osservazione: Aggiungere un numero negativo corrisponde dunque spostarsi verso sinistra.

Calcola, semplificando la scrittura:

(+13) + (-4) = ...

(+19) + (-14) = ...

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

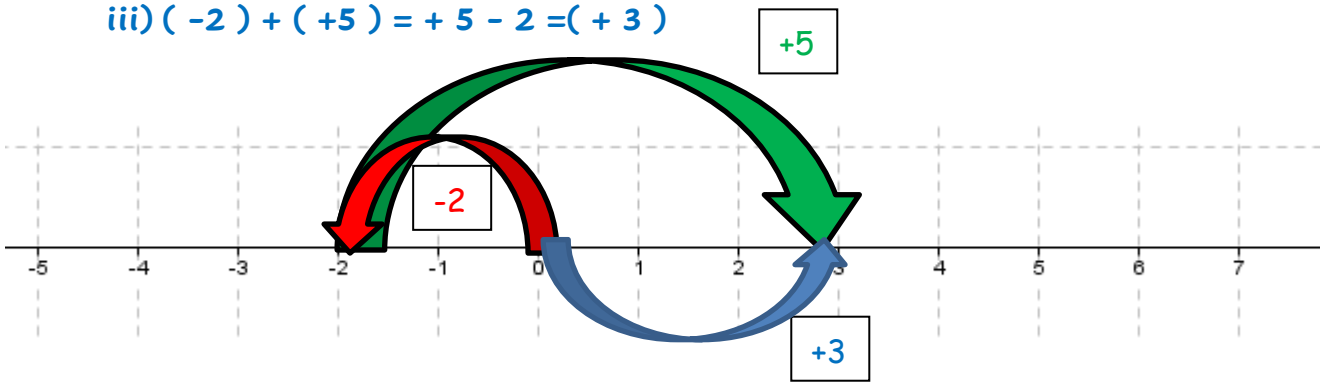
$\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$ .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(+19m) + (- 12m) = ...

(+19m) + (- 12m) + (- 4m) =.....

iii) (-2) + (+5) = + 5 - 2 =(+ 3)



Osservazione: Ti ricordi che l'addizione possiede la proprietà commutativa, dunque:

(-9) + (+15) = (+15) + (-9) = 15 - 9= (+6)

Calcola, semplificando la scrittura:

(-3) + (+4) = ... = ...; (-9) + (+14) = ... = ...;

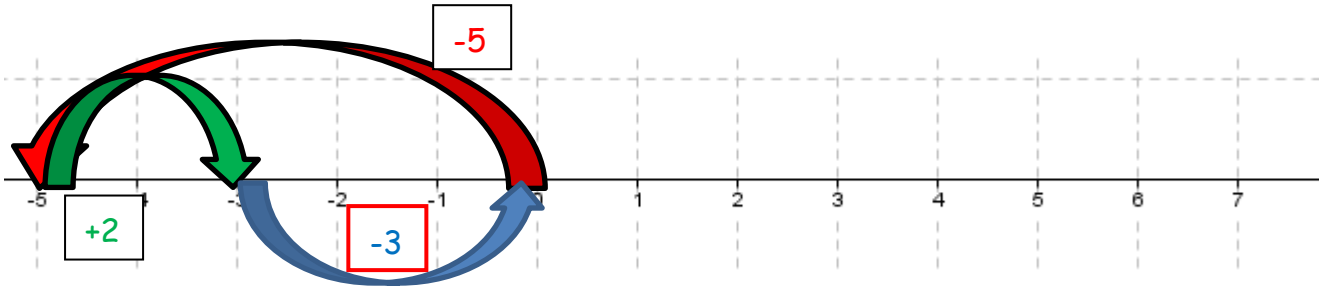
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{3}{8}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=-\frac{3}{8}+\frac{5}{6}=$ .....; $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$ .....;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(-9m) + (+ 12m) = ... = ...; $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{13}{6}y\right)=$ .....;

iv) (-5) + (+2) = - 5 + 2 =(- 3)



Calcola, semplificando la scrittura:

(-13) + (+4) = ... = ...; (-19) + (+14) = ...

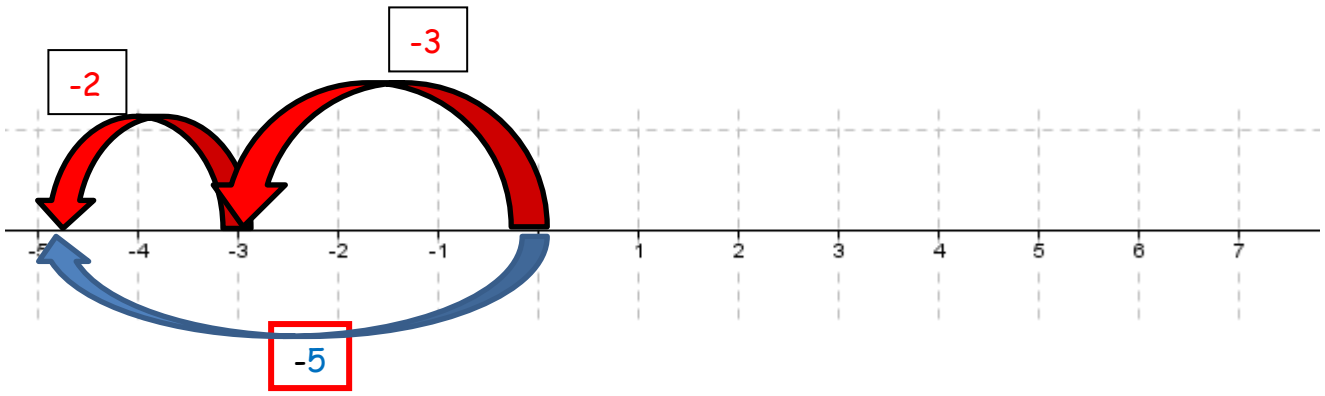
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$ .....; $\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$ .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(-19m) + (+ 12m) = ... $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{7}{10}y\right)=$.....

v) (-3) + (-2) = - 3 - 2 = (- 5)



Calcola, semplificando la scrittura:

(-13) + (-4) = ...; (-19) + (-14) = ...;

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right)$ = ...; $\left(-\frac{8}{5}\right) + \left(-\frac{7}{10}\right)$ =.....;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(-19m) + (+ 12m) = ...; $\left(-\frac{5}{3}y\right) + \left(-\frac{7}{10}y\right)$ = ...;

Riassumendo:

(+4) + (+ 3)= .....; (+ 4) + (-3) = ...;

(-5) + (+ 4) = ...; (-2) + (-4) = ...;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

(+ 2) + (+ 3) = ...; (+ $\frac{5}{6}$) + (+ $\frac{4}{3}$) = ...;(-2y) + (-3y) = ...;

(+ l) + (+ 7) = ...; (- $\frac{5}{6}$) + (- $\frac{4}{5}$) = ...; (-6a) + (+ 3a) = ...;

(+ 2) + (-3) = ...; (- $\frac{5}{8}$) + (+ $\frac{3}{4}$) = ...;(-5ab) + (-4ab) = ...;

(+ l) + (- 7) = ...; (+ $\frac{8}{9}$) + (+ $\frac{7}{6}$) = ...; ($-6x^2$) + ($-3x^2$) = ...;

(- 18) + (- 17) = ...; ($-\frac{41}{9}$) + (+ $\frac{33}{6}$) = ...;(-41yz) + (-33yz) = ...;

(-45) + (-37) = ...;(- $\frac{24}{14}$) + (- $\frac{69}{21}$) = ...;(-45m) + (+ 37m) = ...;

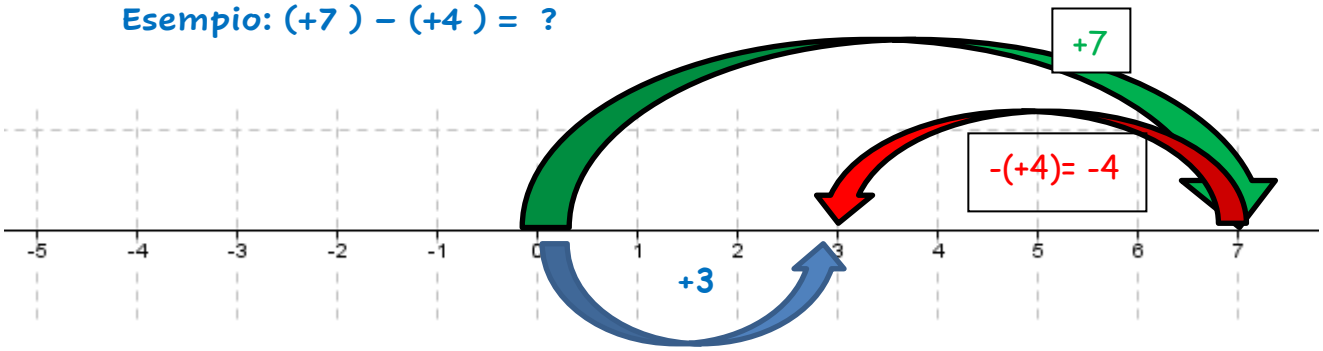
(+ 3) + (-7) + (+ 2) = ...; (- 9x) + (- 8x) + (- 6x) = ...;

(- $\frac{5}{6}$) + (- $\frac{4}{3}$) + (- $\frac{7}{12}$) = ...;(- $\frac{5}{4}$ z) + (- $\frac{4}{5}$z) + (+ $\frac{7}{2}$ z) = ...;

b) La sottrazione.

i) Sottrarre un numero **positivo** corrisponde ad uno spostamento sulla retta numerica verso **sinistra**.

Esempio: (+7) – (+4) = ?



(+7) - (+4) = (+7) + (- 4) = 7 - 4 = (+ 3); (+9) - (+3) = (+.....) + (.....) = .. - .. = (+ ...);

Come vedi sottrarre (+4) è come .....(.....);

sottrarre (+3) è come .....(.....); dunque:

una sottrazione può essere trasformata in un'**addizione dell'elemento opposto.**

(+9) – (+5) = (+.....) + (.....) = .. – .. = (+ ...);

Calcola, trasformando le sottrazioni in addizioni dell'elemento opposto:

(+13) -(+24) = ...;

(+19) - (+34) = ...;

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

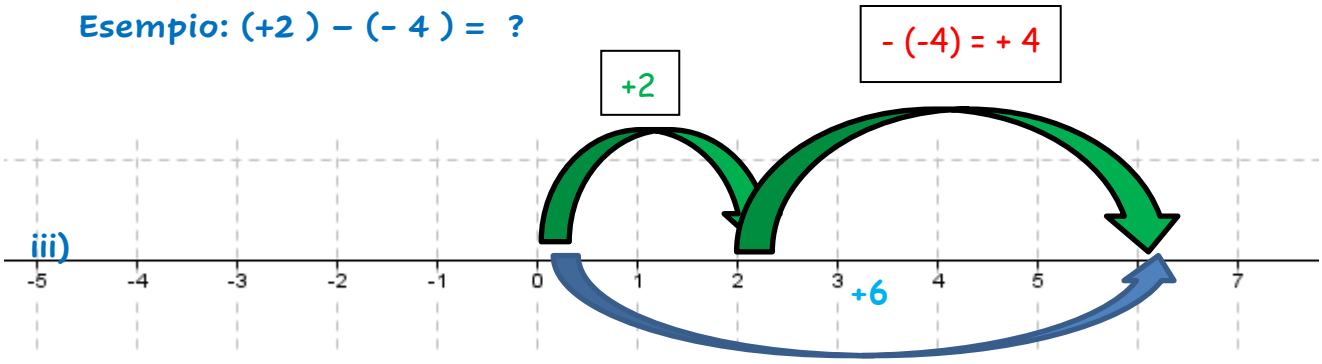
$\left(+\frac{5}{6}\right) - \left(+\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{6} - \frac{3}{8} =$ .....; $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{7}{10}\right) =$.....;= .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(+12m) - (+ 19 m) = ...;$\left(+\frac{5}{3}y\right) - \left(+\frac{7}{10}y\right) =$.....;

ii) Sottrarre un numero **negativo** corrisponde ad uno spostamento sulla retta numerica verso **destra.**

Esempio: (+2) – (- 4) = ?



iii)

Cosa vorrà dire sottrarre (- 4)?

Come vedi sottrarre (- 4) equivale a .....(+4), dunque :

(+2) – (- 4) = (+2) + (.....) = ... – .... = (.....);
(-9) – (- 7) = (-9) + (.....) = ... – .... = (.....);
(-23) – (- 34) = (-23) + (.....) = ... – .... = (.....);
(-23) – (- 34) + (- 17) = (-23) + (.....) – (.....) = ...
.....

Calcola, trasformando le sottrazioni in addizioni dell'elemento opposto:

(+53) - (-24) = ... = ...; (-53) - (-24)= ..... = ...

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right)-\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=$ .....; $\left(+\frac{3}{5}\right)-\left(-\frac{7}{10}\right)=$.....;= .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

(+52m) - (- 19 m) = ... = ...;$\left(+\frac{5}{3}y\right)-\left(-\frac{7}{10}y\right)=$.....;=
.....;

Riassumendo:

(+4) - (+3) = ... = ...; (+ 4) - (-3) = ... = ... ;

(-5) - (+ 4) = ... = ...; (-5) - (- 4) = ... = ... ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

(+ 12) - (+ 3) = ...; (+2y) - (+3y) = ...;

($+\frac{5}{6}$) - ($+\frac{2}{3}$) = ...;

(+ l) - (+ 7) = ...; (-6a) - (+ 3a) = ...;

($+\frac{5}{6}$) - ($+\frac{4}{5}$) = ...;

(+ 2) - (-3) = ...; (-5ab) - (-4ab) = ...;

($-\frac{5}{8}$) - ($-\frac{3}{4}$) = ...;

(- l) - (- 7) = ...; (-6x2) - (-3x2) = ...;

($+\frac{8}{9}$) - ($+\frac{7}{6}$) = ...;

(- 18) - (- 17) = ...; (-41yz) - (-33yz) = ...;

($-\frac{41}{9}$) - ($-\frac{33}{6}$) = ...;

(-45) + (-37) = ...; (-45m) + (- 37m) = ...;

($-\frac{24}{14}$) + ($-\frac{69}{21}$) = ...;

(+ 3) - (-7) - (+ 2) = ...;

(- 9x) - (- 8x) - (- 6x) = ...;

$\left(-\frac{5}{6}\right) - \left(-\frac{4}{3}\right) - \left(-\frac{7}{12}\right)$ = ...;

$\left(-\frac{5}{4}z\right) - \left(-\frac{4}{5}z\right) - \left(+\frac{7}{2}z\right)$ = ...;

Calcola il valore delle seguenti espressioni, semplificando prima la scrittura.

a) (+44) + (+73) + (-88) - (+27) + (-16) - (-12) =

b) (+19) - (+75) + (-44) - (+81) - (-15) + (-56) =

c) (-23) + (-23) - (-45) + (+34) - (-56) =

Completa le seguenti tabelle.

a	+1	-2	0	+2	-3	+3	-1	+4	-5	-10
b	0	-2	-3	+1	-5	-3	-10	-5	+4	+4
a + b										

a	-2	-2	-3	+2	-10	+3	-1	-7	+8	-9
b	0	-3	-3	-5	-5	-1	-10	-5	+8	+4
a - b										

Numeri relativi e calcolatrice: Utilizza il tasto 

per inserire il segno negativo.

c) La moltiplicazione.

Ricorda la moltiplicazione è un modo più semplice per calcolare un'addizione di stessi termini ed inoltre possiede la proprietà commutativa, dunque non ti sarà difficile calcolare:

(+3) . (+2) = (+2) + (+2) (+2) = (+6) perché (+6) : (+2) = (+3)

(+3) . (- 2) = ...;

(- 3) . (+2) = ...;

Quale sarà il prodotto di due numeri negativi? Verifica con la calcolatrice. ☺

(-3) . (- 2) = ...;

·	+	-
+	+	-
-	-	+

Regola dei segni per la moltiplicazione in $\mathbb{Z}$ possono essere riassunte in una tabella:

Consideriamo infine alcune analogie tra lingua italiana e i segni nella moltiplicazione algebrica, esaminando il significato di alcune frasi:

a) Voglio che tu legga .....significa: devi leggere (+) . (+) = (+)

b) Voglio che tu non legga ..... significa: **non** devi leggere (+) . (–) = (–)

c) Non voglio che tu legga ..... significa: **non** devi leggere (–) . (+) = (–)

d) Non voglio che tu non legga ..... significa devi leggere (–) . (–) = (+)

Dunque:

(+4) . (+ 3)= ..... = ... ; (+ 4). (-3) = ... = ... ;

(-5) . (+ 4) = ... = ... ; (-5) . (- 4) = ... = ... ;

Con le lettere rispetti le regole dei segni e quelle della moltiplicazione nel calcolo letterale.

(+4a) . (+ 3)= ..... = ... ; (+ 4x) . (-3x) = ... = ... ;

$(-5b^2)$. (+ 4a) = ... = ... ; $(-5x^2y^3)$. $(-4xy^5)$ = ... = ... ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

(+ 12) · (+ 3) = ...; (+2y) · (+3y) = ...;

(- l) . (+ 7) = ...; (-6a) . (+ 3a) = ...;

(+ 2) . (-3) = ...; (+ 5ab) . (- 4ab) = ...;

(- l) . (- 7) = ...; $(-6x^2)$. $(-3x^2)$ = ...;

(- 8) . (+7) = ...; (+4yz) . (-3yz) = ...;

(-4) . (-9) = ...; $(-5m^2n)$. $(-7m^4n)$ = ...;

(+ 3) · (-7) · (+ 2) = ...;

d) La divisione.

Essendo la divisione l'operazione inversa della moltiplicazione e conoscendo le regole dei segni della moltiplicazione, ottieni:

(+10) : (+2) = (+ 5) perché (+ 5) . (+2) =.....

(+10) : (- 2) =.....;

(-10) : (+ 2) =.....;

Quale sarà il quoto di due numeri negativi? Verifica con la calcolatrice. ☺

(-10) : (- 2) =.....;

Le regole per i segni nella divisione sono identiche a quelle della moltiplicazione.

Dunque:

(+24) : (+ 3)= ..... = ...; (+ 24): (-3) = ... = ... ;

(-28) : (+ 4) = ... = ...; (-28) : (- 4) = ... = ... ;

Con le lettere rispetti le regole dei segni e quelle della moltiplicazione nel calcolo letterale.

(+24a) : (+ 3)= ..... = ...; (+ 24x) : (-3x) = ... = ... ;

$(-40b^2)$: (+ 4b) = ... = ...; $(-50x^5y^3)$: $(- 25x^2y)$ = ... = ... ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

(+ 12) : (+ 3) = ...; (+21y) : (+3y) = ...;

(+ 2l) : (- 7) = ...; (-6a) : (+ 3a) = ...;

(+ 24) : (-3) = ...; (-32ab) : (-4a) = ...;

(- 2l) : (- 7) = ...; $(-6x^4)$: $(-3x^2)$ = ...;

(- 38) : (- 7) = ...; (-24yz) : (-3yz) = ...;

(+45) : (-9) = ...;$(-56m^2n)$: $(+7m^4n)$ = ...;

[(+ 6) . (-7)] : (+ 2) = ...

[(- 24 x) : (- 8x)] . (- 6x) = ...

Completa le seguenti tabelle.

a	-2	+2	-1	+2	-10	-5	-1	-7	+8	-9
b	+1	-3	-2	-1	+11	--+1	-7	-2	-3	-4
a · b										

a	-2	+12	-6	+20	-10	-5	-21	-16	+8	-32
b	+1	-3	-2	-1	-5	+1	-7	-2	-4	+4
a : b										

e) L'elevazione a potenza.

Ricorda: $3 \cdot 3 =$ 3 ..... = ...

Con i numeri interi capita la stessa cosa, facendo però molta attenzione ai segni!

$(+3) \cdot (+3) = (+3)$ ..... = + ... e anche $(-7) \cdot (-7) = (-7)$ ..... = + ...

Ma attenzione: $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)$ ..... = ...; $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)$ ..... = ... ;

$(-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = (-4)$ ..... = ... ; $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)$ ..... = ... ;

$(-x) \cdot (-x) \cdot (-x) = (-x)$ ..... = ... ; $(-y) \cdot (-y) \cdot (-y) \cdot (-y) = (-y)$ ..... = ... ;

$(-4x) \cdot (-4x) \cdot (-4x) = (-4x)$ ..... = ... ; $(-2y) \cdot (-2y) \cdot (-2y) \cdot (-2y) = (-2y)$ ..... = ... ;

...e ancora attenzione!

$(-4x^2) \cdot (-4x^2) \cdot (-4x^2) = (-4x^2)$ ..... = ... ;

$(-2y^3) \cdot (-2y^3) \cdot (-2y^3) \cdot (-2y^3) \cdot = (-2y^3) \cdot$ ..... = ...;

Dunque: $(+5)^2 =$ .....= ..... ; $(+4)^3 =$ .....= ..... ;

$(-5)^2 =$ .....= ..... ; $(-4)^3 =$ .....= ..... ;

$(+3)^2 =$ .....= ..... ; $(-2)^3 =$ .....= ..... ;

Conclusione: .....

Osservazione:

$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$ ma $-3^2 = -3 \cdot 3 = -9$; $(-1)^2 = (-1) \cdot (-1) =$ ... ma $-1^2 = -1 \cdot 1 =$ ..... ;

$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) =$ .....ma $(-2^4) = (-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) =$ ..... ;

$(-3^2) =$.....; $(-2^2) =$.....;

Calcola

$(-2)^2 =$ ..... = ...; $-2^2 =$ .....= .....; $(-a)^2 =$ .....= ..... ;

a	-2	-1	+2	-1	-3	-3	-4	-2	-3	-2
b	+1	+3	+2	+4	+2	+3	+2	+3	+2	+5
a^b										

Completa la seguente tabella.

Ricorda: $3^0 =$ ..... ; con i numeri interi (in $\mathbb{Z}$) vale la stessa regola.

$(+3)^0 =$ ..... ; $(-3)^0 =$ .....; $+3^0 =$ ..... ; $-3^0 =$ .....; $-5^0 =$ .....;

Calcola :

$(+7)^0 =$ ..... ; $(-4)^0 =$ .....; $+8^0 =$ ..... ; $-9^0 =$ .....; $-23^0 =$ .....;

$(+a)^0 =$ ..... ; $(-x)^0 =$ .....;$+x^0 =$ ..... ; $-x^0 =$ .....; $-2 \cdot x^0 =$ .....;

f) Le proprietà delle potenze con i numeri interi ($n \in \mathbb{Z}$).

Applicandole correttamente le operazioni fra potenze possono essere semplificate.

P R O P R I E T A `	Calcola:
Prodotto di potenze di **uguale base** $a^n \cdot a^p = a^{n+p}$	$(-3)^2 \cdot (-3)^3 =$ ..... $(-2)^3 \cdot (-2)^4 =$ ..... $(+10)^2 \cdot (+10) =$ ..... $(+2)^3 \cdot (-2)^4 =$ ..... $(-2)^3 \cdot (+2)^4 =$ ..... $-5^2 \cdot (+5)^4 =$ .....
Quoto di potenze di **uguale base** con $n \geq p$ $a^n : a^p = a^{n-p}$ Ricorda: $a^0 = 1$ $(-7)^0$ = ...; -7^0 = ...	$(+2)^5 : (+2)^3 =$ ..... $(-8)^7 : (-8)^2 =$ ..... $(+8)^7 : (-8)^2 =$ ..... $(-8)^7 : (+8)^2 =$ ..... $(-8)^7 : (-8^2) : (+8)^3 =$ ..... $[(+3)^8 : (-3)^7] \cdot (+3)^2 =$ ..... $(+10)^5 : (-10)^5 =$ ..... $(-5)^6 : (+5)^4 =$ ..... $-5^6 : (+5)^4 =$ .....
Potenza di una potenza $(a^n)^p = a^{n \cdot p}$	$[(+2)^3]^4 =$..... $[(-3)^2]^4 =$..... $\{[(-10)^3]^4\}^5 =$ .....
Prodotto di potenze con **esponenti uguali** $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$(-5)^2 \cdot (-3)^2 =$ ..... $(+3)^3 \cdot (-2)^3 =$ ..... $-2^3 \cdot (+3)^3 =$ ..... $-5^2 \cdot (-3)^2 =$ ..... $(-10)^3 \cdot (+5)^3 =$ ..... $(-7)^2 \cdot (+3)^2 \cdot (+5)^2 =$ .....
Quoto di potenze con **esponenti uguali** $a^n : b^n = (a : b)^n$	$(-42)^3 : (+7)^3 =$ ..... $(+36)^2 : (-4)^2 =$ ..... $(-30)^4 : (-3)^4 =$ .....

Espressioni numeriche con i numeri interi.

Con i numeri interi posso chiaramente calcolare il risultato d'un'espressione, rispettando le regole già viste nell'insieme dei numeri .....

1) $+5-2+(-3+4-8)+(-3+2-1)-7=$ [-13]

2) $(27-36)-\{[49-18+(22-25)-13+52]-14-(12+6)\}-[(21-13)-7]=$ [-45]

3) $(-21):(-3)+(-12):(+6)-(-1)\cdot(-6)-(-40):(+8)-(+4):(-2)=$ [+6]

4) $[(-3)^3-(+2)^3+(-5)^0]:[-3-(-5)]=$ [-17]

5) $\frac{(-5)^3\cdot 2+(-4\cdot 3)^2}{-7^2-4}=$ [+2]

6) $(14-2^3\cdot 2)^3-1+(-5)^2\cdot 2^2-\{(-1)^{13}+(-13+2^2\cdot 3)^{16}.[11^2-10^2-3\cdot 7+(-3^2)^2]\}=$ [+11]

Espressioni, applicando le .....note proprietà delle potenze.

1) $[(-5)^2]^3:[(-5)^3:(-5)^2]^4=$

2) $[(+4)^4\cdot(-3)^4]^2:(-2)^8=$

3) $(-3)^3\cdot(+3)^4:(-3)^2=$

4) $-(+8)^5\cdot(-8)^3:[(-8)^3\cdot(+8)^4]=$

5) $(-16)^2\cdot(-64)^2\cdot(-256)^3=$ $[-4^{22}=\cdots\ldots]$

6) $[(-3)\cdot(-81)^2\cdot(+27)^3]:[(+3)^2\cdot(+27)^2]^2 =$ [-9]

7) $\{[(-36)^3]^3:[(-3)^5\cdot(-2)^5]^3\}:\{(-36)^{12}:[(+6)^3]^{2^3}\}^{10} =$ $[-6^3=-216]$

8) $[(-27)^4:(+9^2)^3]^{13}-\{(-8)^3:(-4)^4+81^2:[2^0+2^5:(2^2)^2]^7\} =$ [0]

Grundoperationen in der Menge $\mathbb{Z}$

Addition und Subtraktion in $\mathbb{Z}$ -

Löse die folgenden Aufgaben:

a) (-12) + 23 = _____ d) 43 + (-34) + 3 = _____ g) 43 + 34 + (-3) = _____

b) (-123) + (-3) = _____ e) 152 + (-135) + (-15) = _____ h) 15 + 48 + (-60) = _____

c) (-34) + 4 = _____ f) (-89) + (-5) + 90 = _____ i) (-215) + (-15) = _____

Löse die folgenden Aufgaben. Forme die Subtraktion zuerst in die Addition der Gegenzahl um:

a) (-12) – (-12)= _____ = _____

b) 1234 - 121 = _____ = _____

c) (-34) – (+12) = _____ = _____

d) 12 – (-34) = _____ = _____

e) 34 – (-34) = _____ = _____

Aufgaben zur Multiplikation in $\mathbb{Z}$:

Berechne die Produkte:

a) (-4) • 5 = _____ e) 23 • (-2) • 3 = _____

b) (-3) • (-25) = _____ f) 41 • (-4) = _____

c) 3 • (-34) = _____ g) (-34) • 5 • (-1) = _____

d) (-123) • 9 = _____ h) (-2) • 76 • (-1) • (-4) = _____

Aufgaben zur Division in $\mathbb{Z}$:

Berechne den Quotienten

a) (-50) : 5 = _____ e) (-34) : 0 = _____

b) (-300) : (-25) = _____ f) 50 : (-5): (-2) = _____

c) (-303) : 3 = _____ g) (-23) : (-1) = _____

d) 0 : (-34) = _____ h) (-2) : (-1) : 1 : (-2) : (-1) = _____

Aufgaben zur Verbindung von Operationen verschiedener Stufe in $\mathbb{Z}$:

Berechne den Wert der folgenden Terme durch schrittweise Umformung.

a) 25 – (- 34) – 7 • [15 – (-3)] 15 : (-3) + 11 – (43 – 6 • [106 – 4• (26 – (-4)]])