La frazione. BM2 teoria pag. 35 – 41 es. pag. 105 – 111.

1) La frazione come parte.



$\frac{3}{5}$ della classe; le ragazze sono $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ della classe. $\frac{13}{28}$ della tavoletta.

Frazione	Intero	Frazione complementare
$\frac{13}{28}$	$\frac{28}{28}$	$\frac{15}{28}$
$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$		

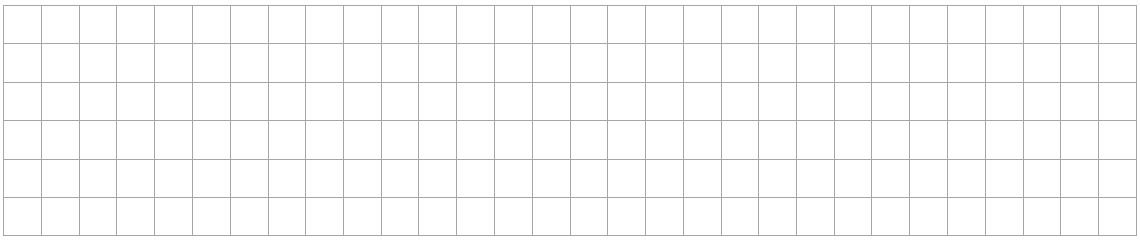
Esempi:

- Durante la verifica di matematica 12 allevi su 18 erano sufficienti, qual è la parte degli allievi sufficienti? E quella degli allievi insufficienti?

- Ho speso 45 CHF, sui 180 CHF che avevo nel mio borsellino. Che parte mi rimane.

- Le cinque ore di matematica che parte sono rispetto al totale settimanale?

➢ Devo percorrere ancora 130 Km, per arrivare a destinazione. Sapendo che ho già effettuato 195 km, che parte del tragitto mi rimane? Che parte ho percorso?



Tipi di frazioni.

Proprie: $\frac{13}{28}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ quando il numeratore è minore del denominatore.

Improprie: $\frac{19}{8}$; $\frac{30}{17}$; $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ quando il numeratore è maggiore del denominatore.

Apparenti: $\frac{16}{8}$; $\frac{51}{17}$; $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$; $\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ quando il numeratore è multiplo del denominatore

2) La frazione come divisione.

Svolgendo la divisione tra numeratore e denominatore posso ottenere:

a) Un numero decimale finito: $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$; $\frac{19}{4} =$

b) Un numero decimale periodico: $\frac{8}{3} = 8 : 3 = 2{,}\overline{6}$; $\frac{13}{28} = 13 : 28 =$

Trasforma in decimali le seguenti frazioni: $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{20}{10}$; $\frac{35}{100}$

3) La frazione come insieme di divisioni equivalenti (aventi lo stesso valore).

Posso ottenere frazioni equivalenti nei seguenti due modi:

a) Amplificando la frazione: moltiplico, cioè, numeratore e denominatore per lo stesso numero.

$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 2}{8.2} = \frac{6}{16} =$ ..... dunque, $\frac{3}{8} = \left\{\frac{3}{8}; \frac{6}{16}; \frac{9}{24}; \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\right\}$

$\frac{2}{5} = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

$\frac{7}{4} = \{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\}$

b) Semplificando la frazione: divido cioè numeratore e denominatore per lo stesso numero, applicando la .....nota proprietà .....

$\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ frazione ridotta ai minimi termini, quando non posso più dividere.

$\frac{12}{15} =$ $\frac{100}{150} =$

$\frac{24}{108} =$ $\frac{2552}{1232} =$

Talvolta conviene scomporre in fattori ed inseguito semplificare la frazione:

Esempio:

$$\frac{12}{15} = \frac{2^2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{2^2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 5} = \frac{2^2}{5} = \frac{4}{5}$$

Semplifica le seguenti frazioni, scomponendo prima in fattori.

$\frac{100}{150} =$

$\frac{24}{108} =$

4) La frazione come percentuale.

La percentuale è una frazione con denominatore cento, scritta in modo particolare.

Es. $\frac{45}{100} = 45\%$; $\frac{89}{100} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $\frac{159}{100} =$ .....

Per trasformare una frazione nella forma percentuale abbiamo due modi:

a) Determinare la frazione equivalente con denominatore 100:

$\frac{3}{5} = \frac{3\,.}{5\,.} = \frac{\square}{100} =$ .....% ; $\frac{7}{4} = \frac{7\,.}{4\,.} = \frac{\square}{100} =$ .....% ; $\frac{4}{7} = \frac{4\,.}{7\,.} = \frac{\square}{100} =$ .....%

b) Calcolare il decimale.

$\frac{3}{5} = 3:5 = \cdots\ldots =$ .....% ; $\frac{7}{4} = 7:4 = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots =$ .....% ; $\frac{4}{7} = 4:7 = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots =$ .....%

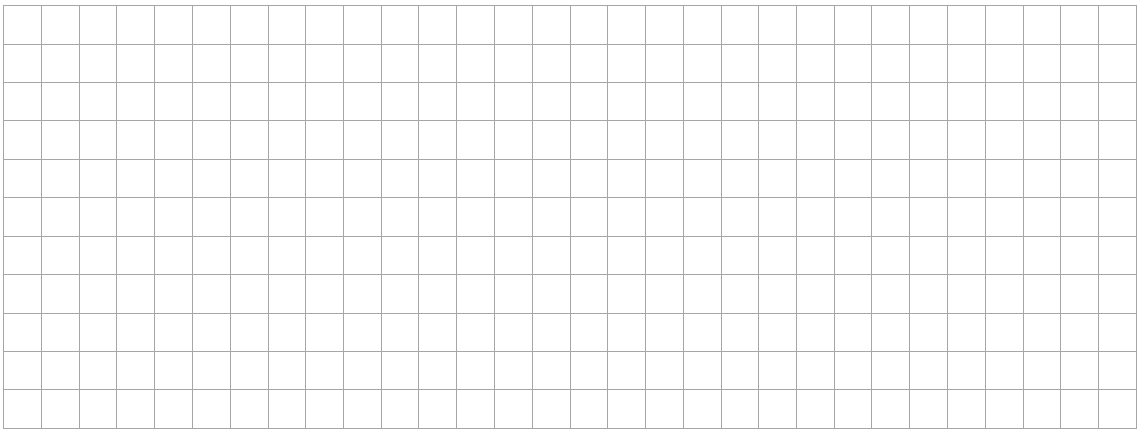
Esercizi: Trasforma in percentuale.

$\frac{7}{8} =$.....= .....%; $\frac{13}{9} =$.....= .....%; $\frac{42}{13} =$.....= .....% ;

La percentuale serve anche per confrontare delle situazioni.

Esempi.

- Durante la verifica di matematica 12 allevi su 18 erano sufficienti, qual è la percentuale degli allievi sufficienti? E quella degli allievi insufficienti?



- Ho speso 45 CHF, sui 180 CHF che avevo nel mio borsellino. Che percentuale mi rimane? Che percentuale ho speso?



- Devo percorrere ancora 130 Km, per arrivare a destinazione. Sapendo che ho già effettuato 195 km, che percentuale del tragitto mi rimane? Che percentuale ho percorso?



5) La frazione come operatore.

a) Operatore diretto.

Conosco l'intero, devo calcolare la parte.

Esempi.

i) Sapendo che il segmento $|AC| = 30cm$, determina la misura $|AB| = \frac{3}{5}|AC|$.

ii) La Torre di Pisa ha 296 scalini; ne ho percorso i $\frac{5}{8}$. Quanti scalini ho percorso? Che parte mi rimane? Quanti scalini sono?

iii) Ho speso il 25% di 350 CHF; quanto ho speso? Che percentuale mi rimane? A quanto ammonta la somma rimasta?

iv) La capacità di una bottiglia corrisponde ai $\frac{3}{4}$ di Litro. Quanti dL contiene una bottiglia?

v) Passo i $\frac{5}{8}$ della mia giornata in diverse attività; a quante ore corrispondono? Quanti minuti?

b) Operatore inverso.

Conosco la parte, devo calcolare l'intero.

i) Sapendo che il segmento |AC|=30cm, determina la misura di |AB|, sapendo che $\frac{3}{5}|AB|=|AC|$.

ii) La Torre Eiffel costituisce uno dei simboli di Parigi; vuoi salire fino alla cima ed hai percorso 370 scalini corrispondenti ai $\frac{2}{9}$ della stessa. Che parte ti manca da salire? Quanti scalini? In totale quanti scalini ha la Torre Eiffel?

iii) Ho speso il 25% di una somma, corrispondente a 3'500 CHF. Quanto ammonta la somma? Che percentuale mi rimane? A quanto ammonta la somma rimasta?

iv) Ho bevuto i $\frac{3}{10}$ di una bottiglia, corrispondente a 126 cL. Qual è la capacità della bottiglia?

v) Per andare in vacanza, ho viaggiato 1 h 15 min, corrispondenti ai $\frac{5}{6}$ del tempo totale. Quanto dura il viaggio?

vi) Acquistando una camicia ricevo uno sconto del 12% corrispondente a 4,8 CHF. Quanto costa la camicia? Quanto la pago?

6) Confronto di frazioni.

Per confrontare due o più frazioni abbiamo diversi modi.

Es. Confrontare i) $\frac{5}{8}$ e $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{17}{13}$ e $\frac{19}{14}$.

a) Calcolo il numero decimale.

i) $\frac{5}{8} = 0{,}625$; $\frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$; $0{,}625 < 0{,}\overline{6}$ segue che $\frac{5}{8} < \frac{2}{3}$

ii) $\frac{17}{13}$; $\frac{19}{14}$; $\frac{17}{13} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $\frac{19}{14} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; ....

Segue che ....

b) Con la percentuale.

i) $\frac{5}{8} = 0{,}625 = \ldots\ldots.\%$; $\frac{2}{3} = 0{,}\overline{6} = \cdots\ldots\%$; $\ldots\ldots\ldots..\% < \cdots\ldots..\%$ segue che $\frac{5}{8} < \frac{2}{3}$

ii) $\frac{17}{13} = \cdots\ldots\ldots\ldots = \cdots\ldots\ldots..\%$; $\frac{19}{14} = \cdots\ldots\ldots\ldots = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots.\%$; $\ldots\ldots\ldots..\% < \cdots\ldots..\%$

segue che $\frac{17}{13}\ldots\ldots\ldots\ldots..\frac{19}{14}$

c) Riducendo le frazioni allo stesso denominatore.

i) Confrontare $\frac{5}{8}$ e $\frac{2}{3}$; m.c.m. (8; 3) =24

$\frac{5}{8} = \frac{\square}{24}$; $\frac{2}{3} = \frac{\square}{24}$ => $\frac{\square}{24}$ ... ... $\frac{\square}{24}$ dunque $\frac{5}{8}$ ... ... $\frac{2}{3}$

ii) Confrontare $\frac{7}{3}$ e $\frac{9}{4}$; m.c.m. (.....; .....) =.....

$\frac{7}{3} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$; $\frac{9}{4} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ => $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ . ... $\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ dunque $\frac{7}{3}$ ... ... $\frac{9}{4}$

d) La frazione applicata come operatore diretto.

i) Confrontare $\frac{5}{8}$ e $\frac{2}{3}$; scelgo come grandezza 240 CHF.

$\frac{5}{8}$ di 240 CHF = ... ; $\frac{2}{3}$ di 240 CHF = ...

Segue che ..... è minore di .....dunque .....

ii) Confrontare $\frac{7}{3}$ e $\frac{9}{4}$; scelgo come grandezza 1820 CHF.

$\frac{7}{3}$ di 1820 CHF = ... ; $\frac{9}{4}$ di 1820 CHF = ...

Segue che ..... è ..... di .....dunque .....

e) Il prodotto in croce.

i) $\frac{5}{8}$ e $\frac{2}{3}$ ➔ 5 . 3 ? 8 . 2 ➔ 15 <16 dunque $\frac{5}{8} < \frac{2}{3}$.

ii) $\frac{17}{13}$ e $\frac{19}{14}$ ➔ 17 . 14 ? 13 . 19 ➔ 238 < 247 dunque $\frac{17}{13} < \frac{19}{14}$.

7) Trasformazione di un decimale in frazione.

a) Dal decimale finito alla frazione.

$0{,}8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$; $0{,}28 = \frac{28}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$; $12{,}45 = \frac{1245}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$;

b) Dal decimale periodico alla frazione.

i) Numeri decimali minori di zero.

➢ Con una cifra periodica.

$0{,}\overline{1} = \frac{1}{9}$; $0{,}\overline{2} = \frac{\ldots\ldots}{9}$; $0{,}\overline{5} = \frac{\ldots\ldots}{9}$; $0{,}\overline{7} = \frac{\ldots\ldots}{9}$; $0{,}\overline{9} = \frac{\ldots\ldots}{9} = \ldots\ldots$

Conclusione:

.....

➢ Con due o più cifre periodiche

$0{,}\overline{12} = \frac{12}{99}$; $0{,}\overline{123} = \frac{123}{999}$; $0{,}\overline{1234} = \frac{1234}{9999}$; $0{,}\overline{34} =$ $0{,}\overline{567} =$ $0{,}\overline{59} =$

➢ Con una (o più) cifra decimale periodica e una (o più) non periodica

$0{,}1\overline{2} = \frac{12-1}{90} = \frac{11}{90}$; $0{,}5\overline{2} = \frac{52-5}{90} = \frac{47}{90}$; $0{,}5\overline{12} = \frac{512-5}{990} = \frac{507}{990}$;

$0{,}7\overline{2} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$; $0{,}54\overline{2} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$; $0{,}7\overline{628} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

ii) Numeri maggiori di uno.

- Con una cifra periodica.

$1,\overline{1} = \frac{11-1}{9} = \frac{10}{9}$; $7,\overline{2} = \frac{\cdots\cdots}{9} = \ldots\ldots\ldots$; $48,\overline{5} = \frac{\cdots\cdots}{9} = \ldots\ldots\ldots$; $7,\overline{9} = \frac{\cdots\cdots\cdots}{9} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

- Con due o più cifre periodiche

$1,\overline{12} = \frac{112-1}{99} = \frac{111}{99}$; $6,\overline{123} = \frac{6123-\ldots\ldots\ldots}{999} = \frac{\square}{999}$; $98,\overline{1234} = \frac{981234-\cdots\ldots\ldots\ldots}{9999} = \cdots\ldots$;

$8,\overline{34} =$ $1,\overline{567} =$ $4,\overline{59} =$

- Con una (o più) cifra decimale periodica e una (o più) non periodica

$7,1\overline{2} = \frac{712-71}{90} = \frac{641}{90}$; $4,5\overline{2} = \frac{452-45}{90} = \frac{407}{90}$; $3,5\overline{12} = \frac{3512-35}{990} = \frac{3477}{990}$;

$1,7\overline{2} = \frac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}$; $6,54\overline{2} = \frac{\cdots\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}$; $2,7\overline{628} = \frac{\cdots\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots\cdots\cdots}{\cdots\cdots\cdots}$

Ricorda dunque che: $1,\overline{9}$= .....; $7,\overline{9}$= .....; $9,\overline{9}$= .....; $34,\overline{9}$= .....;

8) La frazione come numero misto.

È un numero formato da una parte intera e da una frazione.

Es. $5\frac{1}{2} = 5 + \frac{1}{2} = 5 + 0,5 = 5,5$

Noi vedremo come possiamo trasformare una frazione impropria (perché?) in un numero misto.

$\frac{25}{4} = \frac{\cdots\cdots}{4} + \frac{\cdots\cdots}{.} = \cdots + \frac{\cdots\cdots}{4} = \cdots\ldots\ \frac{\cdots\cdots}{4}$; $\frac{8}{3} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$;

$\frac{57}{13} = \frac{\cdots\cdots}{13} + \frac{\cdots\cdots}{.13} = \cdots + \frac{\cdots\cdots}{13} = \cdots\ \frac{\cdots\cdots}{13}$; $\frac{77}{8} = \frac{\cdots\cdots}{8} + \frac{\cdots\cdots}{8} = \cdots + \frac{\cdots\cdots}{8} = \cdots\ \frac{\cdots\cdots}{8}$;

Esercizi:

i) Trasforma il decimale in numero misto:

3,7 = ; 4,8 = ; $2,\overline{4}$ = ; 6,75 =

ii) Trasforma la frazione in numero misto:

$\frac{7}{5}$ = ; $\frac{12}{7}$ = ; $\frac{25}{3}$ = ; $\frac{20}{9}$ = ; $\frac{50}{13}$ =

iii) Trasforma il numero misto in decimale e in frazione.

$5\frac{3}{4}$ = ; $1\frac{2}{5}$ = ; $6\frac{1}{9}$ = ; $12\frac{3}{8}$ = ;

9) Rappresentazione sulla retta numerica di una frazione.

Indica sulla retta le seguenti frazioni.

$\frac{1}{2} = \cdots \ldots; \frac{7}{2} = \cdots \ldots \ldots; \frac{4}{3} = \cdots \ldots \ldots \ldots; \frac{15}{2} = \cdots \ldots \ldots \ldots; \frac{34}{3} = \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots; \frac{1}{10} = \cdots \ldots \ldots; \frac{57}{5} = \cdots \ldots$

10) L'areogramma – diagramma a torta.

In una classe di 20 allievi abbiamo 12 ragazzi. Determina

a) La parte dei ragazzi.

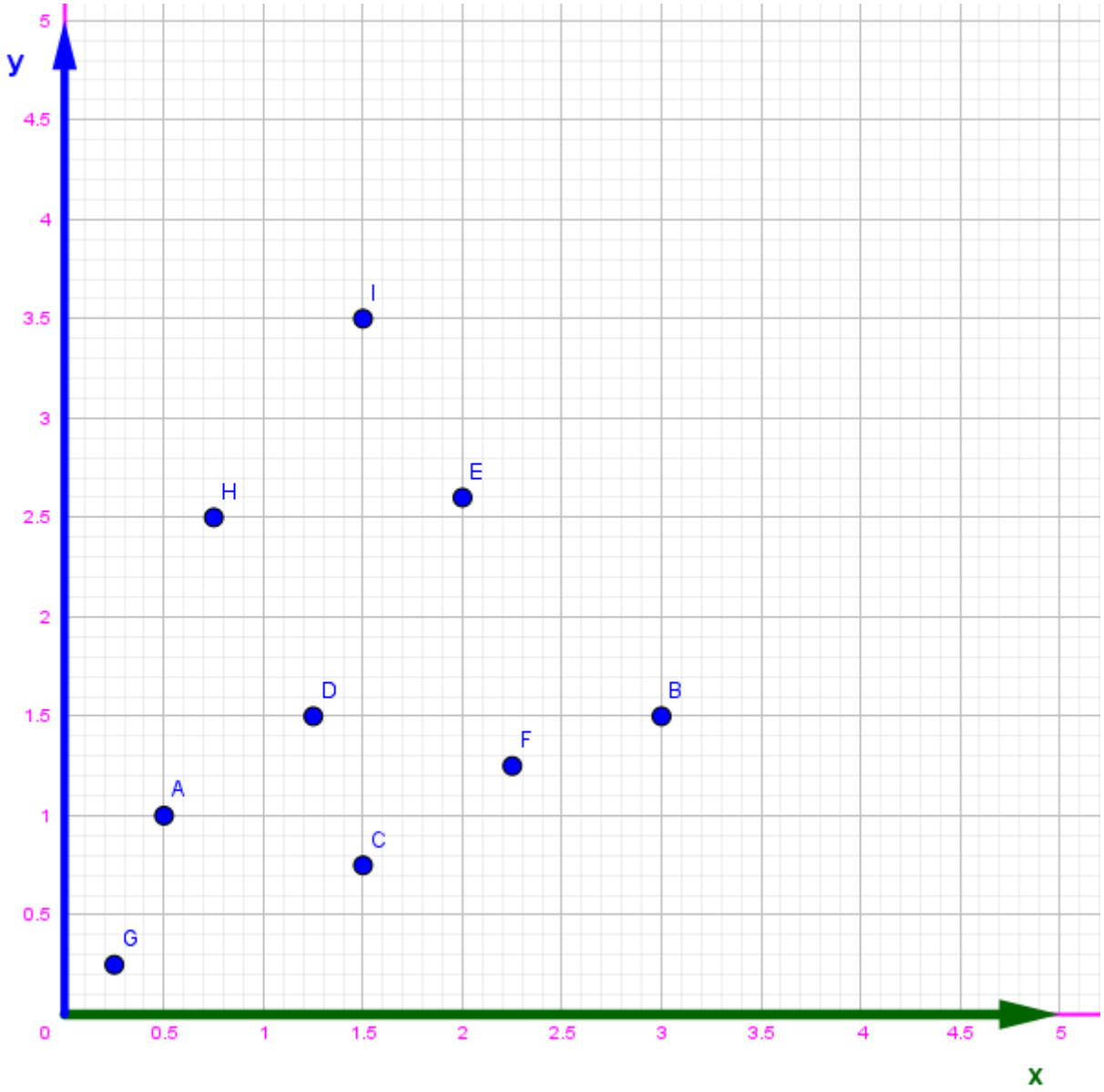
b) La parte delle ragazze.

c) In un cerchio, l'angolo occupato dai ragazzi.

d) In un cerchio, l'angolo occupato dalle ragazze.

e) Rappresenta la situazione con un areogramma.

11) Rappresentazione di un punto, dato con frazioni, sul piano Cartesiano.



Sapendo che A (0,5 ; 1) determina le coordinate degli altri punti con un decimale:

B = (.....; .....); C = (.....; .....); D = (.....; .....); E = (.....; .....); F = (.....; .....); G = (.....; .....);

H = (.....; .....); I = (.....; .....);

Sapendo che A ($\frac{1}{2}$; 1) determina le coordinate degli altri punti con una frazione:

B = (.....; .....); C = (.....; .....); D = (.....; .....); E = (.....; .....); F = (.....; .....); G = (.....; .....);

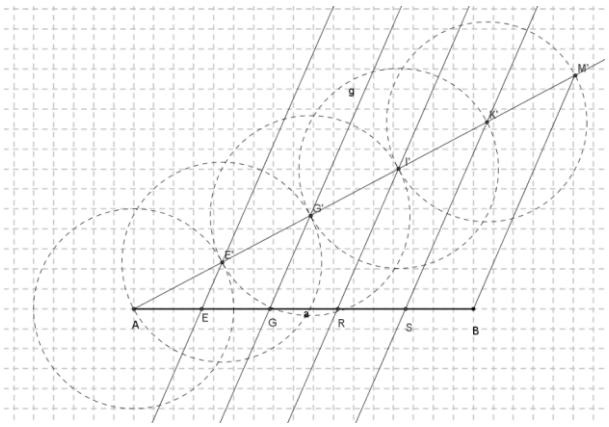
H = (.....; .....); I = (.....; .....);

Inserisci: L = ($\frac{2}{3}$; 2) ; M = ($\frac{7}{2}$; $\frac{7}{3}$) ; N = ($\frac{10}{3}$; $\frac{11}{3}$); P=($2,\overline{6}\,;3,\overline{4}$) ;S = ($\frac{21}{5}$; $\frac{17}{5}$); T = (2,6; $\frac{83}{20}$);

12) Dividere un segmento in parti uguali.

Esempio: Dividere $\overline{AB}$ in 5 parti congruenti.

Metodo:



a) Traccio una semiretta con origine in A.

b) Con il compasso, apertura a piacere, riporto 5 volte una lunghezza, ottengo i punti E'; G'; I'; K'; M'.

c) Congiungo i punti M'B.

d) Traccio le parallele ad M'B passanti per E' ; G'; I' ; K'.

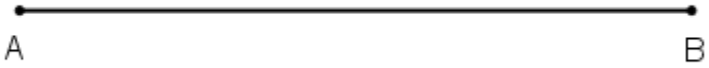
e) Ottengo i punti E; G; R; S.

f) Abbiamo diviso $\overline{AB}$ in 5 parti congruenti $|AE| = |EG| = |GR| = |RS| = |SB| = \cdots . cm$

Completa: $|AE| = \cdots \ldots \ldots |AB|$; $|AB| = \cdots \ldots \ldots |AE|$; $|AG| = \cdots \ldots \ldots |AB|$; $|AS| = \cdots \ldots \ldots |SB|$

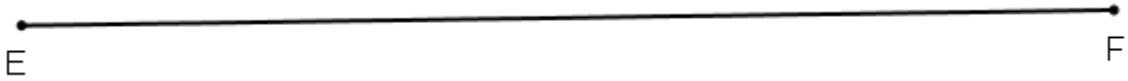
Esercizi.

i) Dividere $\overline{AB}$ in 3 parti congruenti. ii) Dividere $\overline{CD}$ in 4 parti congruenti.





iii) Dividere $\overline{EF}$ in 7 parti congruenti.



13) Esercizi.

1) Di una buona torta preferiresti avere i 4/5 o i 5/6? Motiva la risposta!

2) Calcola $\frac{1}{3}$ di 2 h 45 min.

3) Ho speso i 3/5 di quanto possedevo; mi sono rimasti 30 CHF. Quanto ammonta la somma iniziale?

4) Un viticoltore produce 1200 hL di vino all'anno. I $\frac{3}{4}$ della sua produzione è costituita da vino rosso; $\frac{1}{6}$ della produzione è vino bianco e il rimanente rosato. Calcola quanti litri di ogni tipo di vino produce.
Che parte rappresenta il vino rosato rispetto alla produzione?

5) In un comune i $\frac{3}{7}$ degli aventi diritto di voto, cioè 315 cittadini, si sono recati alle urne. Quanti sono i cittadini che non si sono recati alle urne? Che frazione rappresentano?

6) Una corda è lunga 20 cm. Viene tagliata in 2 pezzi, di cui uno è i 2/3 dell'altro. Quanto misura ciascuno dei 2 pezzi?

7) Una tanica è piena per i tre quinti della sua capacità e mancano 16 litri per riempirla.
i) Qual è la capacità della tanica? ii) Quanti litri ci sono nella tanica?

8) Nella costruzione di una strada si è proceduto nel modo seguente:
- il primo anno se ne è costruito un terzo
- il secondo anno se ne sono costruiti i due settimi
- il terzo anno se ne sono costruiti i cinque ventunesimi.

i) Quale frazione di strada rimane da costruire il quarto anno, se si vuole completarla?
ii) Sapendo che il tratto costruito nei primi tre anni è lungo 126 km, calcola la lunghezza dell'intera strada

9) Ricetta per il tiramisù: Con queste dosi si prepara un ottimo tiramisù per 4 persone 200 grammi di mascarpone; 3 cucchiai di zucchero ;2 uova; 2 tazzine di caffè 18 savoiardi; una spruzzata di cacao amaro.
Calcola le dosi per preparare un tiramisù per 2 persone, per 8 persone, 5 persone, 6 persone.

14) Le frazioni e la calcolatrice.

Ricorda la calcolatrice serve per verificare i tuoi calcoli ....allena e mantieni sveglia la tua abilità di calcolo.

Sulla Casio fx 85:

inserisco la frazione es: 5  4  sul display leggo 

pigiando sul tasto  trasformo la frazione in decimale 

pigiando sui tasti  e  trasformerai la .....in

un .... 

Scopri ora come puoi scrivere un numero misto e svolgere le trasformazioni da una forma all'atra.

Esercizio: Utilizzando la calcolatrice determina le varie forme dei seguenti numeri. Chiaramente verificherai svolgendo i calcoli.

$\frac{8}{5} =$

$\frac{5}{8} =$

$2\frac{3}{5} =$

$7\frac{2}{9} =$

$0{,}4 =$

$1{,}24 =$