PROVA CANTONALE: MATEMATICA - CLASSE IV MEDIA CORSO ATTITUDINALE

Tempo a disposizione: 150 minuti

RICHIESTA 1 *(11 punti)*

1.1 Indicare la risposta corretta tra quelle elencate.
Nell'insieme dei numeri reali, l'equazione

$$2x\cdot\left(x^2-25\right)=0$$

☐ ammette come unica soluzione $x=5$

☐ ammette solo le soluzioni $x=0$ e $x=5$

☐ ammette tre soluzioni distinte

☐ non ammette soluzioni

1.2 Semplificare la seguente espressione algebrica:

$$\frac{2x^2+4xy+2y^2}{4x}:\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{x}\right)$$

1.3 Mostrare che la seguente disequazione fratta è verificata per tutti i numeri reali maggiori di –1:

$$\frac{x+2}{x+1}\geq 1$$

RICHIESTA 2 *(11 punti)*

2.1 La tabella seguente riporta le informazioni relative all'acquisto e alla vendita di 1 kg di alcune materie prime. Completare la tabella con i dati mancanti.

Materia prima	Prezzo di acquisto (CHF)	Prezzo di vendita (CHF)	Guadagno o perdita (CHF)	Variazione percentuale
Oro	54'000			+ 6,2%
Argento	700		- 35	
Platino			- 1'950	- 6,5%

2.2 Determinare il valore di $x \in \mathbf{R}$ affinché la seguente uguaglianza sia verificata:

$$\frac{x \cdot 10^{9}}{8 \cdot 10^{-4} + 200 \cdot 10^{-6}} = 4 \cdot 10^{12}$$

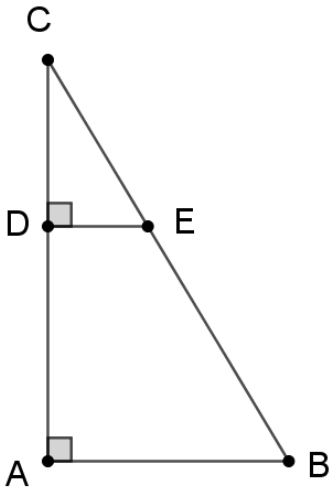
2.3 La tabella riporta i risultati ottenuti da Rita e Filippo in tre esercizi proposti dal loro docente. Stabilire con i calcoli in quali esercizi hanno ottenuto risultati equivalenti.

	Risultati di Rita	Risultati di Filippo
Esercizio 1	$\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{\pi r^2 h}{3}$	$\frac{4}{3}\pi r^2 (r-h)$
Esercizio 2	$\frac{(3\sqrt{2})^2}{2-\sqrt{2}}$	$18+9\sqrt{2}$
Esercizio 3	$\left(\frac{a-1}{ab^2}\right)^{-1} \cdot \frac{1-a}{ab}$	b

RICHIESTA 3 *(10 punti)*

Con riferimento alla figura seguente si consideri il caso in cui:

- $|AB| = 18\,(m)$;
- $|DE| = 6\,(m)$;
- Il trapezio ABED ha un'area pari a $48\,m^2$.



3.1 Verificare che $|AD| = 4\,(m)$.

3.2 Giustificare che i triangoli ABC e DEC sono simili.

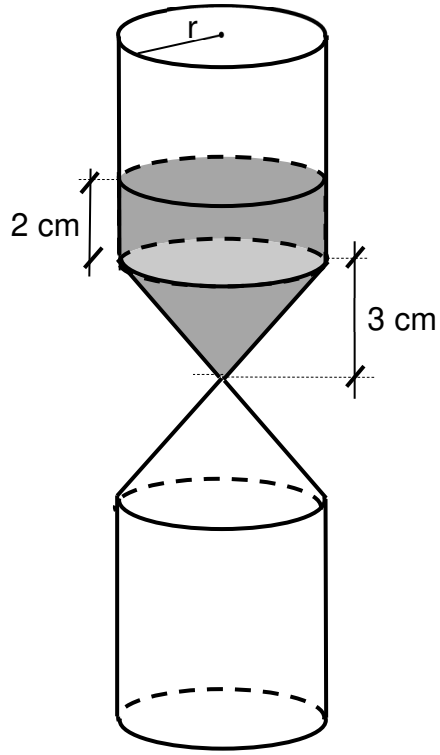
3.3 Mostrare con i calcoli che la lunghezza del segmento CE è $2\sqrt{10}\,(m)$.

3.4 Si vuol tracciare una perpendicolare a CB che intersechi il lato CA nel punto N e il lato CB nel punto M in modo che l'area del triangolo CNM sia la metà di quella del triangolo ABC.

A che distanza da C deve essere posizionato il punto M?

RICHIESTA 4 *(10 punti)*

Nell'immagine è rappresentata una clessidra nell'istante in cui la sabbia comincia a defluire dalla parte superiore a quella inferiore.

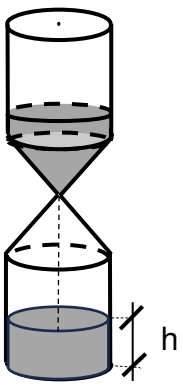


L'interno di ciascuna delle due parti che compongono la clessidra può essere considerato avente la forma di un **cono** e un **cilindro** sovrapposti entrambi con r = 0,75 cm. Nella rappresentazione sono indicate altre dimensioni interne.

4.1 Verificare che il **volume** della sabbia contenuta nella clessidra è di circa 5 cm^3.

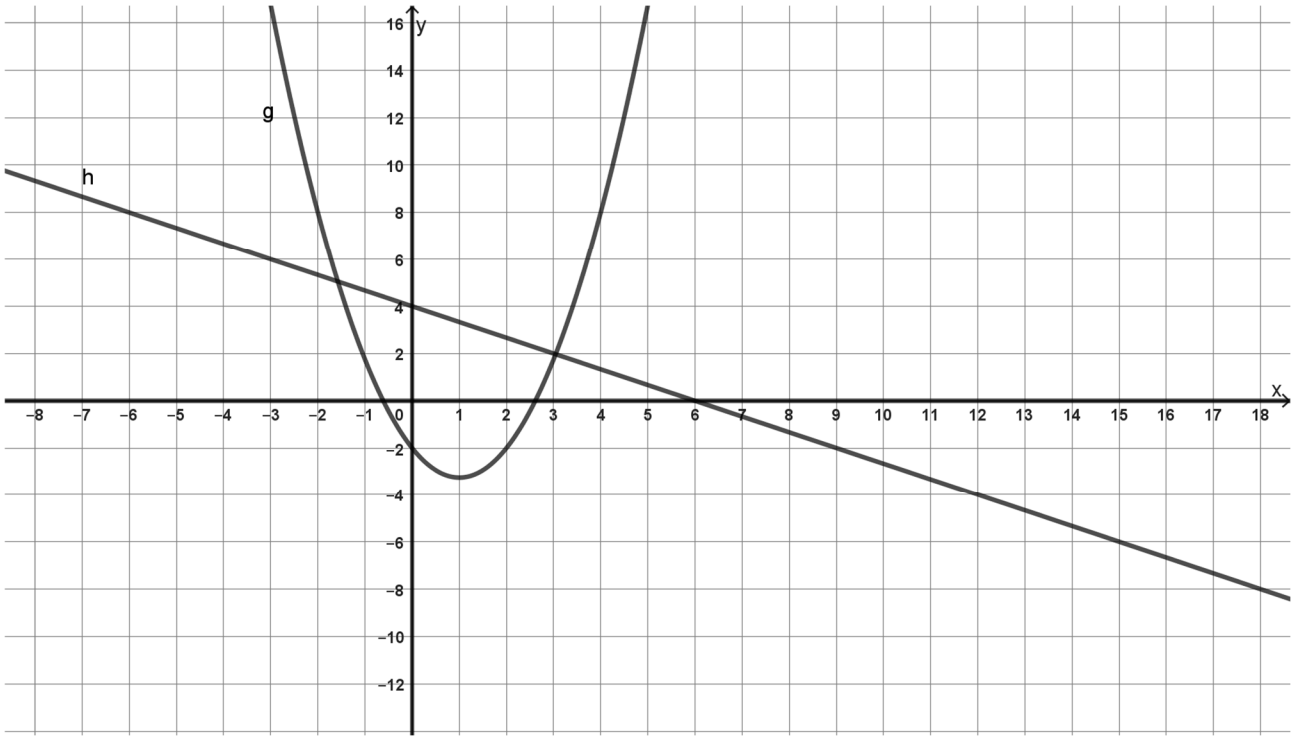
4.2 Il tempo che impiega la clessidra a svuotarsi è direttamente proporzionale al volume di sabbia contenuto.
Se 3 cm^3 di sabbia impiegano circa 102 secondi per scendere, **in quanti minuti** scende tutta la sabbia?

4.3 Si suppone che la sabbia si distribuisca uniformemente.
Che altezza h raggiungerà la sabbia nella parte inferiore della clessidra dopo 2 minuti?
(approssimare il risultato al centimetro)



RICHIESTA 5 *(12 punti)*

Nella figura seguente, rispetto a uno stesso riferimento cartesiano, sono stati rappresentati il grafico della funzione reale h e il grafico della funzione reale g definita da $g(x)=\frac{5}{4}x^2-\frac{5}{2}x-2$.



5.1 Indicare quale, tra le seguenti proposte, rappresenta una possibile forma algebrica della funzione h:

☐ $h(x)=\frac{3}{2}x+6$

☐ $h(x)=-4x+6$

☐ $h(x)=-\frac{3}{2}x+4$

☐ $h(x)=-\frac{2}{3}x+4$

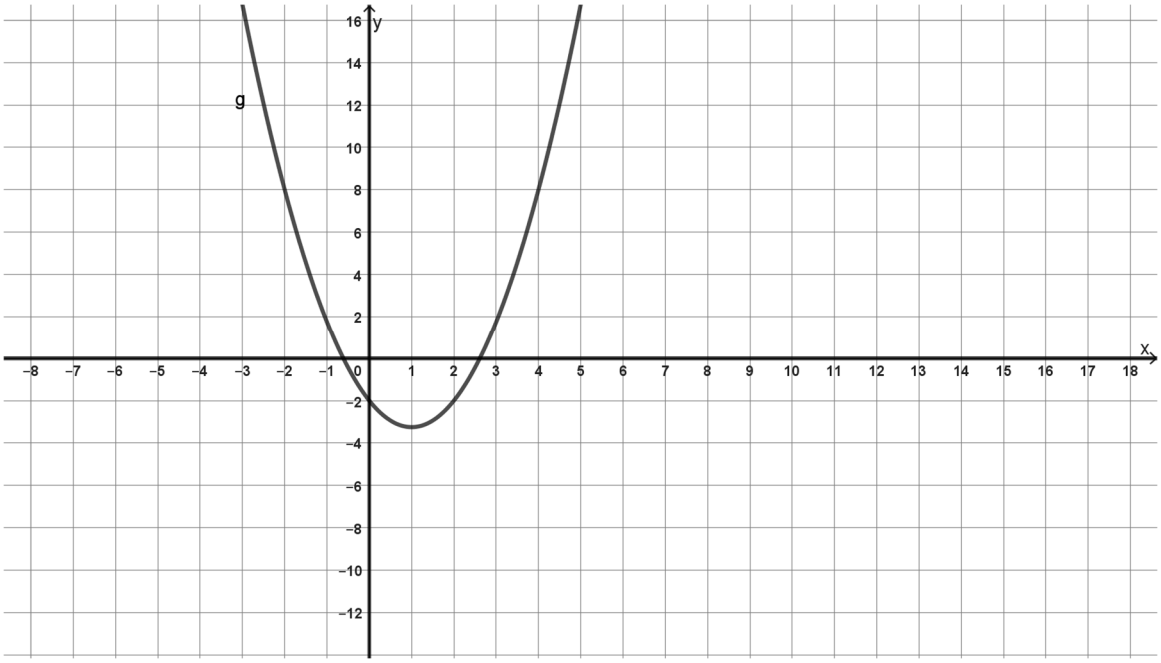
5.2 Determinare graficamente per quali valori di x risulta $g(x)=8$.

5.3 Di seguito è stato riprodotto il grafico della funzione:

$$g: x \mapsto y = \frac{5}{4}x^2 - \frac{5}{2}x - 2$$

Rappresentare rispetto allo stesso riferimento cartesiano il grafico della funzione:

$$f: x \mapsto y = 5x - 2$$



5.4 Determinare algebricamente le coordinate dei punti di intersezione tra i grafici delle funzioni f e g.

5.5 Determinare algebricamente il valore di $a \in \mathbf{R}$ tale che

$$f(a\sqrt{3} - 1) = 5a + 3$$

È richiesto il valore esatto, con eventuale denominatore razionale.

RICHIESTA 6 *(10 punti)*

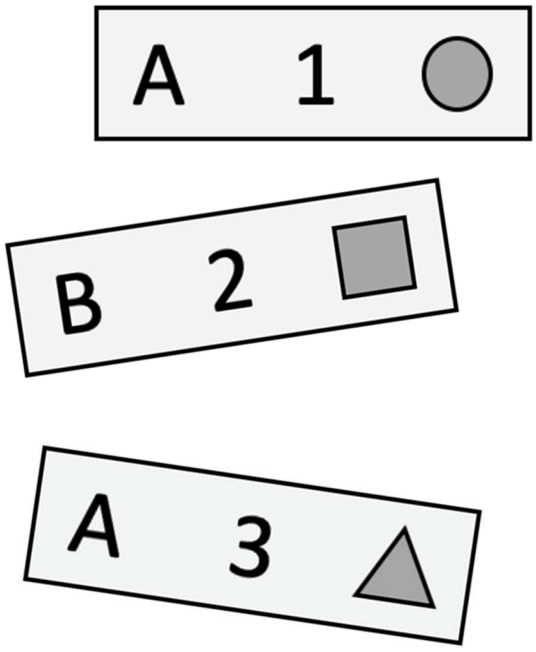
Una ditta ha prodotto un ridotto numero di robot tagliaerba automatici, contrassegnati mediante un codice a tre posizioni e tre diversi caratteri:

- una lettera (A o B)
- un numero (1, 2 oppure 3)
- un simbolo (quadrato, cerchio o triangolo)

La lettera occupa sempre la prima posizione, il numero la seconda posizione e la terza è sempre destinata al simbolo, come illustrato di seguito:

Lettera	Numero	Simbolo

Ecco alcuni esempi di codici:



6.1 Sapendo che tutti i robot hanno un codice diverso e tutti i possibili codici sono stati usati, verificare che in totale sono stati prodotti 18 robot.

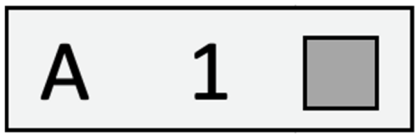
6.2 Acquistando un robot qualsiasi con quale probabilità il suo codice contiene il numero 1?

6.3 Da un controllo è emerso che i robot il cui codice termina con il simbolo quadrato sono difettosi.
Acquistando un robot qualsiasi con quale probabilità **non** è difettoso?

6.4 Da un ulteriore controllo emerge che tra i robot difettosi, quelli il cui codice **non** contiene il numero 3 sono addirittura a rischio di incendio.

Ecco alcuni esempi di robot a rischio di incendio:





Avendo acquistato un robot difettoso, con quale probabilità risulta a rischio di incendio?