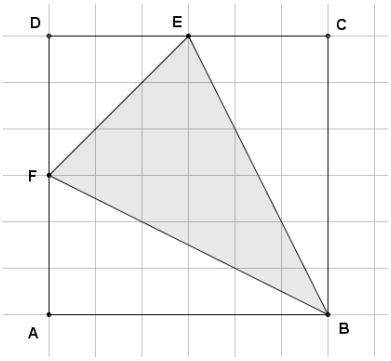
Serie 13

25 gennaio 2024



1) Dato un quadrato ABCD di lato x; siano E e F, i punti medi rispettivamente di CD e AD.

a) Calcola, in funzione di x, l'area del quadrato ABCD.

b) Verifica che il triangolo BEF è isoscele.

c) Calcola in funzione di x, il perimetro del triangolo BEF.

d) Determina la funzione y = g(x) che ad ogni x fa corrispondere l'area del triangolo BEF e trova gli insiemi di definizione e delle immagini.

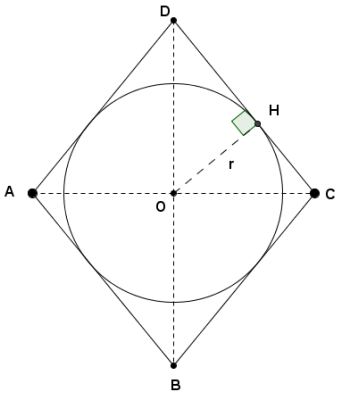
e) Sia g(x) la funzione che ad ogni valore di $x \in [0\,;4]$ fa corrispondere l'area del triangolo BEF:

i) Tabula la funzione nell'intervallo $x \in [-4\,;4]$, con uno "step" di 1.

ii) Rappresenta la funzione nell'intervallo $x \in [-4\,;4]$, evidenziando il tratto del grafico relativo al problema geometrico.

f) Determina per quale valore $x \in \mathbb{R}$ l'area del triangolo BEF misura 6 (u^2).

2) Il perimetro di un rombo misura 20 cm, ed esso è circoscritto ad una circonferenza il cui raggio $|OH| = \sqrt{6}$ (cm). Determina:



a) I triangoli simili utili a determinare la misura delle diagonali.

b) I rapporti che ti permettono di calcolare le diagonali.

c) Calcola la misura delle diagonali AC e BD del rombo.

d) Determina il rapporto, in percentuale, tra l'area del triangolo OCH e quella del rombo ABCD.

[Consiglio: utilizza un'incognita per svolgere l'esercizio. Cosa?]

3) Tecnica di calcolo:

a) Verifica, semplificando il più possibile e mostrando tutti i passaggi, se il risultato della seguente espressione letterale è $\frac{a}{a-2}$.

$$\left(\frac{2}{a}-\frac{1}{a-1}\right):\left(\frac{1}{a^2-2a+1}-\frac{3}{a-1}+a\right):\left(\frac{a^4-2a^2}{a^2-3a+2}\right)^{-1}=$$

b) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione fratta, specificando l'insieme soluzione.

$$\frac{x}{x-1}+\frac{2}{x}=1-\frac{2}{x^2-x}$$

c) Risolvi il seguente problema, utilizzando un sistema d'equazioni.

Un numero di due cifre è tale che la loro somma è 15. Il numero supera di 9 quello che s'ottiene scambiando tra lor la cifra delle unità con quella delle decine. Trova il numero.

[Consiglio: indica con x la cifra delle decine e con y quella delle unità …e ragiona prendendo un numero di due cifre per esempio!]

d) Risolvi il seguente sistema di disequazioni, specificando l'insieme soluzione.

$$\begin{cases} \frac{2-x}{3}+\frac{x}{2}\geq 0 \\ 4+x>2\,(x-1)+1 \end{cases}$$

4) Fattorizza utilizzando i metodi visti.

a) $a^2+14\,a+45=$ **b)** $x^2-5x-24=$

5) Semplifica il più possibile le seguenti frazioni, mostrando tutti i passaggi.

a) $\frac{x+1}{1-x^2}=$ **b)** $\frac{ax+bx+ay+by}{5a+5b+ax+bx}=$

6) Semplifica il più possibile la seguente espressione algebrica, mostrando tutti i passaggi: $\left(1-\frac{b}{a+b}\right)\cdot\left(1-\frac{b}{a+b}\right)\cdot\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)=$

7) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione specificando l'insieme soluzione.

$$\frac{4}{\sqrt{2}+1}-x=\frac{x}{\sqrt{2}-1}$$

8) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione di secondo grado, specificando l'insieme soluzione: $5x^2=x^3$

9) Risolvi il seguente sistema d'equazioni. $\begin{cases} 2x - 3y = x + 1 \\ x + 5y = 3 - y \end{cases}$

10) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente disequazione, specificando l'insieme soluzione nei tre modi visti: $\frac{x+2}{3} - \frac{x+4}{6} - \frac{x-2}{2} \geq 1$

11) Risolvi in $\mathbb{R}$ la seguente equazione fratta, specificando l'insieme soluzione.

$$x + \frac{4}{x-1} + \frac{x^2+x+2}{1-x} = 0$$

12) Risolvi il seguente problema con un sistema d'equazioni.

a) Trova due numeri interi, sapendo che il triplo del primo, sommato con il numero che precede il secondo dà 40 e che togliendo dal numero successivo al primo il doppio del secondo si ottiene 3.

b) La somma di due numeri interi è 35 e si sa che la differenza tra il doppio del primo ed il triplo del secondo è 20. Trova i due numeri.

13) Il teorema d'Euclide.

a) Le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa d'un triangolo rettangolo ABC, misurano rispettivamente 3 cm e 27 cm; calcola il perimetro e l'area del triangolo ABC.

b) In un triangolo rettangolo ABC l'altezza relativa all'ipotenusa misura 8 cm, mentre la proiezione d'un cateto sulla stessa misura 4cm. Calcola perimetro e area del triangolo ABC.

14) Il tronco di Piramide.

In un tronco di piramide esagonale regolare retta la misura degli spigoli delle basi è rispettivamente di 15 cm e 8 cm, mentre l'apotema (del tronco) misura 12 cm.

Calcola:

a) La misura dell'area laterale del tronco di piramide.

b) La misura dell'area totale del tronco di piramide.

c) Il rapporto di similitudine tra le due piramidi.

d) L'altezza della piramide maggiore.

e) Il volume del tronco di piramide.

15) Il tronco di Piramide.

In un tronco di piramide quadrangolare regolare retta la misura degli spigoli delle basi è rispettivamente di 15 cm e 8 cm, mentre l'apotema (del tronco) misura 12 cm. Calcola:

a) La misura dell'area laterale del tronco di piramide.

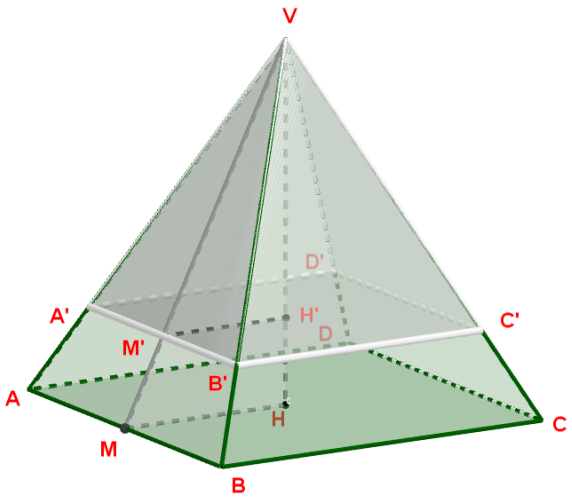
b) La misura dell'area totale del ronco di piramide.

c) Il rapporto di similitudine.

d) L'altezza della piramide maggiore.

e) Il volume del tronco di piramide.

16) Una piramide quadrangolare retta, avente il perimetro di base di 80 cm e l'altezza di 10 cm viene sezionata con un piano parallelo alla base a 6 cm dal vertice V, dividendola in due solidi, dopo aver fatto un disegno della situazione calcola:



a) L'apotema della piramide ABCDV.

b) L'altezza della piramide piccola A'B'C'D'V.

c) Il rapporto tra le altezze delle due piramidi H'V/HV.

d) L'apotema del tronco di piramide.

e) L'area laterale del tronco di piramide.

f) L'area totale del tronco di piramide.

g) Il volume del tronco di piramide