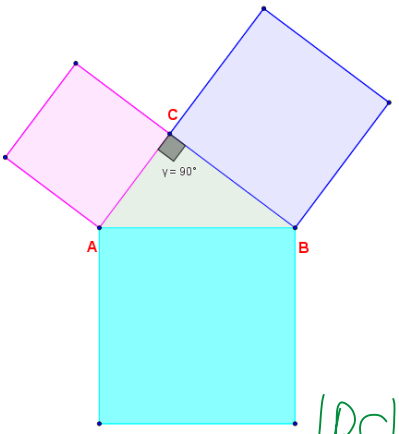
La similitudine nel triangolo rettangolo

Dal teorema di Pitagora a quello d'Euclide.



Dato il triangolo rettangolo ABC, con $|AB| = 10$ (cm); $|AC| = 6$ (cm);

i) Calcola $|BC| =$

ii) Esprimi algebricamente il teorema.

$|AB| = \sqrt{|AC|^2 + |BC|^2} =$

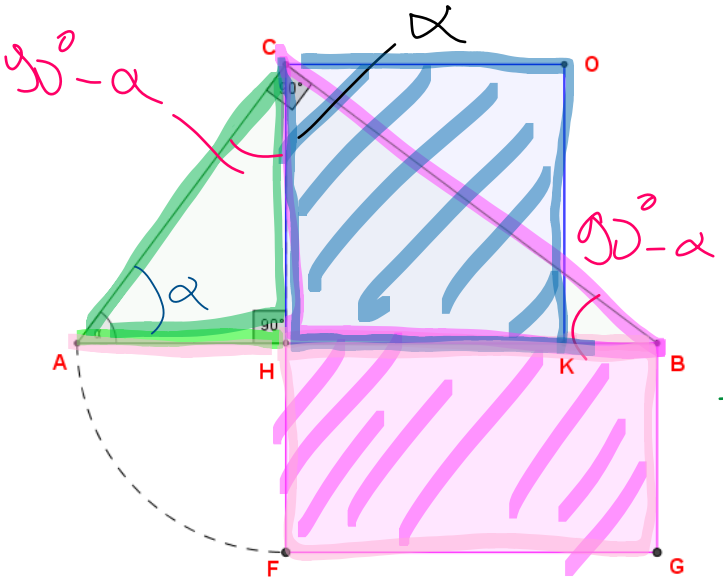
iii) Verifica numericamente il teorema.

$|BC| = \sqrt{|AB|^2 - |AC|^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (cm)

Prova a **dimostrare** le seguenti tre situazioni, sapendo che $|AB| = 10$ (cm); $|BC| = 6$ (cm);

1) Il quadrato **HKOC,** costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa d'un triangolo rettangolo ABC, è equivalente al rettangolo **HBGF**, avente come lati le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa, vale a dire: $|HC|^2 = |AH| \cdot |HB|$

Come vedi AH è la proiezione del cateto ..... sull' ipotenusa AB, mentre HB è la proiezione del cateto .....sull'ipotenusa AB.



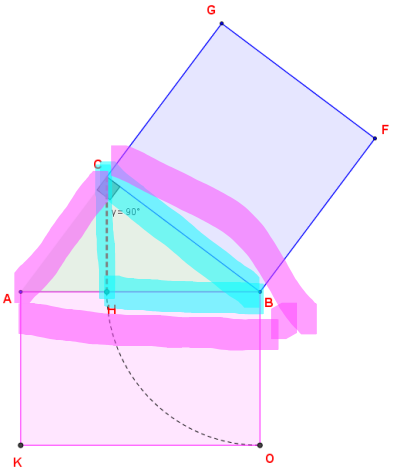
$\triangle AHC \sim \triangle HBC$

$A\hat{C}H = 90° - \alpha$. $B\hat{C}H = \alpha$

$\frac{|CH|}{|AH|} = \frac{|HB|}{|CH|}$

$|CH|^2 = |HB| \cdot |AH|$

2) Il quadrato **CBFG**, costruito sul cateto BC d'un triangolo rettangolo ABC, è equivalente al rettangolo **ABOK**, avente come lati la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa, vale a dire: $|BC|^2 = |AB| \cdot |HB|$

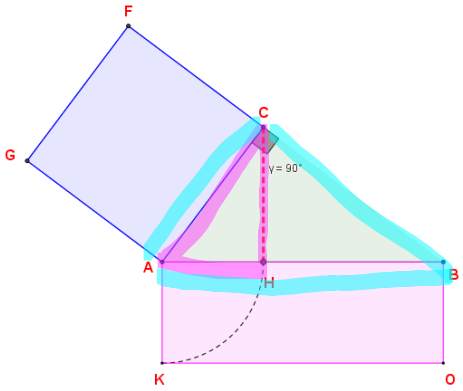


$\triangle BHC$ $\triangle ABC$ SIMILI, poiché AAA

$\frac{|BC|}{|BH|} = \frac{|AB|}{|BC|}$

$|BC|^2 = |AB| \cdot |BH|$

3) Il quadrato **ACFG**, costruito sul cateto AC d'un triangolo rettangolo ABC, è equivalente al rettangolo **ABOK**, avente come lati la proiezione del cateto sull'ipotenusa e l'ipotenusa stessa, vale a dire: $|AC|^2 = |AH| \cdot |AB|$



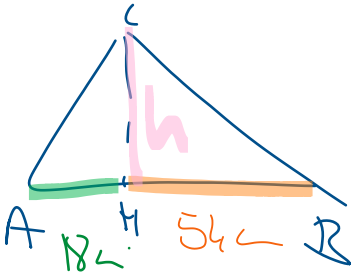
$\triangle AHC$ e $\triangle ABC$ sono SIMILI, poiché AAA

$\frac{|AC|}{|AH|} = \frac{|AB|}{|AC|}$

$|AC|^2 = |AB| \cdot |AH|$

Esercizi.

a) In un triangolo rettangolo le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa misurano 18 cm e 54 cm. Determina le misure dei cateti. [36 ; $36\sqrt{3}$]



$h^2 = |AH| \cdot |HB| =$

$= 18 \cdot 54 =$

$= 972$

$h = \sqrt{972} = 18\sqrt{3}$

$|AC| = \sqrt{18^2 + (18\sqrt{3})^2} =$

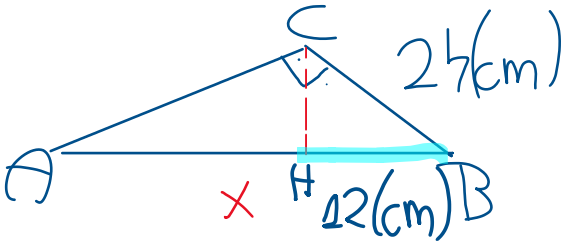
$= \sqrt{18^2 + 18^2 \cdot 3} =$

$= \sqrt{18^2 (1+3)} =$

$= \sqrt{18^2 \cdot 4} =$

$= 18 \cdot 2 = 36$ (cm)

b) In un triangolo rettangolo un cateto misura 24 cm, mentre la sua proiezione sull'ipotenusa misura 12 cm. Determina il perimetro del triangolo. [48 ; $24\sqrt{3}$]



$|BC|^2 = |AB| \cdot |HB|$ $\quad |AB| = x+12$

$24^2 = (x+12)\cdot 12$ $\quad 576-144 = 12x$

$576 = 12x+144$ $\quad \frac{432}{12} = x$

$|AB| = 36+12 = 48\ cm$ $\quad 36 = x$

$|AC| = \sqrt{48^2-24^2} = 24\sqrt{3}\ (cm)$

$P = 24+48+24\sqrt{3} = 72+24\sqrt{3}\ (cm) = 24(3+\sqrt{3})\ (cm)$

$A = \frac{24\cdot 24\sqrt{3}}{2} = 12\cdot 24\sqrt{3} = 288\sqrt{3}\ (cm^2)$

7

c) In un triangolo rettangolo le proiezioni dei due cateti sull'ipotenusa misurano 2a e 6a. Determina le misure dei cateti. [$4a$; $4a\sqrt{3}$]

d) In un rombo, il raggio del cerchio inscritto è lungo $2\sqrt{5}$ cm e la diagonale minore è lunga 12 cm. Determina il perimetro del rombo. [36]

e) Un cateto di un triangolo rettangolo misura 6 m e la sua proiezione sull' ipotenusa 2 m. Determinare gli altri due lati, l'altezza relativa all'ipotenusa e il raggio della circonferenza inscritta al triangolo.
[18; $4\sqrt{2}$; $36\sqrt{2}$; 2,48]