LE OPERAZIONI NUMERICHE – LE PROPRIETÀ DELLE OPERAZIONI.

BM1 pag. 15 -24. Esercizi pag.107 – 112.

1) L'addizione (+) .

342 + =➔ **Addendi** 3,42+

879 87,9

…… ===➔ **Somma** ……

Ricorda: i **termini** dell'**addizione** sono detti ..... il **risultato**.....

Proprietà dell'addizione:

Commutativa: 23 + 45 = 45 + 23 in generale a + b = b + a

.....= .....

Associativa:(12 + 23) + 45 = 12 + (23 +45) in generale **(a + b) + c = a + (b + c)**

..... = ...

..... = ...

Conclusione:

.....

Osservazione:

Secondo l'addizione posso scomporre tuti i numeri naturali o decimali.

Esempio: 80 = 25 + 55 oppure 80 = 10 + 20 + 50 = ...

Scomponi secondo l'addizione:

138 = ... ; 279 = ...

Ma anche :

2,3 = ... ; 0, 75 = ...; 8,09 = ...

Problemi:

a) Per recarmi a Barcellona in vacanza divido il viaggio in tre tappe: il primo giorno percorro 593 km fino a Marsiglia in 6h 17 min, il secondo giorno fino a Narbonne percorre 250 km in 2h31min e i rimanenti 256 km fino a Barcellona in 2h33min. Calcola quanti km dista Barcellona da Lugano e quanto tempo effettivo ho viaggiato.

b) In una giornata bevo 35 cL di latte a colazione; un bicchiere d'acqua di 2dL nella pausa delle 10:35 e mezzo litro d'acqua a mezzogiorno. Quanti liquidi ho assorbito in mezza giornata?

2) La sottrazione (-)

842 - ==> **Minuendo** 93,42-

579 ==> **Sottraendo** 87,90

..... ==> **Differenza** .....

Ricorda: i **termini** della **sottrazione** sono detti ..... e ..... il **risultato** .....

Proprietà della sottrazione:

Verifica se la sottrazione possiede le proprietà:

Commutativa: $7 - 5 \overset{?}{=} 5 - 7$

....

Associativa: $(20 - 10) - 5 \overset{?}{=} 20 - (10 - 5)$

....

....

Conclusione:

.....

La sottrazione possiede invece un'interessante proprietà:

Calcola: 78 – 25= .....

È possibile semplificare il calcolo nel seguente modo:

$78 - 25 = (78 - 5) - (25 - 5) = 73 - 20 = 53$

Oppure : $78 - 25 = (78 + 2) - (25 + 2) = 80 - 27 = 53$

Abbiamo applicato la proprietà **invariantiva**, che lascia invariato il risultato se tolgo o aggiungo lo stesso ..... sia al ..... che al .....

Calcola: 297 – 54 =.....

143 – 78 =.....147 – 91 = ...

Chiaramente posso utilizzare la proprietà invariantiva anche con i numeri decimali.

Esempi:

7, 9 – 3,4 = ... ; 0,21 – 0, 09= .....

Problemi:

a) Ho nel portamonete 17, 25 CH , spendo 3,80 CHF per la pizza e 2,20 CHF per la bibita e offro un panino del costo di 3,50 CHF al mio amico. Quanto mi rimane?

b) Sul mio IPhone di 16GB, registro una canzone di 4 MB, quanto spazio mi rimane libero?

3) La moltiplicazione (x ; · ; *) Attenzione noi useremo il punto · al posto del x !

Osservazione:

Al posto di scrivere 2 + 2 + 2 possiamo scrivere .....

Dunque una moltiplicazione è .....

.....

Trasforma in moltiplicazioni e calcola:

3 + 3 = ... = ...; 5 + 5+5 = ... = ...; 10 + 10 + 10 = ... = ...;

29 . =➔ **Fattori**

13

.....

.....

..... ➔ **Prodotto**

3,45 .

1,2

.....

.....

.....

Ricorda: i termini della **moltiplicazione** sono detti ..... ; il **risultato** è detto ....

Proprietà della moltiplicazione:

Verifica se la moltiplicazione possiede le proprietà:

Commutativa: $3 \cdot 4 \overset{?}{=} 4 \cdot 3$ in generale $a \cdot b = b \cdot a$

....

Associativa: $(2 \cdot 3) \cdot 4 \overset{?}{=} 2 \cdot (3 \cdot 4)$ in generale $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c$

....

....

Conclusione: .....

La moltiplicazione possiede anche la proprietà **distributiva** rispetto all'**addizione** e alla **sottrazione.**

$23 \cdot 7 = (20 + 3) \cdot 7 = 20 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 2 \cdot 7 \cdot 10 + 21 = 140 + 21 = 161$

$39 \cdot 7 = (40 - 1) \cdot 7 = 40 \cdot 7 - 1 \cdot 7 = 4 \cdot 7 \cdot 10 - 1 \cdot 7 = 28 \cdot 10 - 7 = 280 - 7 = 273$

Calcola applicando la proprietà distributiva.

$34 \cdot 8 =$ .....

$276 \cdot 3 =$ .....

Problemi.

a) Acquisto 3 penne stilografiche da 12,35 l'una e 5 raccoglitori a 2,45 CHF l'uno. Pago con una banconota da 100 CHF, quanto ricevo di resto?

b) Da un rubinetto escono 1,5 L al secondo; quanti litri escono in 3 minuti?

c) La moneta da 5 CHF ha una massa di 13,2 g ed uno spessore di 2,35 mm, calcola:

i) Qual è la massa delle monete da 5 CHF di una somma di 75 CHF?

ii) Qual è l'altezza delle monete da 5 CHF di una somma da 100 CHF?



4) La divisione (: ;–; ⋮ ; /)

Dividendo Divisore Quoziente

7 : 2 = ; 7 : 3 =

.....

.....

Ricorda: i termini della **divisione** sono detti ..... , il primo termine, ... il secondo termine, mentre il risultato è detto .....se abbiamo un resto , mentre in caso contrario è detto **quoto**.

Nel caso 7 : 3 =2,3333333 poiché il resto si ripete, si scrive $2,\overline{3}$ con un trattino sopra le cifre che si ripetono e si legge 2,3 periodico .

Calcola determinando il periodo, verificando poi sulla calcolatrice:

1 : 3 = ; 5: 6 = 10 : 7 =

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Osservazione:

Quando otteniamo un numero decimale, per non trascrivere tutte le cifre possiamo approssimare il numero **rispettando** le seguenti regole:

a) se l'ultimo decimale corrisponde alle cifre **0 , 1 , 2, 3, 4, approssimo per difetto** il numero lasciando la penultima cifra invariata,

Esempio: 3,2≅ **3** approssimato all'unità**.** Attenzione non utilizzo il segno uguale ma il simbolo di circa.

Approssima i seguenti numeri decimali:

4,34≅ 4,3 ap . ai decimi 97, 120 ≅97,12 ap. ai centesimi

≅ 4 ap. all'unità ≅ 97,1 ap. ai decimi

≅ 97 ap. all'unità

b) se l'ultimo decimale corrisponde alle cifre **5 , 6 , 7, 8, 9, approssimo per eccesso** il numero aumentando la penultima cifra d'una unità.

Esempio: 7,46 ≅ 7,5 ap. ai decimi ≅ 8 ap. all'unità

Approssima i seguenti numeri decimali:

4,79≅.....

91, 198 ≅.....

Problemi:

a) Ho speso 45 CHF per 6 magliette. Quanto costa una maglietta?

b) Con i 72 pesciolini rossi contenuti in una vasca vengono confezionati dei sacchettini che contengono 4 pesciolini ciascuno. Quanti sacchetti si possono preparare?

Proprietà della divisione:

Verifica se la divisione possiede le proprietà:

Commutativa: $10 : 2 \overset{?}{=} 2 : 10$ in generale $a : b = b : a$

....

Associativa: $(20 : 10) : 2 \overset{?}{=} 20 : (10 : 2)$ in generale $\mathbf{(a : b) : c = a : (b : c)}$

....

....

Conclusione: .....

La divisione, come la sottrazione possiede la favolosa proprietà **invariantiva**, dove moltiplicando o dividendo dividendo e divisore per lo stesso numero semplifico il calcolo .

Esempi:

$120 : 8 = (120 : 4) : (8 : 4) = 30 : 2 = (30 : 2) : (2 : 2) = 15 : 1 = 15$

$2{,}4 : 0{,}8 = (2{,}4 \cdot 10) : (0{,}8 \cdot 10) = 24 : 8 = 3$

Calcola:

$5 : 0{,}25 =$ .....

$1400 : 280 =$ .....

$3{,}6 : 0{,}9 =$ .....

La divisione è **distributiva** rispetto all'addizione e alla sottrazione.

$248 : 4 = (240 + 8) : 4 = (240 : 4) + (8 : 4) = 60 + 2 = 62$

$96 : 4 = (100 - 4) : 4 = (100 : 4) - (4 : 4) = 25 - 1 = 24$

Calcola:

$78 : 6 =$ .....

$1245 : 3 =$ .....

$714 : 14 =$ .....

$12{,}27 : 0{,}3 =$ .....

5) L'elevazione a potenza. (Teoria pag. 45 - 46 / esercizi pag. 127 – 128) .

Sai: 2 + 2 + 2 = ... = ...

10 + 10 + 10 +10 = ... = ...

Come scriverai ? 2 · 2 · 2 = ... = ...

Come vedi il ..... viene ripetuto .... volte matematicamente scriveremo 2 · 2 · 2 = ... = ... e si legge due alla terza o due al cubo.

Cosi 10 · 10 · 10 ·10 = ... = ...e si legge dieci alla quarta.

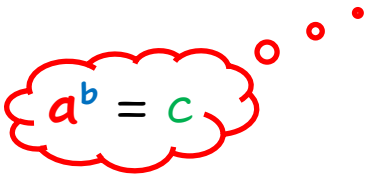
L'operazione che hai svolto è detta **ELEVAZIONE A POTENZA**, il fattore che si ripete è detto **BASE**, che si scrive una sola volta, della potenza, mentre le volte che il fattore si ripete è detto **ESPONENTE** e scriveremo

$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$;

2 è la ..... della potenza; 3 è .....della potenza , 8 .....

10 . 10 . 10 .10 = ... = ...10 è la ..... della potenza; ..... è esponente della potenza , 10'000 .....

In generale:



a = ...
b = ...
c = ...

Completa la seguente tabella:

Base	Esponente	Potenza	Valore	..... si legge ....
2	3			
3	2			
	9	4^9		
		$1,2^2$		
	7	2^7		
		10^5		
		$1,9^3$		
		1^{10}		
		10^0		
	0			

Indica se le proposizioni sono vere o false.

PROPOSIZIONE	V	F
Per calcolare una potenza basta moltiplicare la base per		
L'esponente indica quante volte la base viene moltiplicata per se stessa.		
Un prodotto di cinque fattori qualsiasi può essere scritto sotto forma di potenza.		
Un prodotto di cinque fattori uguali può essere scritto sotto forma di potenza.		
Base ed esponente sono sempre diverse tra loro.		
Base ed esponente si possono scambiare fra loro e il valore della potenza non cambia.		
La potenza 3^2 si legge "3 elevato al quadrato".		
La potenza 3^3 si legge "3 elevato al cubo".		
$2^4 = 4^2$		
Se $2^4 = 4^2$ allora $3^4 = 4^3$		

Scrivi in lettere e calcola:

7^3 = ... = ...;

5^4 = ...= .....;

3^7 = ... = ...;

4^5 = ...= .....;

10^6 = ...= .....;

3^6 = ...= .....;

1^6 = ...= .....;

3^1 = ...= .....;

Scrivi in cifre e calcola:

due alla settima: ..... = ... ; sette alla seconda: .....= .....

due al cubo : ..... = ... ; uno alla trecentouno: .....= .....

due alla terza: ..... = ...; tre al quadrato: .....= .....

uno alla terza: ..... = ...; cinque alla prima: .....= .....

Potenze particolari:

- 1^3 = ...; 1^7 = ... ; 1^{56} = ... ; dunque .....uguale sempre a ..... Matematicamente scriveremo : $1^n = 1 \quad \forall\, n \in \mathbb{N}$
- 1^0 = ...; 5^0= .....; 34^0= .....; dunque .....uguale sempre a ..... in generale $a^0 = 1$ con $a \in \mathbb{N}^*$
- 0^3 = ... ; 0^7 = ... ; 0^{56} = ... ; dunque .....uguale sempre a ..... Matematicamente scriveremo: $0^n = 0$ con $n \in \mathbb{N}^*$
- Un caso molto particolare: 0^0 è una forma indefinita, dunque non calcolabile.

Potenze e calcolatrice:

 serve a calcolare .....: 13^2 = ...

 serve a calcolare .....: 23^3 = ...

 serve a calcolare .....: 2^{25} = ...

6) L'estrazione di radice -quadrata – cubica – n-esima.

Cosa puoi dire delle operazioni che abbiamo visto addizione – sottrazione - moltiplicazione e divisione?

.....

.....

L'operazione inversa dell'elevazione a potenza è **l'estrazione della radice.**

Esempi:

sai che 2^2 = ... qual è il numero il cui quadrato è 4 ?

matematicamente scriveremo $\sqrt{4}$ = ...

e si legge la **radice quadrata** di 4 è 2.

sai che 2^3 = ... qual è il numero il cui cubo è 8 ?

matematicamente scriveremo $\sqrt[3]{8}$ = ...

e si legge la **radice cubica** di 8 è 2.

Determina le seguenti radici:

$\sqrt{16}$ = ... ; $\sqrt{25}$ = ... ; $\sqrt{36}$ = ... ; $\sqrt{49}$ = ... ; $\sqrt{1}$ = ...;

$\sqrt{64}$ = ... ; $\sqrt{81}$ = ... ; $\sqrt{100}$ = ... ; $\sqrt{121}$ = ... ;

$\sqrt[3]{27}$ = ...; $\sqrt[3]{64}$ = ...; $\sqrt[3]{125}$ = ...; $\sqrt[3]{1'000}$ = ...; $\sqrt[3]{1}$ = ..;

Chiaramente posso calcolare anche altre radici:

$\sqrt[4]{16}$ = ...; $\sqrt[4]{81}$ = ...; $\sqrt[4]{10'000}$ = ...; $\sqrt[4]{1}$ = ...;

$\sqrt[5]{32}$ = ...; $\sqrt[5]{243}$ = ...; $\sqrt[5]{100'000}$ = ...; $\sqrt[5]{1}$ = ...;

Chiaramente non tutte le radici sono dei numeri naturali .... Possiamo dunque utilizzare la calcolatrice per determinare il valore ....e approssimando ad una cifra significativa, utilizzando i tasti  

Calcola:

$\sqrt{2} \cong$ ..... ; $\sqrt{20} \cong$ ..... ; $\sqrt{30} \cong$ ..... ; $\sqrt{50} \cong$ ..... ; $\sqrt{12} \cong$ .....;

$\sqrt[3]{2} \cong$ .....; $\sqrt[3]{9} \cong$ .....; $\sqrt[3]{100} \cong$ .....; $\sqrt[3]{1'450} \cong$ .....; $\sqrt[3]{0} \cong$ ..;

$\sqrt[4]{2} \cong$ .....; $\sqrt[4]{20} \cong$ .....; $\sqrt[5]{3} \cong$ .....; $\sqrt[5]{200} \cong$ .....