SISTEMI NUMERICI. BM1 pag. 13 -14. Esercizi pag.105 – 107.

1) Il nostro sistema: sistema decimale.

Per contare noi utilizziamo i ....., formati da .....

Le cifre sono: .....

e dunque sono un numero .....

Si distinguono in:

Cifre.....

Cifre.....

I numeri sono: .....

E dunque sono .....

Quando conto .....

.....

Ogni cifra assume dunque un .....

.....

Il nostro sistema è detto: **sistema decimale posizionale.**

Matematica e Storia

Antichi sistemi di numerazione

Tutti i giorni utilizziamo numeri e svolgiamo operazioni senza immaginare la fatica con cui l'umanità ha raggiunto tali risultati. Il nostro sistema di numerazione ci sembra così scontato che è quasi impossibile renderci conto della sua importanza.
Senza dubbio il concetto nuovo del nostro sistema di numerazione è il valore posizionale delle cifre, importato dagli arabi e entrato nella cultura europea grazie agli scritti di Leonardo da Pisa detto **Fibonacci** (nato a Pisa nel 1170 circa e morto dopo il 1240). Ma prima del Medioevo quali erano e che caratteristiche possedevano i vari sistemi di numerazione? Al di là dei simboli utilizzati dai vari popoli la caratteristica più evidente consisteva nel fatto che i sistemi erano **additivi**, cioè i numeri si rappresentavano sommando (o sottraendo) tra loro i diversi simboli.

Babilonesi (III Millennio a.C.)

Esperti misuratori in campo astronomico e conoscitori della periodicità del tempo (possedevano un calendario molto preciso) hanno elaborato un sistema che è la base del nostro sistema di misurazione del tempo. Il sistema di numerazione babilonese utilizzava solo due simboli:

un cuneo ▼ (per indicare le unità)

una punta di freccia ◀ (per indicare le decine)

Con tali simboli si creano i numeri addizionando tante punte di freccia quante sono le decine e tanti cunei quante sono le unità. L'unica regola è che il simbolo ▼ si ripete al massimo 9 volte mentre il simbolo ◀ solo 5.

Così, se vogliamo scrivere in babilonese:



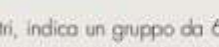
Tavoletta Babilonese in cui sono registrate le misurazioni di alcuni terreni.

- il numero 15 otteniamo 
- il numero 48 otteniamo 

Dopo il numero 59 il sistema di numerazione, che è solamente **additivo**, prende una notazione **posizionale**: si introduce uno spazio per indicare il raggiungimento del 60. Così per indicare il 65 dobbiamo vederlo scomposto in

$65 = 60 + 5$ e scrivere 

Il primo cuneo, distaccato dagli altri, indica un gruppo da 60, i cinque cunei seguenti indicano le unità.

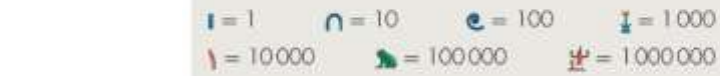
Il numero 135 allora diventa composto da: $135 = 60 + 60 + 15$ e si scrive 

Il numero 602 allora diventa composto da: $602 = 10 \cdot 60 + 2$ e si scrive

Con il sistema di spaziatura si riesce a scrivere il numero 3 599 (59 gruppi da 60 + 59 unità), poi si introduceva un nuovo spazio per rappresentare il gruppo di $60 \cdot 60 = 3600$.
Se ti eserciti con il sistema di numerazione babilonese e provi, anche solo per gioco, a svolgere l'operazione $48 + 26$ ti accorgi della complessità di tale sistema.

Egiziani

Un sistema di numerazione più recente (solo 4000 anni fa) elimina il problema della posizione ricorrendo ad un maggior numero di simboli. La civiltà Egiziana sviluppa un sistema di numerazione di tipo **additivo**. I simboli utilizzati erano:



Il numero 125 563 si ottiene semplicemente addizionando tanti simboli del corrispondente ordine di grandezza e si scrive 



Stele egizia in pietra del 1450 a.C. su cui sono incise delle misure che vanno interpretate come da schema a lato.

Romani

Nella numerazione romana i numeri da 1 a 10 si scrivono nel seguente modo:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X

La rappresentazione dei numeri fino a tre è comprensibile. Proseguendo vediamo che l'uno (I) messo a sinistra del cinque (V) si sottrae e messo a destra si aggiunge per cui il numero romano IV corrisponde a 4, mentre VI corrisponde a 6. Se a destra del cinque (V) mettiamo due volte uno (II) o tre volte uno (III), otteniamo 7 e 8. Il dieci si scrive X; anche in questo caso l'uno (I) messo a sinistra del dieci si sottrae e dà nove.
Gli altri simboli o cifre del sistema di numerazione romano sono:

L = 50; C = 100; D = 500; M = 1000



Occorre però ricordare che per formare tutti i numeri i romani usavano anche altre regole particolari:

- le cifre I, X, C, M si possono ripetere al massimo tre volte. Come già detto, il numero 4 si scrive IV, e non IIII come appare erroneamente scritto in alcuni orologi;
- le cifre V, L, D non si possono mai ripetere. Ad esempio, il numero 150 si scrive CL e non LL;
- abbiamo detto che una cifra posizionata a sinistra di un'altra di valore superiore si sottrae al valore di quest'ultima. Bisogna però tenere presente due casi particolari:
  - la cifra da sottrarre non può essere del tipo V, L, D, ad esempio, 45 = XLV e non VL;
  - nella scrittura di sottrazione non si possono compiere salti, ad esempio, 990 = CMXC e non XM;
- il trattino sopra la cifra indica che la cifra va moltiplicata per mille, cioè:

  $\overline{C}MC = 100 \cdot 1000 + 1000 + 100 = 101\,100$

Utilizzando il sistema di numerazione romano si possono scrivere tutti i numeri mediante una successione di addizioni; per tale motivo il sistema di numerazione romano è **additivo**.
Trasformiamo, ad esempio, i numeri 104 e 98 nel sistema di numerazione romano:

$104 = 100 + 4$ ⇒ C IV ⇒ CIV

$98 = 90 + 8$ ⇒ XC VIII ⇒ XCVIII (e non IIC)

Ricerca: Da quando vien utilizzato il sistema decimale? Da dove proviene? Chi lo ha importato?

I numeri senza virgola vengono detti **Numeri Naturali** e si scrivono:

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \ldots\ldots\ldots; 19; 20; 21; \ldots\ldots\ldots\ldots; 345; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots; 23'456; \ldots\}$

Che possiamo rappresentare su una retta numerico nel seguente modo:

Esercizio:

a) In ogni numero definisci il valore d'ogni cifra:

234: .....

45'678: .....

7'890'563: .....

7'976'500'000: .....

.....

b) Scrivi in numeri:

Duemilatrecentocinque: .....

Centoottantacinquemilaseicento: .....

Un milione: .....

Tre miliardi: .....

c) Scrivi in lettere:

17: .....; 19: .....

21: .....; 1001: .....

5'234: .....

.....

308: .....

.....

380: .....

.....

801: .....

.....

3'500'000: .....

2) I numeri decimali: decimi – centesimi -millesimi.

Es: 7, 3 - 1,23 - 13,045 - .....

a) 7, 3 abbiamo 7 unità e 3 decimi, oppure.....

b) 1,23 abbiamo 1 unità, 2 decimi, 3 centesimi oppure 1 unità e 23 centesimi, oppure: .....

c) 13,045 abbiamo 13 unità 0 decimi, 4 centesimi 5 millesimi oppure

13 unità 45 millesimi; oppure .....

d) 0, 68 .....

e) 0,945 .....

Esempio: 400 = 400 u = 40 da = 4 h

f) 423: 423 u;.....

g) 5'678: .....

h) 90'560: .....

i) 0,0380: .....

j) .....: .....

3) Combiniamo cifre e lettere.

a) Con una cifra quanti numeri di una, due, tre, oppure **n** cifre puoi scrivere?

.....

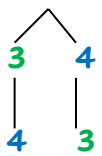
.....

b) Con una lettera quante "parole" di una, due, tre, oppure n lettere puoi scrivere?

.....

c) Prendi ora in considerazione due cifre es **3** e **4**, e due lettere **a**; **b**, quanti numeri (parole) di due cifre (lettere) potresti scrivere?

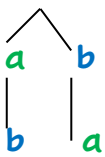
i) **Senza ripetere le cifre - lettere**: Possiamo disporre la situazione con un diagramma ad albero nel seguente modo.



nr scelte .....

nr scelte .....

34 – 43 totale .....

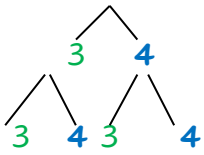


nr scelte .....

nr scelte .....

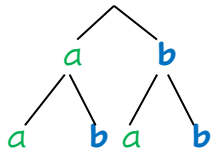
..... – ..... totale .....

ii) Ripetendo le cifre – lettere.



nr scelte .....

nr scelte .....



nr scelte .....

nr scelte .....

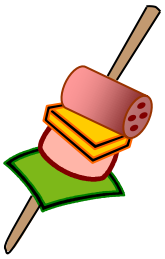
33 -34 – 43 - 44 totale .....

aa -ab – ba - bb totale .....

Esempi.

a) Andrea, Bea e Carlo vanno al cinema in quanti modi possono sedersi uno accanto all'altro?

b) Gianni prepara degli spiedini. Ogni spiedino deve avere un pezzettino di pollo, uno di salsiccia, uno di formaggio e un peperone. Ordinando casualmente pollo, salsiccia, formaggio e peperone, quanti diversi spiedini può ottenere?



c) Con le cifre 1;2; 3; e 4 quanti numeri di 4 cifre posso ottenere:
a) senza ripete le cifre; b) ripetendo le cifre?

Riesci a dedurre una regola che ti permetta di calcolare immediatamente la soluzione?

.....
.....
.....

Osservazione: Negli esempi precedenti abbiamo ordinato in modo diverso numeri, persone e oggetti, matematicamente abbiamo ottenuto delle **PERMUTAZIONI.**

La stessa cosa si può effettuare con le **lettere** ottenendo altre parole, anche se non sempre di senso compiuto, dette **ANAGRAMMI.**

a) Es: prendi la parola **neo** quanti e quali sono i possibili anagrammi?

.....
.....
.....
.....
.....

b) Quanti sono i possibili anagrammi della parola ROMA? Ne esistono di senso compiuto? Quali?

.....
.....
.....
.....
.....

c) Prova ad anagrammare il tuo nome o cognome. Hai delle parole di senso compiuto?

.....
.....
.....

d) Prendi ora in considerazione le cifre 1 e 2. Quanti numeri di una cifra puoi scrivere?

.....
.....

e) Prendi ora in considerazione le cifre 1,2 e 3. Quanti numeri di due cifre puoi scrivere senza ripeterle? E ripetendole?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

f) Prendi ora in considerazione le cifre 1,2,3 e 4. Quanti numeri di tre cifre puoi scrivere senza ripeterle? E ripetendole?

.....
.....
.....
.....
.....

g) Riesci a dedurre una regola che ti permetta di calcolare immediatamente la soluzione?

.....
.....
.....
.....
.....

4) I numeri palindromi.



Figura 1

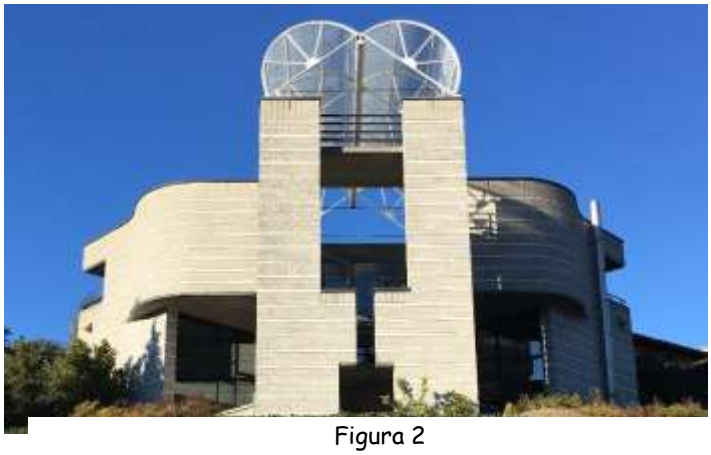


Figura 2



Figura 3

Osserva "benissimo" le tre figure, e prova a descriverle:

Figura 1:

.....

.....

.....

Figura 2:

.....

.....

.....

Figura 3:

.....

.....

.....

Cosa hanno in comune?

.....

.....

.....

.....

Numeri e parole di questo tipo sono detti **palindromi**.

a) I numeri palindromi:

i) Quali sono i numeri palindromi minori di 10?

.....

.....

ii) Quali sono i numeri palindromi maggiori di 10 e minori di 100?

.....

.....

iii) Prendi un numero, inverti le sue cifre e somma il numero che ottieni a quello iniziale. Se il risultato non è un numero palindromo, ripeti il procedimento. E' vero che in questo modo partendo da qualunque numero prima o poi si ottiene sempre un numero palindromo?"
Esempio: 78 + 87 = 165 +561 = 726 + 627=1353 + 3531 = 4884
Verifica con: 29 - 491 - 1274 – 196 (😉).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b) Le parole palindrome:

Come con i numeri anche con le parole può capitare che riesca a leggerla in entrambi i sensi; esempi: oro – anna – sugus.
Posso ottenere anche frasi palindrome:
I topi non avevano nipoti. - Ero a dirottar trattori da ore! - Amo ridere di Roma.
Osservazione: Parole e frasi palindrome possono anche non aver senso compiuto.
Esercizio: Prova ad inventare alcune parole e frasi palindrome.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....