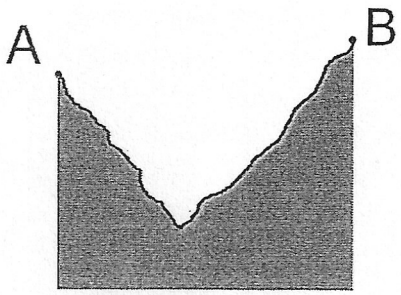
**PROVA CANTONALE MATEMATICA / IV CORSO ATTITUDINALE**

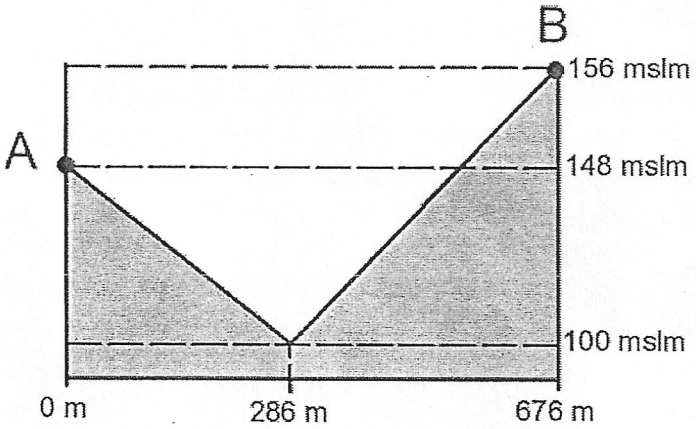
***Tempo a disposizione: 150 minuti***

## RICHIESTA 1

Elena deve andare dal punto A al punto B. La strada diretta attraversa una valle: dapprima scende in fondo e in seguito risale dall'altra parte.




Per descrivere la situazione può essere utilizzato il seguente modello:




**1.1** Determinare la distanza percorsa da Elena per andare da A a B.

**1.2** In discesa impiega 4 minuti per percorrere 1 chilometro, mentre in salita impiega 7,5 minuti per percorrere 1 chilometro.
Mostrare con opportuni calcoli che Elena ha impiegato più di 4 minuti per attraversare la valle.

## RICHIESTA 2




Giacomo è appassionato di calcio e l'anno scorso ha fatto la collezione delle figurine del mondiale al quale hanno partecipato 32 squadre.

La raccolta completa delle 682 figurine è così suddivisa:

| **Tipologia di figurina** | **Figurine speciali** | **Stadi** | **Stemmi** | **Foto squadre** | **Calciatori** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Numero di figurine** | 30 | 12 | 32 | 32 | 576 |

Giacomo purtroppo non è riuscito a completare l'album.
Gli manca infatti una sola figurina.

**2.1** Qual è la probabilità che la figurina mancante sia di uno stadio?

**2.2** Qual è la probabilità che la figurina mancante non sia di uno stemma?

**2.3** Se a Giacomo manca la figurina di un calciatore qual è la probabilità che sia quella di uno dei 18 calciatori dell'Islanda?

## RICHIESTA 3

**3.1** Risolvere in **R** l'equazione $\dfrac{x^2-3}{x-3}=1+\dfrac{2x}{x-3}$

**3.2** Sia $A=\dfrac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{8}-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

Mostrare con opportuni calcoli che A è razionale.

## RICHIESTA 4

**4.1** Nel salvadanaio di Fabio ci sono solo monete da 5 Fr e da 2 Fr.
Il numero totale delle monete è 20 per un valore complessivo di 76 Fr.
Quante sono le monete da 2 Fr?

**4.2** Nel salvadanaio di Caterina ci sono monete da 1 Fr, da 2 Fr e da 5 Fr.
Il numero totale delle monete è 26.
Caterina sostiene di avere 128 Fr.
Sta dicendo la verità? Giustificare la risposta.

## RICHIESTA 5

Si consideri la disequazione $\frac{-6}{x-2} \geq 0$

Indicare se le seguenti affermazioni sono vere (V) o false (F):

| | | |
|---|---|---|
| La disequazione non possiede soluzioni | V | F |
| L'insieme S delle soluzioni della disequazione è $S = \mathbf{R} \setminus \{2\}$ | V | F |
| L'insieme S delle soluzioni della disequazione è $S = ]2; +\infty[$ | V | F |
| $x = -5$ è una soluzione della disequazione | V | F |
| La disequazione non possiede soluzioni positive | V | F |

## RICHIESTA 6

Evidenziare tutte le espressioni equivalenti a quella data. Sono possibili più risposte.

**6.1** $(1-x)\cdot(1+x)$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $(1-x)\cdot(x+1)$ | $(x-1)\cdot(x+1)$ | $1-x^2$ | $x^2-1$ |

**6.2** $\dfrac{2y}{y^2+2y}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\dfrac{1}{y^2+1}$ | $\dfrac{2}{y}+1$ | $0$ | $\dfrac{2}{y+2}$ |

**6.3** $0,00034\cdot10^{-5}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $0,34\cdot10^{-2}$ | $0,34\cdot10^{-8}$ | $3,4\cdot10^{-9}$ | $3,4\cdot10^{-1}$ |

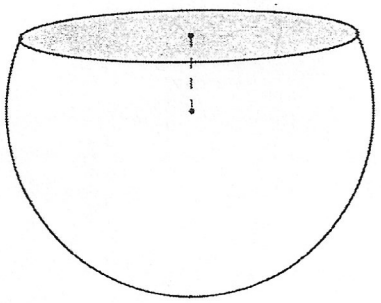
**6.4** $\dfrac{\frac{2}{3}}{6}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\dfrac{2}{\frac{3}{6}}$ | $\dfrac{1}{9}$ | $\dfrac{12}{3}$ | $\dfrac{2}{18}$ |

**6.5** $3^{-2}+3^2$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $3^0$ | $-6+9$ | $3^{-4}$ | $9+\dfrac{1}{9}$ |

## RICHIESTA 7



Una sfera è stata sezionata con un piano posto a 2 cm dal suo centro.

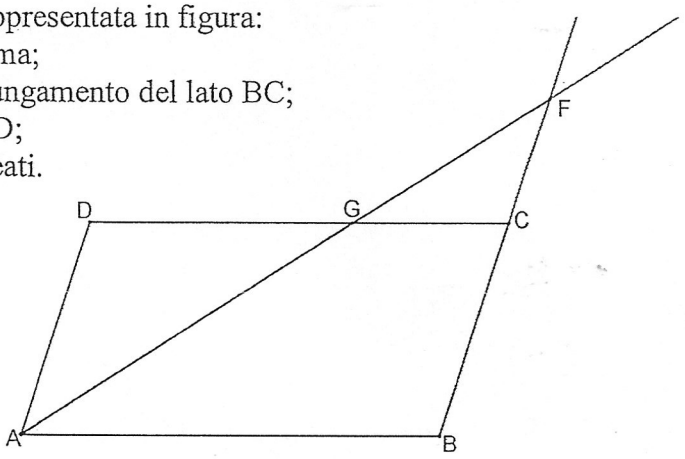
La sezione è un cerchio di area $\mathcal{A} = 2{,}25\pi$ cm$^2$.

**7.1** Determinare il raggio della sfera.

**7.2** Calcolare il rapporto fra l'area $\mathcal{A}$ e l'area del cerchio che si ottiene sezionando la sfera con un piano passante per il suo centro.
Esprimere il rapporto in percentuale.

## RICHIESTA 8

Si consideri la situazione rappresentata in figura:
- ABCD è un parallelogramma;
- il punto F si trova sul prolungamento del lato BC;
- il punto G giace sul lato CD;
- i punti A, G e F sono allineati.




I triangoli ABF, GCF e GDA sono simili tra loro.

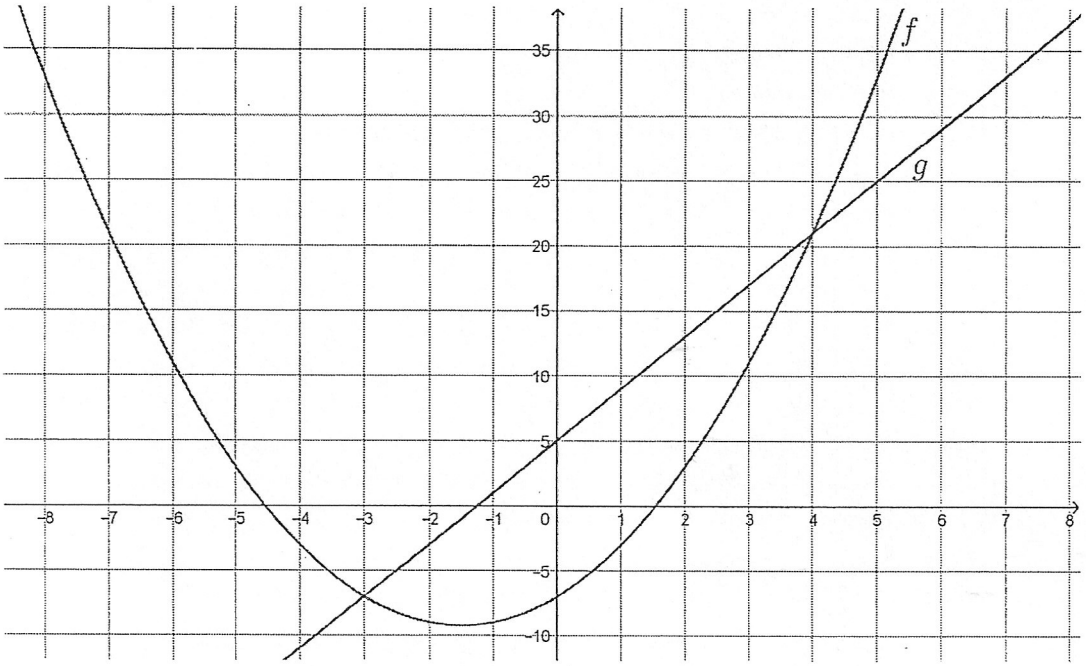
**8.1** Spiegare perché i triangoli GCF e GDA sono simili.

**8.2** Si consideri il caso in cui: $|AD| = 11\,(\text{cm})$, $|AB| = 40\,(\text{cm})$ e $|FC| = 3\,(\text{cm})$.
Calcolare la misura del segmento GC.

**8.3** Calcolare il rapporto tra l'area di ABF e l'area di GCF.

## RICHIESTA 9

Sono date le funzioni reali $f: x \mapsto y = x^2 + 3x - 7$ e $g: x \mapsto y = 4x + 5$.




**9.1** Calcolare $f(-2)$.

**9.2** Determinare con il calcolo gli argomenti che hanno immagine $-7$ rispetto a $f$.

**9.3** Aiutandosi con il grafico, determinare le soluzioni approssimate dell'equazione $x^2 + 3x - 7 = 0$.

**9.4** Utilizzare le rappresentazioni grafiche di $f$ e $g$ per determinare l'insieme delle soluzioni della disequazione $f(x) \leq g(x)$.