1) Il tronco di cono. BM4 pag. 133 -134; Es. 61 – 62.

Considera le seguenti situazioni.

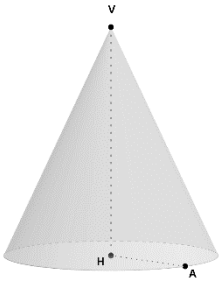


Figura 1

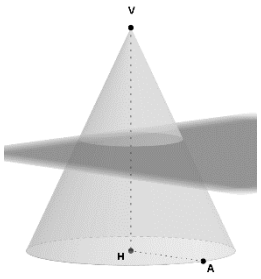


Figura 2

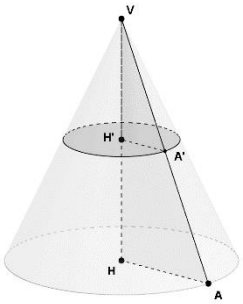


Figura 3

Annotazioni:

…… …… ……

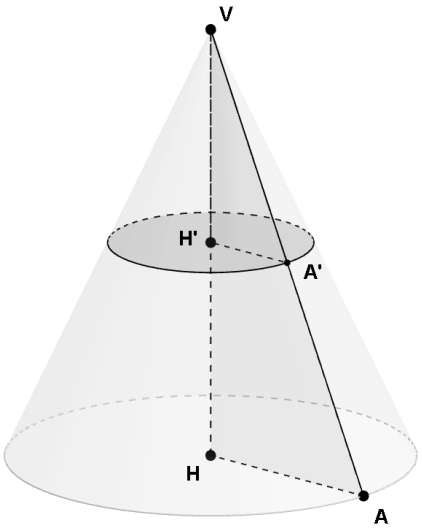
…… …… ……

…… …… ……

…… …… ……

…… …… ……

Analizziamo la figura 3



a) Quali coni riconosci?

……

b) Quali sono i triangoli simili che riconosci?

……

c) Quali rapporti sono congruenti nei triangoli simili?

……

……

……

d) Il solido ottenuto dalla differenza dei due coni (che evidenzi) è detto **TRONCO DI CONO**.

2) Il volume del tronco di cono.

Prendi in considerazione il cono della figura 3, che è ……

Nel caso in cui: $|AH| = 5\ (cm)$; $|HV| = 12\ (cm)$ $|A'V| = 6\ (cm)$

a) Volume cono C_{AVH} :

……

……

b) Volume cono $C_{A'VH'}$.

Per calcolare il volume dobbiamo conoscere l'……del…….

ed inseguito calcolare il ……di base …… .

Per poter sfruttare la similitudine posso utilizzare: ……

……

Gli unici segmenti che posso rapportare sono gli apotemi dei due coni.

$|A'V| = 6\ (\text{cm})$; $|AV| = \sqrt{|HV|^2 + \cdots \ldots \ldots \ldots .} = \sqrt{\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots .} = \ldots\ldots\ldots$ (cm)

dunque: $k = \frac{|A'V|}{|AV|} =$ ——— =..... per cui $|A'V| = k\,|AV|$ = ... = ...

da cui segue che: $|H'V| = k\,|HV|$ = ... = ...

$C_{A'VH'}$ = ...

Avresti potuto calcolare il volume anche considerando il rapporto di similitudine, nel seguente modo:

.....

Volume del tronco di cono = $C_{AVH} - C_{A'VH'}$ =

.....

.....

.....

c) Esercizio ***: Verifica con il calcolo che la formula che ti permette di calcolare il volume del tronco di cono è: $V = \frac{1}{3} \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)\, h\, \pi$

Dove **h** è l'altezza del tronco di cono, **R** è il raggio maggiore e **r** il raggio minore.

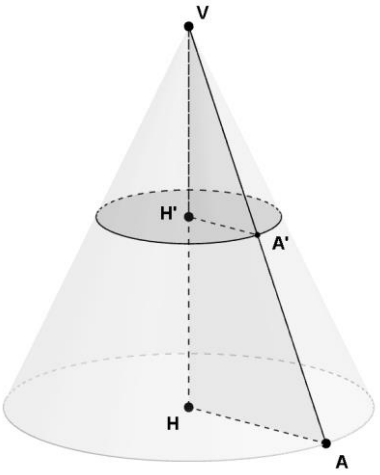
3) L'area totale del tronco di piramide.

Come procederai per calcolare l'area totale del tronco di cono?

.....

.....

.....



a) Area laterale del cono grande:

.....

.....

b) Area laterale del cono piccolo:

.....

.....

c) Area laterale tronco di cono.

.....

.....

d) Aree di base del cono piccolo.

.....

e) Aree di base del cono grande.

.....

f) Area totale del tronco di cono.

.....

.....

Osservazione:

L'area laterale d'un **tronco di cono <u>retto</u>** può essere calcolata considerando i trapezi (con un numero infinito di lati) che formano una faccia nel seguente modo:

……

……

Dunque $A_L = \frac{(CB + Cb)\cdot a}{2} =$ ———————— $=$ …… ☺

Formule inverse: ……

……

Dunque avremo: A_T = ……

……

Lo sviluppo del tronco di cono.

Prendi in considerazione il cono della situazione precedente, come costruiresti il suo sviluppo?

……

……

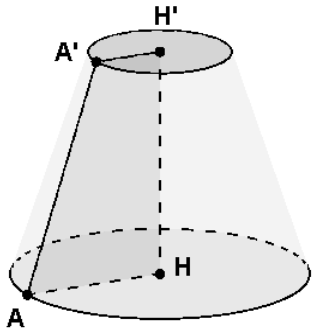
……

Costruisci lo sviluppo del cono precedente in scala 1 :2

Raggio Grande = $|AH| = 5\ (cm)$; Altezza = $|HV| = 12\ (cm)$; Apotema piccolo = $|A'V| = 6\ (cm)$

Esercizi.

1) Dato il trapezio rettangolo AHH'A', conosci $|HH'| = 3{,}2\ (cm)$; $|A'H'| = 6\ (cm)$



$|AA'| = 4\ (cm)$. Effettuando una rotazione ottieni un tronco di cono.

Dopo aver disegnato la situazione, calcola:

a) Il raggio della base maggiore. [8,4 (cm)]

b) L'altezza del cono piccolo. [8 (cm)]

c) Il volume del cono piccolo. [96π (cm^3)]

d) Il volume del cono grande. [$263{,}424\pi$ (cm^3)]

e) Il volume del tronco di cono [$167{,}424\pi$ (cm^3)]

f) Verifica con la formula: $V = \frac{1}{3}\cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)\, h\, \pi$, la precisone del tuo calcolo.

g) Qual è il rapporto tra il volume del cono piccolo e quello grande?

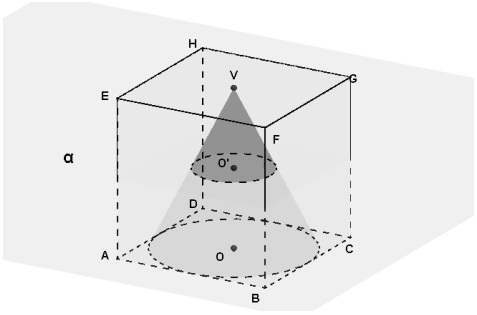
h) Calcola l'area laterale del cono piccolo. [60π (cm^2)]

i) Calcola l'area laterale del cono grande. [$117{,}6\pi$ (cm^2)]

j) Calcola l'area laterale del tronco di cono e verificala con la formula. [$57{,}6\pi$ (cm^2)]

k) Rappresenta, con una scala appropriata, lo sviluppo del tronco di cono. [$\alpha = 216°$]

2) Disegna un cerchio di 8 cm di raggio e dividilo in due settori circolari di cui uno ha l'angolo di 120°.
   a) Determina se i due settori possono essere l'area laterale d'un cono.
   b) In caso affermativo determina:
      i) L'apotema dei due coni ii) Il raggio di base dei due coni.
      iii) L'altezza dei due coni. iv) Completa lo sviluppo costruendo le due basi.
      v) Calcola poi volume e area totale dei due coni.
3) Un cono ha la misura del raggio di 39 dm e viene sezionato con un piano parallelo alla base formando un tronco di cono avente l'altezza di 24 dm e l'apotema di 30 dm. Calcola volume e area totale del tronco di cono. $[22'248\pi(dm^3) \cong 69'858{,}72\ (dm^3)]$
4) Un trapezio rettangolo ha le basi che misurano 7,6 cm e 2 cm, mentre il lato obliquo misura 7 cm; calcola il volume e l'area totale del solido generato dalla rotazione completa del trapezio attorno al lato perpendicolare alle basi.
5) Calcola il volume di un tronco di cono che ha l'area della superficie laterale di 200π cm^2 e i raggi delle basi che misurano rispettivamente 13 e 3 cm.$[542{,}5\pi\ cm^3 \cong 1\,703{,}45\ cm^3]$
6) L'area di base minore d'un tronco di cono è di 16π m^2 e quella della superficie laterale è di $205{,}4\,\pi$ m^2; sapendo che la differenza delle misure dei raggi delle basi è 7,8 m , calcola l'area della superficie totale e il volume del tronco.
   $[360{,}64\,\pi\ m^2 \cong 1\,132{,}4096\ m^2\ ; 701{,}792\,\pi\ m^3 \cong 2\,203\ ,63\ m^3]$
7) Un blocco di marmo dalla densità di 2,5$\frac{kg}{dm^3}$; ha la forma di tronco di cono i cui raggi delle basi misurano rispettivamente 7,8 dm e 3 dm. Calcola la massa del blocco sapendo che l'area laterale è di $64{,}8\,\pi\ dm^2$.
   [Utilizza la formula per calcolare il volume] [878,32 kg]
8) Un tronco di cono ha l'area della superficie laterale di 753,6 dam^2; sapendo che il rapporto tra i raggi è $\frac{3}{5}$ e che l'apotema è i $\frac{2}{3}$ del raggio maggiore, calcola l'area totale e il volume del tronco di cono. Utilizza $\pi = 3{,}14$[1714,44 dam^2; $1176\pi\ dam^3 \cong 3694{,}51\ dam^3$]
9) Un solido è formato da due tronchi di cono congruenti aventi le basi maggiori coincidenti; sapendo che l'altezza di ciascun tronco e i raggi delle due basi misurano rispettivamente 9 cm; 18 cm e 6 cm:
   a) Fai uno schizzo del solido.
   b) Calcola l'area totale. $[792\,\pi\ cm^2 \cong 2488{,}14\ cm^2\ ]$
   c) Calcola il volume del solido. $[2'808\,\pi\ cm^3 \cong 8'821\ ,59\ cm^3]$
10) Il piano α interseca un cono inscritto in un cubo nel punto medio d'uno spigolo laterale x, generando un tronco di cono.



   a) Fai il disegno della situazione.
   b) Calcola l'apotema del tronco di cono.
   c) Calcola l'area totale del tronco di cono.
   d) Calcola il volume del tronco di cono.
   e) Per quale valore di x, l'area laterale = $12\sqrt{5}$ (cm^2)
   f) Qual è il rapporto, in percentuale, tra il volume del cono piccolo e quello del tronco di cono?