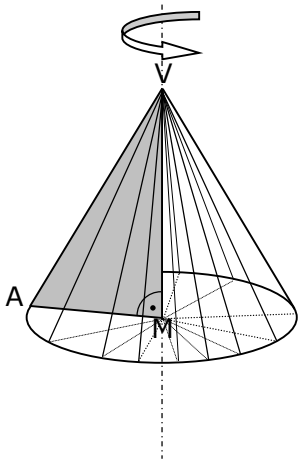
IL CONO BM4 Teoria, pag. 51 – 55 ; Esercizi pag. 127 – 132 ; es. 47 – 60.

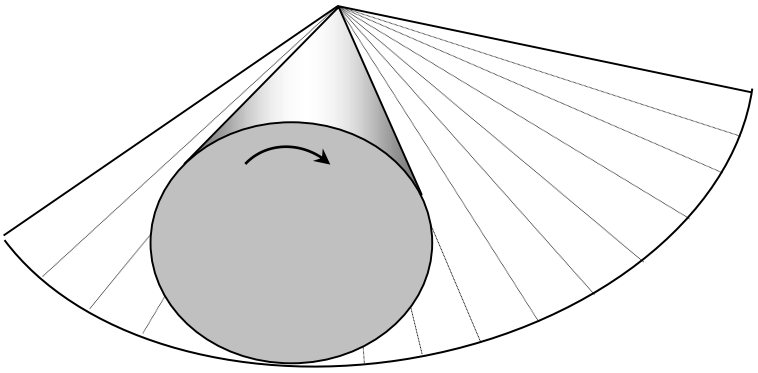
Il **cono circolare retto** è il solido generato dalla rotazione completa (cioè di 360°) di un triangolo rettangolo attorno ad un suo cateto.



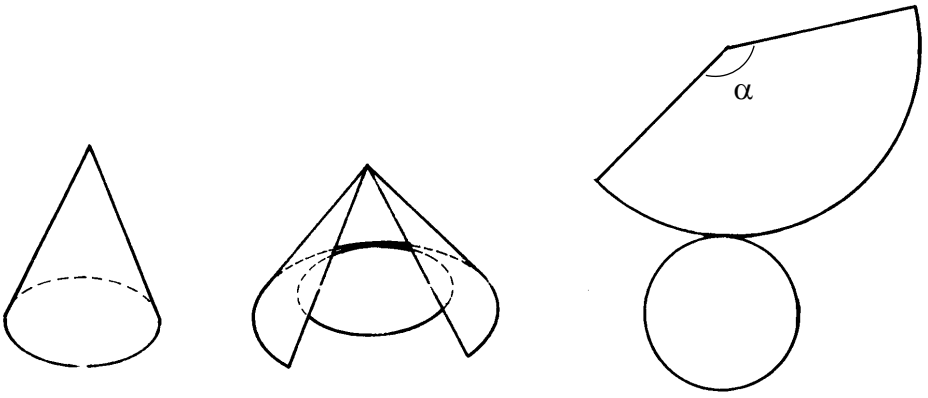
Riferendoci al disegno: l'ipotenusa VA del triangolo rettangolo VAM genera la **superficie laterale** del cono, il cateto AM genera la **superficie di base**, cioè un cerchio.

V è il **vertice** del cono, M è il **centro della base**, VM si dice **altezza**, MA **raggio** e VA **apotema**.
La retta VM è l'**asse** del cono.

Lo **sviluppo del cono** ed è formato da un cerchio e da un settore circolare che ha per raggio l'apotema del cono.
Per ottenere lo sviluppo della superficie laterale del cono si appoggia il cono su un piano lungo un suo apotema e si fa compiere alla circonferenza di base un giro completo, tenendo fisso il vertice.



Rifletti sul disegno seguente. Evidenzia con uno stesso colore le linee che, nella rappresentazione del cono e nel suo sviluppo, si corrispondono e quindi hanno la stessa lunghezza.



Area totale A_t della superficie del cono

Consideriamo un cono di raggio di base **r** e apotema **a**. La superficie di base è un cerchio e la superficie laterale è un settore circolare.

- l'arco del settore circolare corrisponde .....
- il raggio del settore circolare coincide con .....
- Se α è l'ampiezza dell'angolo del settore, l'arco del settore circolare rappresenta $\frac{\alpha}{360°}$ di tutta la circonferenza di raggio **a**.

Dunque $\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi a = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = \frac{r}{a} \cdot 360°}$

Area bi base: $A_b = \pi r^2$

Area laterale

L'area laterale è quindi l'area di un settore circolare di raggio **a**, di ampiezza **α** e di arco **2πr**.

$$A_\ell = \frac{\alpha}{360} \cdot a^2\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_\ell = \pi \cdot r \cdot a}$$

Il rapporto tra l'area del settore circolare e l'area del cerchio è uguale al rapporto fra l'arco e la circonferenza, cioè:

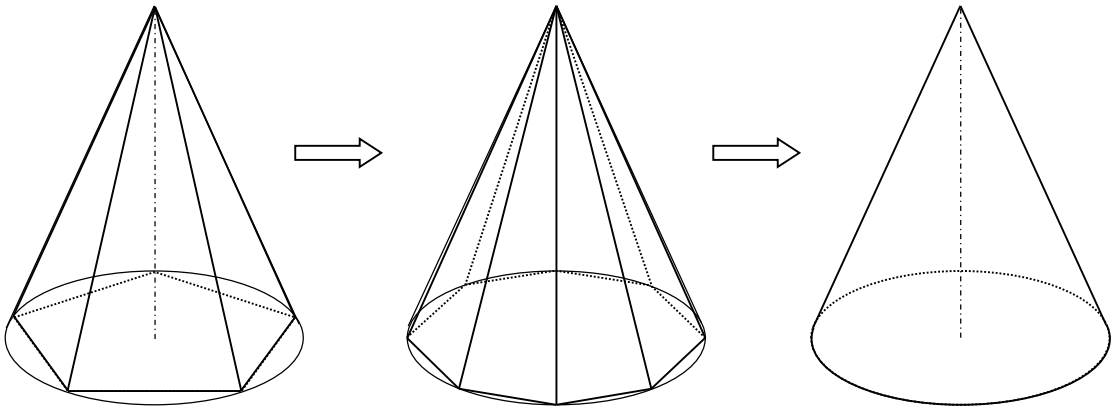
$$\frac{A_\ell}{a^2 \cdot \pi} = \frac{2r\pi}{2a\pi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_\ell = \pi \cdot r \cdot a}$$

Formule inverse: a = ... ; r = ...

Area totale: $\boxed{A_t = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot a}$

Volume del cono

In ogni cono può essere inscritta una piramide regolare avente per base un poligono regolare inscritto nella base del cono.
Aumentando il numero di lati del poligono la piramide "approssima sempre meglio" il cono.

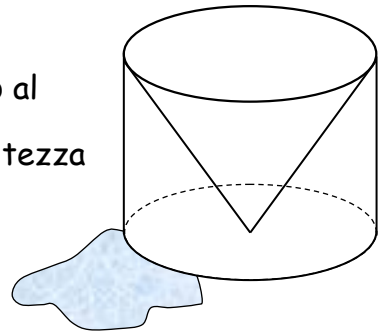


Possiamo quindi immaginare il cono come una piramide regolare avente per base un poligono con "tantissimi" lati.

Il volume del cono si calcola perciò come quello della piramide.

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} \text{ , cioè } \boxed{V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}}$$

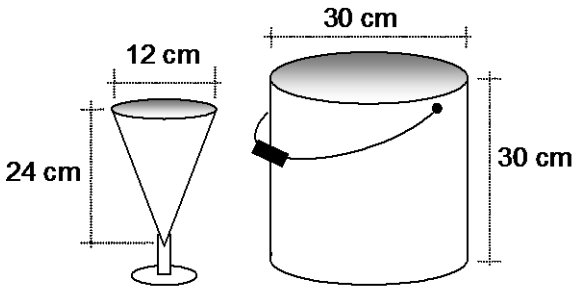
PROBLEMI SUL CONO E SUL CILINDRO



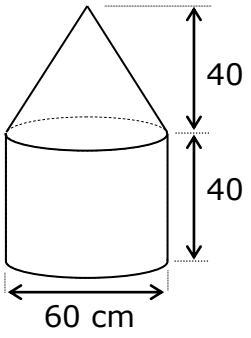
1) In un contenitore cilindrico, alto 10 cm e riempito fino al bordo di acqua, è stato inserito un cono della stessa altezza e con la stessa base, così come appare dalla figura.
Inserendo il cono sono fuoriusciti 74 cm^3 di acqua.
Trova l'area totale del cono.

2) Chissà?
È possibile che un cilindro ed un cono che hanno ugual base ed ugual altezza abbiano anche ugual area laterale?
Verifica nel caso in cui il raggio di base comune è di 5 cm.

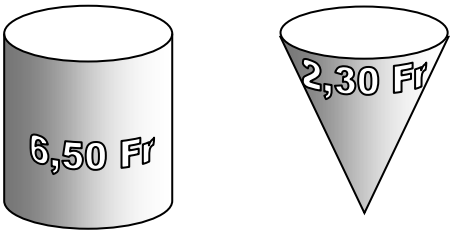
3) a) Calcola la capacità del bicchiere conico.
b) Se il contenuto di 5 bicchieri colmi venisse versato nel recipiente cilindrico, quale altezza raggiungerebbe il liquido?



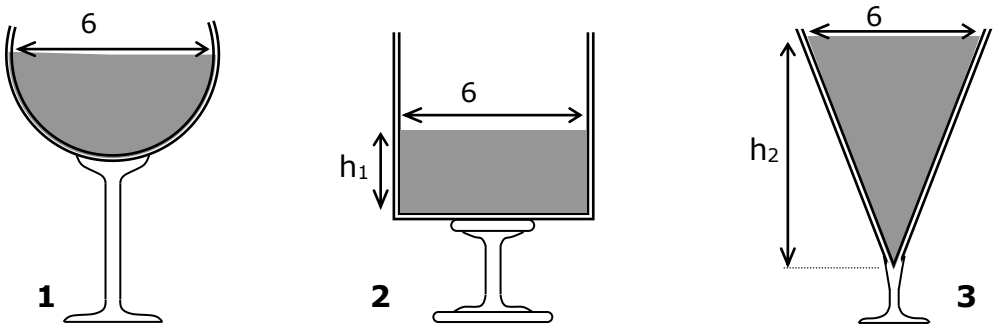
4) Questo oggetto è stato ottenuto incollando assieme un cono e un cilindro aventi la stessa base e la stessa altezza.
Calcola il suo volume e la sua area totale.
Calcola il rapporto tra il volume del cono e quello del cilindro.
(È un risultato che potevi immaginare?)



5) Un venditore di POP-CORNS ha sostituito gli imballaggi cilindrici con degli imballaggi conici (stessa altezza, stesso diametro).
Chi ci guadagna: il venditore o il cliente?



6) I tre bicchieri contengono tutti la stessa quantità di succo d'arancia.



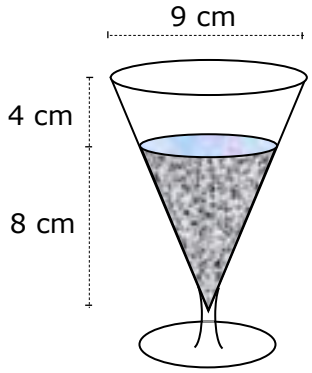
La parte piena del primo bicchiere ha la forma di una semisfera, quella del secondo è cilindrica e la terza è conica.

Calcolare le altezze h_1 e h_2 del succo nei bicchieri 2 e 3.

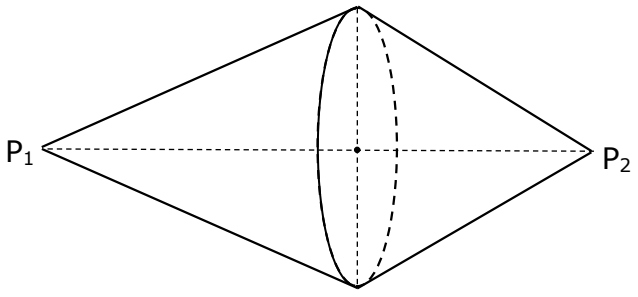
7) Un bicchiere conico è riempito fino a 4 cm dal bordo superiore.

a) Calcola la quantità di liquido contenuta.

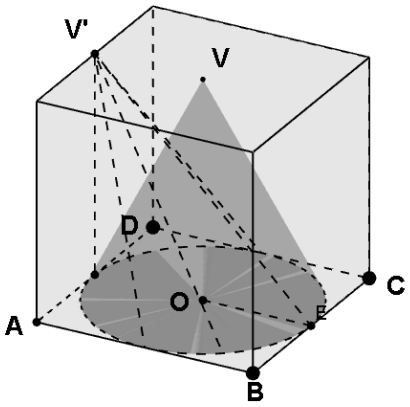
b) Calcola il volume della parte rimasta vuota.



8) Un solido è formato da due coni con la base comune. Il volume di uno dei due è V_1 = 150 cm^3 e la sua altezza è h_1 = 8 cm. L'area laterale dell'altro cono è A_2 = 100 cm^2. Trova la distanza $P_1 P_2$ tra i vertici dei due coni.



9) In un cubo avente lo spigolo di 10 cm sono inscritti due coni aventi la stessa base, il cerchio inscritto al quadrato, ma vertici differenti giacenti sulla faccia opposta:



a) Fai uno schizzo della situazione.

b) Classifica i due coni.

c) Calcola il volume del cono di vertice V.

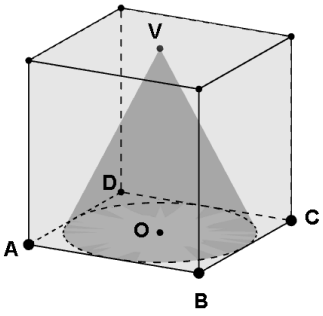
d) Calcola l'area totale del cono di vertice V.

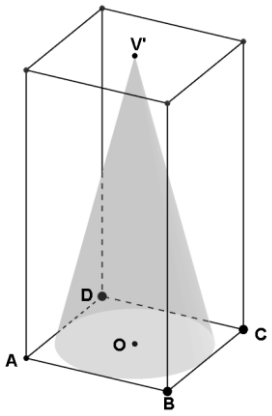
e) Calcola l'area totale del cono di vertice V'.

f) Calcola il volume del cono di vertice V'.

g) Conclusioni?

10) Considera i due coni rappresentati nella figura. Il primo è inscritto in un cubo di spigolo s = 10cm e il secondo in un parallelepipedo con la base congruente a quella del cubo e altezza doppia.





a) Calcola l'altezza e l'apotema dei due coni.

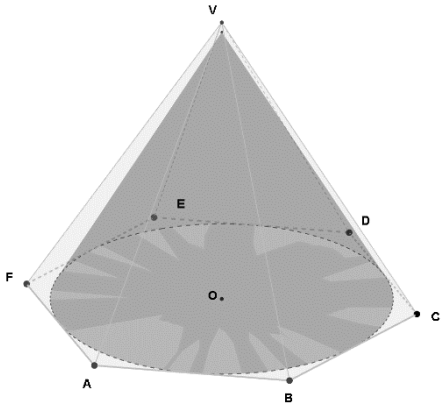
b) Calcola il loro volume.

c) Disegna lo sviluppo della loro area laterale in scala 1:2,dopo aver determinato l'ampiezza del settore corrispondente.

d) Calcola la loro area totale.

e) Confronta i risultati b) e d): che cosa si può osservare?

11) Un cono è inscritto in una piramide esagonale retta avente lo spigolo di base di 4 cm e l'altezza di 6 cm.



a) Fai un disegno della situazione.

b) Calcola il volume della piramide.

c) Calcola il volume del cono.

d) Determina il rapporto, in %, tra il volume del cono e quello della piramide.

e) Ottieni anche lo stesso rapporto con le aree? Motiva con il calcolo.