Il calcolo letterale – algebrico.

(BM2 teoria pag. 29 –31; esercizi pag. 100–103, es.59 – 66)

Il calcolo letterale è quella parte della matematica che generalizza il calcolo numerico usando anche delle lettere per indicare numeri.

1) INTRODUZIONE: prova a svolgere il seguente gioco.

Pensa un numero .....

moltiplicalo per 3 .....

aggiungi 4 al risultato .....

a quello che hai ottenuto aggiungi ancora il numero di partenza

.....

dividi quello che viene per 4.....

togli il numero che hai pensato all'inizio, ed ottieni? .....

.....

Trasforma:

i) le seguenti frasi in espressioni letterali.

a) la soma dei numeri a e b. .....

b) La differenza dei numeri a e b. .....

c) Un terzo di n diminuito di 2. .....

d) Il prodotto di x per y.....

e) Il doppio del numero x. .....

f) Il precedente di 3x. .....

g) Il consecutivo di x. .....

h) La metà di 2x sommata al suo triplo. .....

.....

ii) Le seguenti espressioni letterali in frasi.

a) $x + 2x$ =.....

b) $x^2 + 2x$= .....

c) $n + (n + 1) + (n + 2)$ = ...

d) $t + (t - 1)$ =.....

Le lettere servono specialmente a scrivere delle formule.

Esempi:

a) L'area d'un rettangolo: .....

b) L'area del quadrato : .....

c) La diagonale del quadrato: .....

d) La somma degli angoli interni d'un poligono: .....

e) Il numero delle diagonali d'un poligono: .....

Ma anche nella vita quotidiana:

f) La somma totale della paghetta settimanale : .....

g) Il totale dei km percorsi per venire a scuola: .....

h) Scrivi la formula che permette di calcolare i punti in classifica di una squadra di calcio del campionato svizzero o italiano.

.....

.....

i) Il costo del pieno di benzina, sapendo che un litro costa 1,70 CHF.

.....

j) La media delle mie note scolastiche: .....

.....

k) La densità della popolazione: .....

Al posto delle lettere possiamo dunque sostituire dei numeri, per ora naturali ($\mathbb{N}$) o interi ($\mathbb{Z}$).

Calcola il valore delle seguenti espressioni algebriche, sostituendo i valori numerici corrispondenti.

1) $x + 2x - 3x =$ per $x = 1$; e $x = -3$

.....

.....

2) $2m^2 - n^3 + 2n - 3m$; per $m = -1$ e $n = +2$

.....

.....

3) $3a\,(a - b) =$ per $a = 1$, $b = 1$

.....

.....

4) $\sqrt{a} + \sqrt[3]{b} - 2.\sqrt{a.b} =$ per $a = 4$; $b = 1$; e per $a = -4$; $b = 2$

.....

.....

5) Quali valori possono assumere le variabili nei seguenti casi?

i) $a + 3 =$ .....

ii) $\frac{10}{x} =$ .....

iii) $\frac{20}{y-2} =$ .....

iv) $\sqrt{a} =$ .....

v) $\sqrt[3]{x} =$ .....

vi) $\frac{x+1}{x} =$ .....

2) I MONOMI

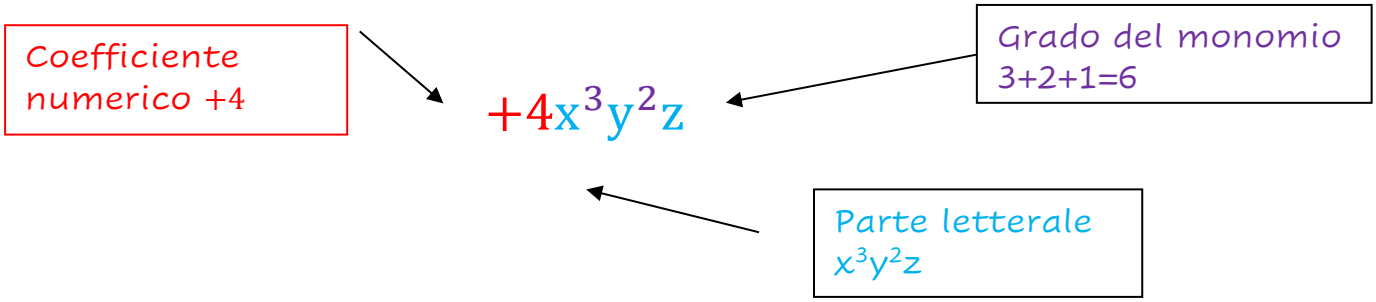
La più semplice espressione letterale è detta **monomio**. Il monomio è una espressione letterale in cui possono figurare una o più **variabili** (**lettere**) e solo le operazioni di moltiplicazione e divisione. Ovviamente un monomio rappresenta un numero.

Es. + 3a; - 7x ; + 13ab^2 ; - 17 x^{3}y^{5}z^8 ; Non sono monomi: a +b ;1+a ;(ab +c)^2

Due o più monomi si dicono **simili** quando hanno la stessa parte letterale.

Es. + 3a è simile -13a, ma non simile a + 3a^2 ; - 7x^{2}y è simile -3 x^{2}y, ma non simile a + 3 x^{2}y^2 ;

Vediamo da vicino come è formato un monomio:



Completa la tabella

Monomio	Coefficiente numerico	Parte Letterale.	Monomi simili	Monomio opposto
+3a				
	-12	x^{2}y^3		
			- 7 m^3	
				+ 10 a^{2}b^{5}c^7

3) Operazioni tra monomi:

3.1) Addizione e sottrazione.

Consideriamo monomi simili (cioè con uguale parte letterale) 2ab -6ab

Addizione:

2 ab +6 ab = (2+6)ab = ...

2 x^3y^4 +6xy =.....

Attenzione: Posso sommare unicamente monomi simili!

Sottrazione:

2ab -6ab =(2-6)ab = ...

-2 x^3y^4 - 6x^3y^4 =.....

$5a^2b^3 - 7a^2b^3$ =.....

Esercizi: Semplifica le seguenti espressioni letterali.

-3x + (-7a) – (- 2x) + (+5a) – (+8a) = ...

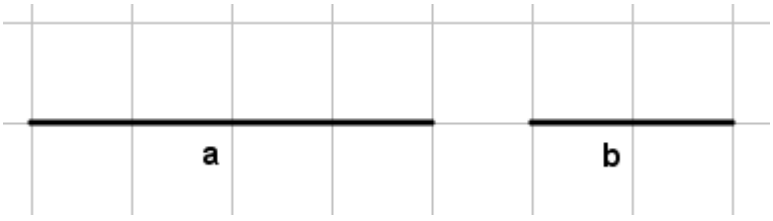
.....

(-5ab^2) + (-3a^2b) – (+7ab^2) + 13a^2b – (- 4a^2b) = ...

.....

Significato geometrico dell'addizione e sottrazione di monomi.

Qual è il risultato geometrico della somma di a +b =



Conclusione: la somma di due o più monomi è .....

.....

3.2) La moltiplicazione di monomi.

Esempio

Consideriamo i monomi: $(+3ab)$ e $(+4bc)$;

Moltiplicazione: $(+3ab)$ e $(+4bc) =$ .....

$3ab.(-2a^3b) =$ .....

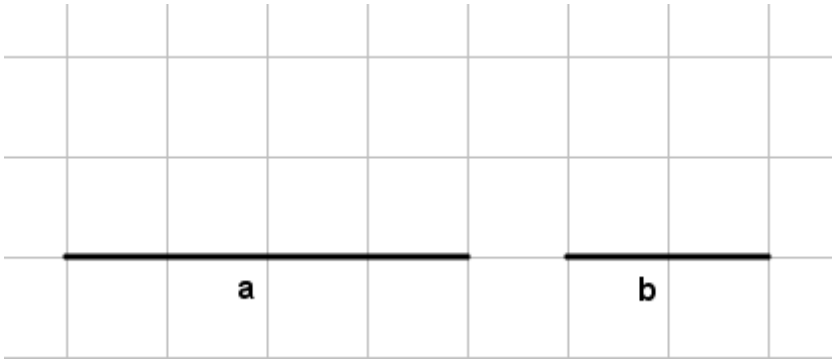
$(-5a).(+4b) =$ .....

$(+5a^2b^3) \cdot (-3ab^2c^3) =$ .....

Regola: .....

Significato geometrico della moltiplicazione di monomi.

Qual è il risultato del prodotto di $a \cdot b =$



Conclusione: il prodotto geometrico di due monomi .....

.....

3.3) La divisione di monomi.

$(+12x^5) : (+3x^2) =$ .....

$(-12x^5) : (+3x^2) =$ .....

$(-20x^5) : (-2x^5) =$ .....

$(+6a^5b^3c) : (-3ab^2c) =$ .....

$(+12x^{5n}) : (+3x^{2n}) =$ .....

$(+12x^{5n+1}) : (+3x^{2n-3}) =$ .....

Un altro modo di scrivere una divisione, **la frazione algebrica.**

Ricorda una divisione può essere scritta sottoforma di frazione e quando è possibile, applicando la ben nota proprietà ....., semplificarla.

Esercizio: trascrivi le divisioni precedenti sotto forma di frazione e semplifica quando è il caso.

$(+12x^5) : (+3x^2) =$ .....

$(-12x^5) : (+3x^2) =$ .....

$(-20x^5) : (-2x^5) =$ .....

$(+6a^5b^3c) : (-3ab^2c) =$ .....

$(+3x^{2n}) : (+12x^{5n}) =$ .....

$(+12x^{5n+1}) : (+3x^{2n-3}) =$ .....

$(+12x^5) : (+18x^8) =$ .....

$(-2a^5\,b^2) : (+10a^2b^6) =$ .....

$(-2x^5y^2z^7) : (-20x^5y^3z^2) =$ .....

Casi particolari:

a) I coefficienti non sono divisibili:

$(+5a^3b^2) : (-2ab) =$ .....

b) I coefficienti sono delle frazioni:

$\left(-\frac{1}{2}x^3z^5\right) : \left(+\frac{3}{2}xz^3\right) =$ .....

c) La parte letterale del divisore ha esponente maggiore di quella del dividendo:

$(-20a^3b^2) : (-4a^5b^6) =$ .....

$(+6a^5b^3c) : (-3ab^4c^3) =$ .....

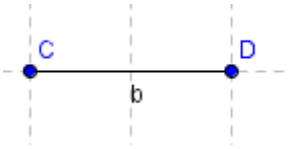
3.4) Elevamento a potenza di monomi:

$(-6a^5b^3c)^2 =$ .....

$(-2x^3y^2z^5)^3 =$ .....

Significato geometrico dell'elevazione a potenza.

Qual è il risultato della potenza di b^3=



3.5) Espressioni con monomi.

1) $a^{10}b^5$: ($-a^4b$)-a^5b^2.($-a^4b^3$): a^3b – 12$a^{13}b^{30}$:(- 6 a^7b^{26}) =

.....

.....

2) $-8a^3x$: ($-2a$) + 5a . ($-2ax$) + a^2x= [$-5a^2x$]

.....

.....

.....

3) $-6a^4bc^3$: (- $2a^3bc$) + [$3ab^2c^3$. (- $2ab$) + $4a^2b^3c^3$] : (- ab^3c) = [$5ac^2$]

.....

.....

.....

4) $12x^3y^2:(-4xy^2) - 2xy \cdot (-3xy^3) + (15x^2y):(3y) - 6x^2y^4 =$

.....

.....

.....

3.6) La proprietà distributiva.

Ricorda: $98 \cdot 7 = (90 + 8) \cdot 7 = 90 \cdot 7 + 8 \cdot 7 = 630 + 56 = 686$; oppure

$98 \cdot 7 = (100 - 2) \cdot 7 = 100 \cdot 7 - 2 \cdot 7 = 700 - 14 = 686$

Con le lettere capita la stessa cosa, ma bisogna far attenzione ai segni!

$(2a + 3) \cdot 4 = 2a \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 8a + 12$ oppure,

$-5 \cdot (3x - 2) = -5 \cdot 3x + 5 \cdot 2 = -15x + 10$

Semplifica le seguenti espressioni letterali.

- $(x + 2) \cdot x - (x^2 + 3x - 4) =$ **[4 – x]**

  .....

  .....

  .....

- $6 \cdot (2x + 3) + 2 \cdot (5 - 6x) =$ **[28]**

  .....

  .....

  .....

- $2x \cdot (x - 3) - (2x^2 - 6x - 6) =$ **[6]**

  .....

  .....

  .....

- $2a + 3 \cdot (2a - 7) - 5 \cdot (a + 2) + 11 =$ **[3a - 20]**

  .....

  .....

  .....

- $(3m + 6x) – (m^2 + 3x) – (3x + 2m) =$ **[$m – m^2$]**

.....

.....

.....

- $4m \cdot (5m – 3m + 2) - (8m – m^2 =$ **[9 m2]**

.....

.....

.....

- $2a \cdot (2a – 3) – 9 – 4 \cdot (a^2 - 2) + 6a =$ **[-1]**

.....

.....

.....

- $(a – 2) + (3a - 1) – (-1 + 5a) =$ **[-a – 2]**

.....

.....

.....

- $2a^2 - a \cdot (a – 2) – 2 \cdot (a – b) + 2b =$ **[$a^2 + 4b$]**

.....

.....

.....

- $2 \cdot (a – b) – 3 \cdot (a – b) + 2a =$ **[a + b]**

.....

.....

.....

Esercizi.

1) Trasforma le seguenti frasi in espressioni algebriche.

a) Il successivo di un numero. .....

b) Il precedente di un numero. .....

c) il quadruplo di **a** aumentato di 4 .....

d) 8 diminuito della metà di y .....

e) la differenza tra 6 e il quadrato di b moltiplicata per 4

.....

f) si moltiplichi la differenza tra 20 e il doppio di x per 8.

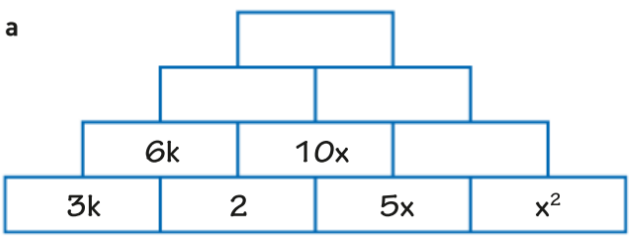
.....

2) Completa la seguente tabella:

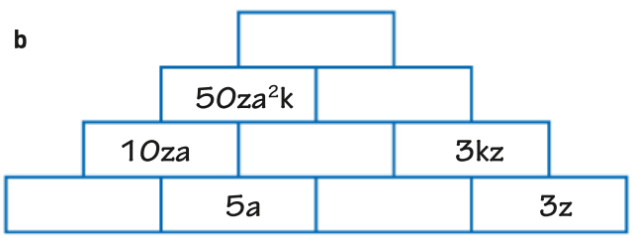
Monomio	Coefficiente nr.	Parte letterale	Monomio simili
$-4a^3$	-4	a^3	$+\frac{5}{2}a^3$
$3ab^2$			
	-12	x^2y^3	
			$\left(-\frac{3}{4}m^4n^5t^6\right)$
$-b^5c^7$			
Inventa...			

3) Completa le seguenti piramidi, sapendo che in ogni casella hai il prodotto delle due sottostanti.

a

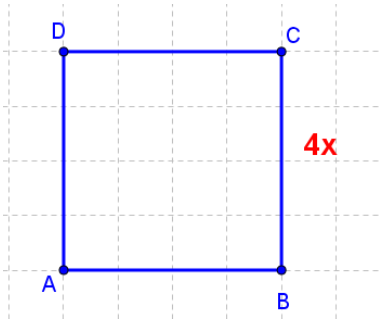


b



4) Esprimi mediante un'espressione letterale il perimetro, l'area delle seguenti figure.

a) Il quadrato. Quanto misurerà la diagonale AC?



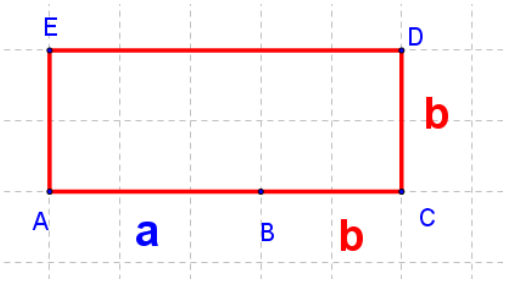
.....

.....

.....

.....

b) Il rettangolo.



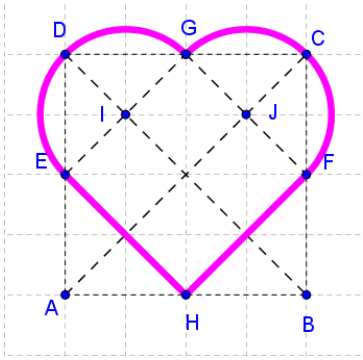
.....

.....

.....

.....

c) Il cuore, sapendo che il lato del quadrato misura **x.**



.....

.....

.....

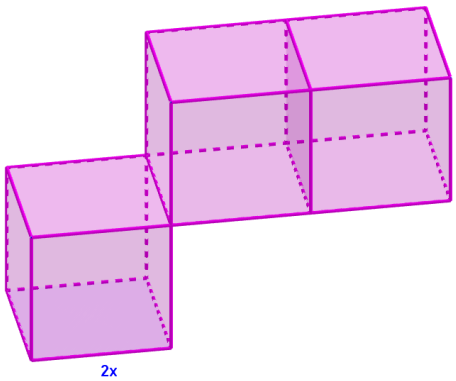
.....

.....

.....

d) Una composizione di cubi. Sapendo che lo spigolo d'un cubo **s = 2x**

calcola area totale e volume del solido.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....