Il Calcolo combinatorio.

A) Le permutazioni.

1) Disporre persone.



a) Andrea e Bea frequentano la stessa classe e sono vicini di banco. Sapendo che i banchi sono posizionati a due a due, in quali e quanti modi possono disporsi?

.....

.....

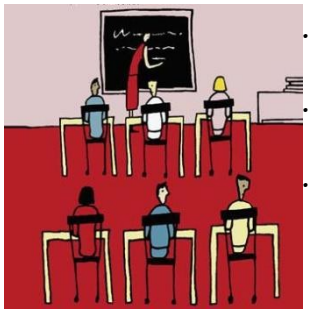
Puoi aiutarti con un diagramma ad albero nel seguente modo:

Conclusione: .....

Quante volte Andrea è seduto al primo posto? E al secondo?

.....

b) Andrea, Bea e Carlo, frequentano la stessa classe, ma i banchi sono disposti a tre a tre, in quali e quanti modi si possono collocare?



.....

.....

.....

Puoi aiutarti con un diagramma ad albero:

Conclusione: .....

Quante volte Andrea è seduto al primo posto? E al secondo? Al terzo?

.....

.....

.....

c) Quattro amici, Andrea, Bea, Carlo e Daniela, vanno al cinema, in quali e quanti modi possono disporsi uno accanto all'altro?



.....

.....

.....

Puoi aiutarti con un diagramma ad albero:

Conclusione: .....

Quante volte Andrea è seduto al primo posto? E al secondo? Al terzo? Al quarto?

.....

.....

d) Cinque amici, Andrea, Bea, Carlo, Daniela e Enrico, partecipano ad una gara di freccette, quante sono le possibili classifiche?



.....

.....

.....

Puoi aiutarti con un diagramma ad albero:

Conclusione: .....

Quante volte Andrea è seduto al primo posto? E al secondo? Al terzo? Al quarto?

Al quinto? .....

.....

.....

Questo modo d'ordinare elementi è detto **PERMUTAZIONE**, e si calcola:

P(n) = n! si legge **n** fattoriale es. P (3) = 3! si legge ..... e si calcola: 3·2·1= 6 Sulla calcolatrice.....

Calcola: 4! = ...; 5! = ...; 10!=..... 15! = ...

Esempi:

a) Andando al cinema in quanti modi, la tua classe, si può sedere affiancati?
.....
.....

b) In quanti modi l'ultimo allievo dell'ordine alfabetico sarà seduto al primo posto?
.....
.....

c) In quanti modi l'ultimo allievo dell'ordine alfabetico sarà seduto al secondo posto?
.....
.....

d) In quanti modi l'ultimo allievo dell'ordine alfabetico sarà seduto al terzo posto?

.....
.....

2) Vestiti – menu.

a) Hai due magliette, una rosa e l'altra blu, e un paio di pantaloni blu; in quanti modi puoi vestirti? Aiutati con un diagramma ad albero.

Conclusione: .....

b) Hai due magliette, una rossa e l'altra blu, e un due paia di pantaloni uno nero e l'altro blu; in quanti modi puoi vestirti? Aiutati con un diagramma ad albero.

Conclusione: .....

c) Hai tre magliette, una rosa, una verde e la terza blu e 4 paia di pantaloni e 3 paia di calze; in quanti modi puoi vestirti? Aiutati con un diagramma ad albero.

Conclusione: .....

d) In una trattoria propongono dei menu composti da 2 antipasti, 3 primi e 2 secondi; quanti sono i possibili menu? Aiutati con un diagramma ad albero.

Conclusione: .....

e) Una squadra di calcio ha la possibilità di combinare la sua tenuta di gioco tra tre maglie, tre pantaloncini e due calzettoni; in quanti modi può presentarsi in campo?

Conclusione: .....

3) Permutare numeri.

a) Prendi in considerazione le cifre 1 e 2, quanti numeri di due cifre puoi scrivere? Quale differenza trovi con il primo esempio della diposizione di persone? Puoi aiutarti con un diagramma ad albero:

Conclusione: .....

b) Prendi in considerazione le cifre 1 e 2, quanti numeri di **tre** cifre puoi scrivere? Puoi aiutarti con un diagramma ad albero:

Conclusione: .....

c) Prendi in considerazione le cifre 1, 2 e 3, quanti numeri di tre cifre puoi scrivere? Quale differenza trovi con il primo esempio della diposizione di persone?

Conclusione: .....

d) Prendi in considerazione le cifre 1, 2 e 3, quanti numeri di **quattro** cifre puoi scrivere? Quale differenza trovi con il primo esempio della diposizione di persone?

Conclusione: .....

In generale: .....

4) Permutare lettere.

a) Prendi in considerazione la parola **ERA**, spostando le lettere quante altre possibili parole, anche prive di significato, ottieni? Aiutati con un diagramma ad albero. Trovi un'analogia con gli esercizi precedenti?

Conclusione: .....

Osservazione: La permutazione di lettere in una parola è detta **ANAGRAMMA**; non tutti gli anagramma di una parola hanno un senso compiuto.

b) Quanti e quali anagrammi possiede la parola **ROSA**, Aiutati con un diagramma ad albero.

Conclusione: .....

c) Quanti e quali anagrammi possiede la parola **AFA**? Aiutati con un diagramma ad albero.

Questo modo d'ordinare elementi è detto **PERMUTAZIONE con ripetizione**, e si calcola:

$\mathbf{P(n;\alpha) = \frac{n!}{\alpha!}}$ si legge **n** fattoriale con **α** elementi che si ripetono. es.

$\mathbf{P(3;2) = \frac{3!}{2!} =}$ .....

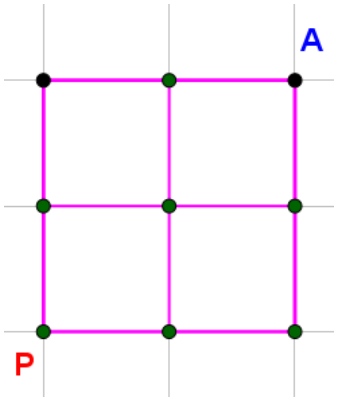
Quanti anagrammi hanno le seguenti parole?

mamma = ...

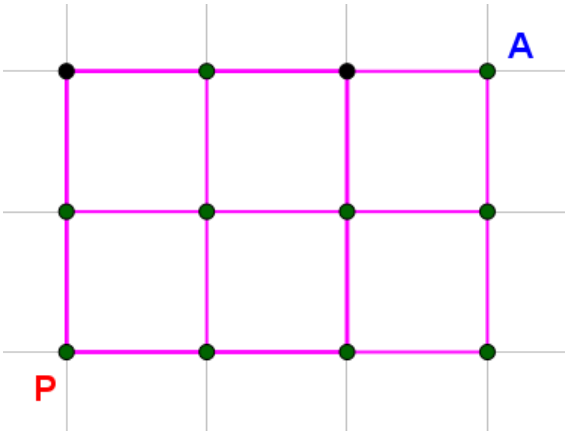
matematica= .....

..... = ...

Un'applicazione: In quanti modi posso spostarmi dal punto P al punto A?



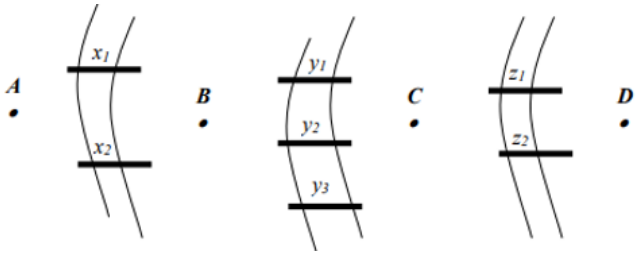
...e in questo caso?



Esercizi.

Prima di risolvere ragiona, aiutati eventualmente con il diagramma ad albero.

1) Pour aller de la ville A à la ville C, on doit traverser deux rivières ; sur ces rivières ont dispose de cinq ponts x_1, x_2, y_1, y_2 , et y_3 (B et D sont aussi des villes)



a) Combien y-a-t-il de trajets de A à C, sans passer deux fois par la même ville ?

b) Ajoutons, à la situation a), deux ponts z_1 et z_2 sur la rivière située entre les villes C et D. Combien y a-t-il de trajets différents entre les villes A et C, sans passer deux fois par la même ville ?

2) Combien de nombre de quatre chiffres peut-om former avec les chiffres de 0 a 9 :

a) Si les répétions sont autorisées ?

b) Si les répétions sont interdites ?

c) Si les répétions sont interdites et le dernier chiffre doit être 0 ?

3) La carte d'un restaurant propose 10 hors-d'œuvre, 4 entrées, 4 plats de viande, 3 plats de poisson et 9 desserts. Abstraction faite de considérations culinaires, combien peut-on composer de menus contenants dans l'ordre :

a) Un hors-d'œuvre, une entrée ; un plat de viande et un dessert ?

b) Un hors-d'œuvre, une entrée ; un plat de poisson et un dessert ?

4) Sie stehen an der Kasse und müssen genau 4,50 CHF bezahlen. In ihrem Geldbeutel befinden sich drei 1 CHF münzen und drei 50 Cent Münzen. Sie nehmen die Münze nacheinander heraus und legen si vor der Kasse ab. Wie viele unterschiedliche Möglichkeiten gibt es, die Münzen der Reihe nach anzuordnen?

5) Karina hat vier verschiedene Hosen, sieben verschiedene Pullover und zwei Paar Halbschuhe. Da sie keinen großen Wert auf Mode legt, greift sie blindlings zu einer Kombination. Wie viele Zusammenstellungen sind möglich?