# INSIEME DEI NUMERI INTERI: $\mathbb{Z}$ ( BM2 pag. 13 – 31; 79-103)

## 1) INTRODUZIONE – CONCETTO.

**a) La montagna più alta della Svizzera è la Punta Dufour,** nel Canton Vallese con 4'634 metri.

**Locarno** situata a 193 m s.l.m. è il punto più basso, mentre nel suo lago con i suoi 372 m sotto il livello del mare, abbiamo il punto più profondo.



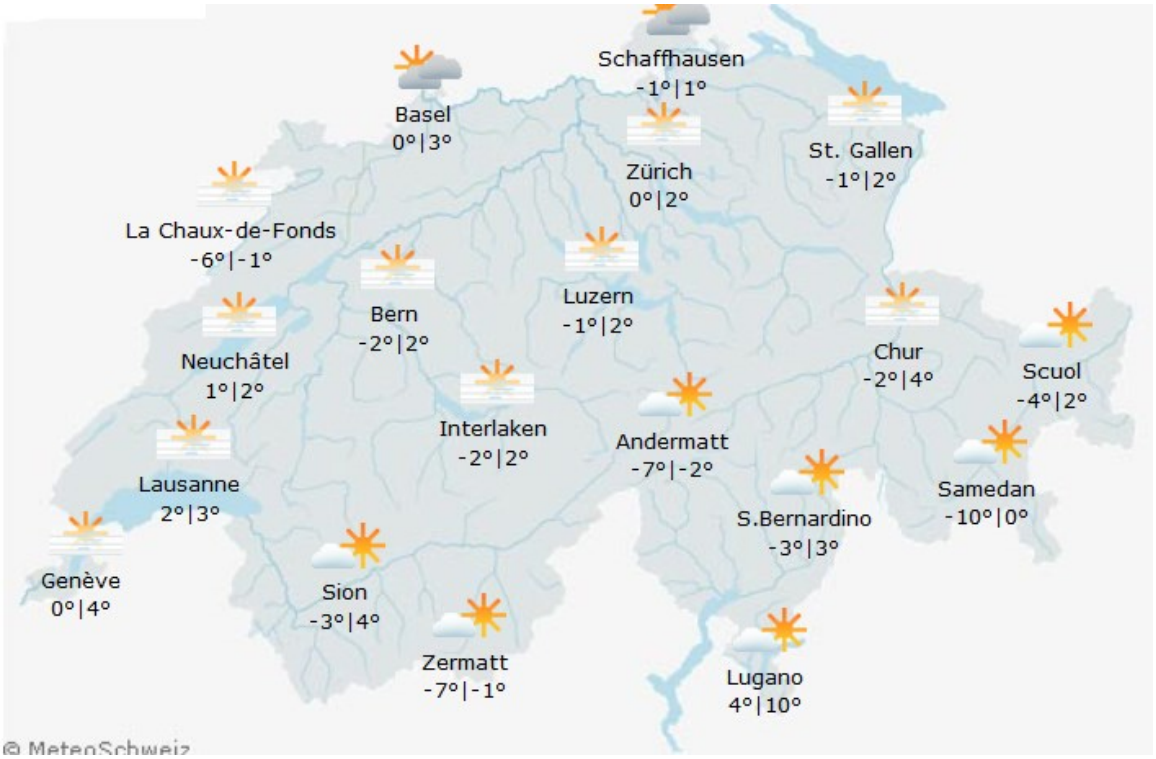



Rappresenta la situazione graficamente.

Qual è il punto di riferimento? .....

Vi sono altre situazioni nelle quali i numeri naturali non bastano:

**b) La temperatura.**




Cosa rappresenta questa cartina?

.....

.....

.....

.....

In quali località:

i) Hai la temperatura più bassa?

.....

ii) Hai la temperatura più alta?

.....

iii)V'è stata la maggiore escursione termica?

.....

iv)V' è stata la minore escursione termica?

.....

v) Qual è il punto di riferimento?

.....

**c) Le date storiche.**



Césare, Gaio Giulio (latino Iulius Caesar) - Generale romano (Roma 100 a.C. - 44 a. C.).

Cosa indica a. C.? .....

Quanti anni visse? .....

Tu, quanti anni dopo Giulio Cesare sei nato?

.....

Qual è il punto di riferimento?

.....

**d) La gestione contabile. Commenta questo titolo.**



# Il preventivo di Locarno vede rosso ma non troppo

**CONTI** / Malgrado le difficoltà legate alla pandemia per il 2021 si stima un disavanzo tutto sommato contenuto di 2,4 milioni
Rimane alto il livello degli investimenti a favore del territorio, come l'autosilo dei Monti o il nodo semaforico del Debarcadero

.....

.....

Qual è il punto di riferimento?

.....

Qual è lo stato delle finanze cantonali? ...e di quelle Federali?

.....

.....

## e) Il fuso orario.

Commenta questa immagine, a cosa si riferisce?.....




L'orologio segna l'ora di alcune delle maggiori città del mondo, nel medesimo istante.

.....

Quante ore di differenza abbiamo tra Lugano e Mosca?

.....

E tra Lugano e Los Angeles?

.....

Cos'è la linea del cambiamento di data?

.....

.....

.....

Qual è il punto di riferimento?

.....

## f) I cambi.

Commenta questa immagine, a cosa si riferisce?

| Simbolo | Denaro | Lettera | Massimo | Minimo | Var. | Var. % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| EUR/USD | 1,1694 | 1,1695 | 1,1697 | 1,1636 | +0,0054 | +0,47% |
| USD/JPY | 104,69 | 104,72 | 104,81 | 104,47 | -0,00 | -0,00% |
| GBP/USD | 1,2992 | 1,2993 | 1,2996 | 1,2903 | +0,0080 | +0,62% |
| USD/CHF | 0,9156 | 0,9160 | 0,9194 | 0,9156 | -0,0029 | -0,32% |
| USD/CAD | 1,3136 | 1,3140 | 1,3235 | 1,3137 | -0,0077 | -0,58% |
| EUR/JPY | 122,42 | 122,48 | 122,48 | 121,82 | +0,58 | +0,48% |
| AUD/USD | 0,7125 | 0,7130 | 0,7132 | 0,7028 | +0,0074 | +1,06% |
| NZD/USD | 0,6676 | 0,6680 | 0,6683 | 0,6611 | +0,0047 | +0,71% |
| EUR/GBP | 0,8999 | 0,9002 | 0,9023 | 0,8999 | -0,0008 | -0,08% |
| EUR/CHF | 1,0708 | 1,0716 | 1,0719 | 1,0688 | +0,0016 | +0,15% |

.....

.....

.....

.....

Cosa puoi dire dei cambi di valuta?

.....

.....

Qual è il punto di riferimento?

.....

**g) L'ascensore.**




Cosa indicano i pulsanti con il segno negativo?

.....

Ho posteggiato al – 3, e l'uscita è situata al 6 piano, quanti piani devo salire?

.....

Qual è il punto di riferimento?

.....

h) **Le operazioni:** Puoi svolgere il calcolo 12 – 7 = ..... e 7 – 12 = ?

.....

Cosa hanno in comune questi esempi?

.....

**Conclusione**: Abbiamo dunque bisogno d'un altro insieme numerico.

## 2) L'INSIEME DEI NUMERI INTERI RELATIVI.

Modi di scrittura, matematicamente contrassegnato con $\mathbb{Z}$, esso comprende tutti i numeri interi sia positivi che negativi.

$\mathbb{Z} = \{\ldots . -4\,;\, -3\,;\, -2;\, -1\,;0\,;\, +1;\, +2\,;\, +3\,;\, +4:\, +5\,;\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

Come vedi mettiamo sempre il segno negativo ( **-** ) prima di un numero minore di zero e un segno positivo ( **+** ) prima di un numero maggiore di zero. Lo zero è considerato .....

.....

Dunque:

$\mathbb{Z}^+ = \{0;\, +1;\, +2;\, +3;\, +4;\, +5;\, +6\,;\ldots\ldots\ldots\}$ definito per elencazione

$\mathbb{Z}^+ = \{x \in \mathbb{Z} | x \geq 0\}$ , definito per caratteristica,

è detto insieme dei numeri **interi positivi** e corrisponde a .....

$\mathbb{Z}^- = \{\ldots . -5;\, -4\,;\, -3\,;\, -2\,;\, -1\,;0\}$ definito per elencazione

$\mathbb{Z}^- = \{x \in \mathbb{Z} | x \leq 0\}$ , definito per caratteristica, è detto insieme dei numeri **interi negativi**.

**Esercizi:**

**i)** Rappresenta gli Insiemi $\mathbb{Z}^+$ e $\mathbb{Z}^-$ con un unico diagramma di Venn. Cosa noti?

**ii) Completa in modo appropriato.**

$+8$ ..... $\mathbb{Z}^-$ ; $-13$ ..... $\mathbb{Z}^-$ ; $0$ ..... $\mathbb{Z}^-$ ; $0$ ..... $\mathbb{Z}^+$ ; $+8$ ..... $\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ =$ ..... ; $\mathbb{Z}^- \cap \mathbb{Z}^+ =$ ..... ; $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^+ =$ ..... ; $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^- =$ ..... ;

**iii)** Rappresenta l'insieme dei Numeri Naturali, $\mathbb{N}$, e l'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$, con un unico diagramma di Venn. Cosa noti? Come lo scrivi matematicamente?

**iv)** È vero che tutti i numeri naturali sono anche numeri interi?

.....

**v)** Definisci nel modo mancante (elencazione o caratteristica)

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq +4\} =$.....

$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x < +4\} =$.....

$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < +3\} =$.....

$D = \{+8; +10; +12; +14 \ldots.\} =$.....

$E = \{\ldots.; -8; -7; -6; -5\} =$.....

$F = \{-8; -7; -6; -5\} =$.....

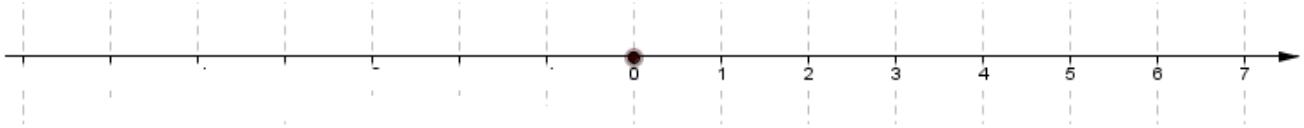
**Osservazione**: Due numeri interi eventi lo stesso segno sono detti **concordi**, nel caso contrario son detti **discordi**.

Es. $-3$ e $+5$ sono .....; mentre $-15$ e $-45$ sono .....;

$+8$ e $-8$ sono detti .....; dunque due numeri **opposti** sono sempre.....

## 3) LA RAPPRESENTAZIONE SULLA RETTA NUMERICA.

a) **Inserisci** sulla retta i numeri interi negativi, che risultano ..... rispetto al punto .....




Due numeri simmetrici rispetto allo zero sono detti **OPPOSTI.**

+ 3 è l'opposto di ..... . ; - 4 è l'opposto di ..... ; 0 è l'opposto di ..... ;

Qual è il numero opposto di zero?.....

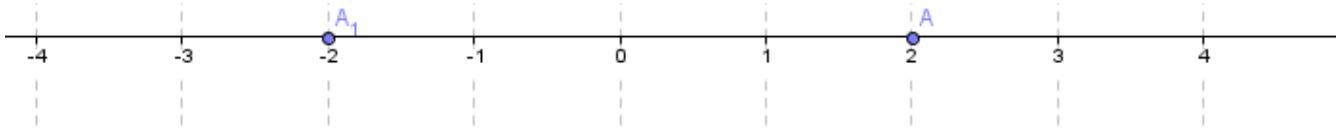
La somma di due numeri opposti è sempre .....

b) **Confronto tra numeri relativi.** Completa opportunamente con < ; > .

+17.....+3; +12 .....- 3; - 5.....+3; - 5.....0 ; - 5.....-1 ; - 51.....52 ;

Conclusione: .....

c) **Cosa puoi dire** di (+ 2) e ( - 2) ?

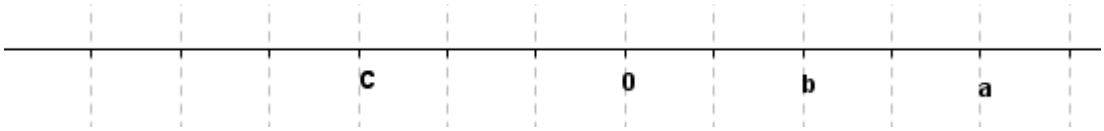



Quali sono altri numeri con la stessa caratteristica? .....

Quando due numeri hanno la stessa distanza dall'origine, matematicamente diremo che hanno lo stesso **valore assoluto** e scriveremo: $|-2| = |+2| = 2$

Completa: $|-5| = |+ \ldots\ldots| = \cdots\ldots\ldots$ ; $|\ldots\ldots| = |-89| = \cdots\ldots\ldots$ ;

d) **Sapendo** che a, b, c ∈ ℤ , rappresenta - a; - b; - c; a – b ; b – a; c + b;c – a




Completa con < ; >;=

a .....b ; c ..... b ; c ..... a ; - a ..... c ; - b ..... c ; a - b ..... b; a - b ..... b - a

e) **Sapendo che** a, b, c ∈ ℤ , rappresenta $\frac{3}{4}a$ ;$-\frac{3}{4}a$; $\frac{3}{2}b$ ; $-\frac{3}{2}b$ ; $\frac{5}{3}c$ ; $-\frac{5}{3}c$

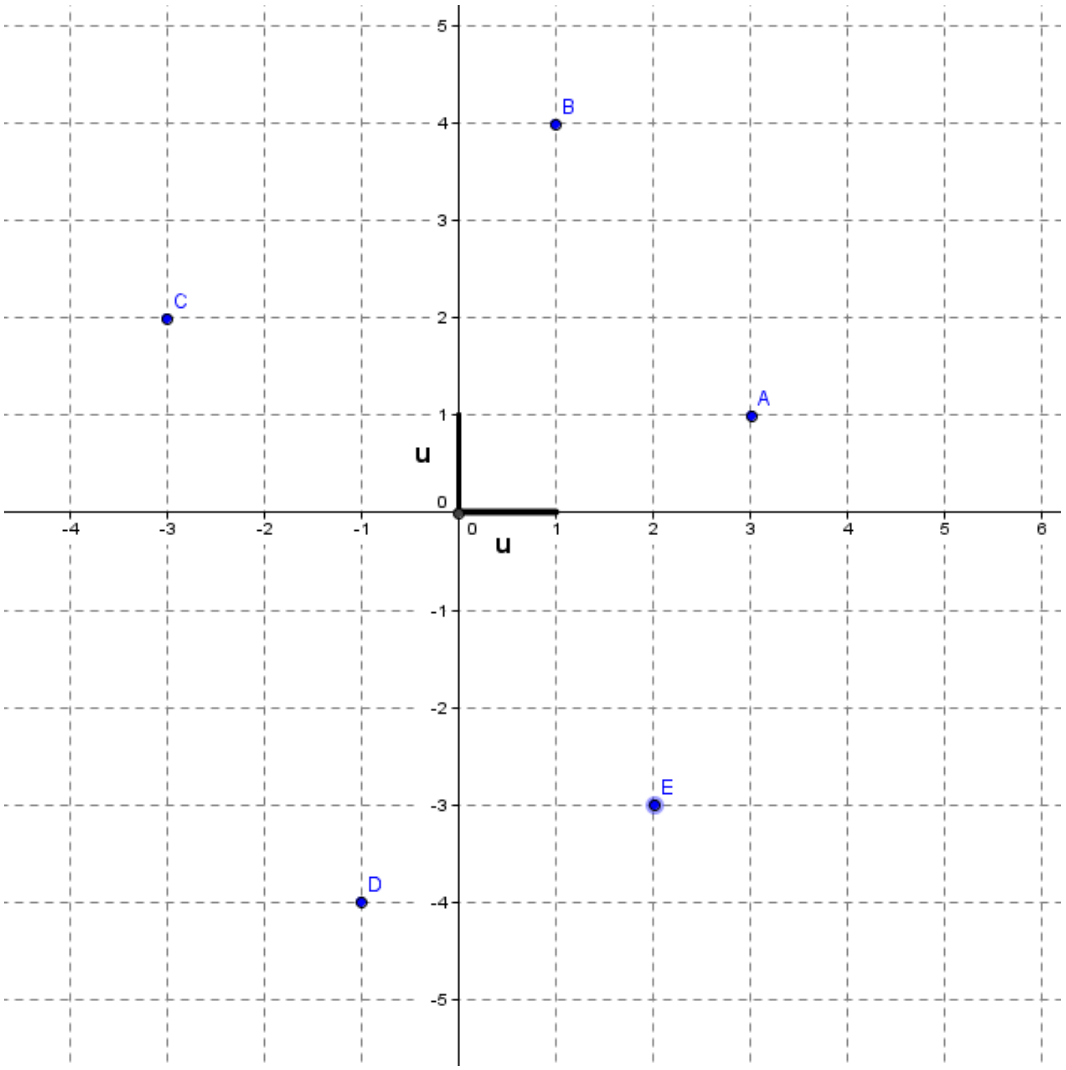



Completa con < ; >;=

a .....$\frac{3}{4}a$ ; $\frac{3}{4}a$ ... $-\frac{3}{4}a$ ; $-\frac{3}{4}a$ ... $\frac{3}{2}b$ ; $-\frac{3}{2}b$ ..... $\frac{5}{3}c$ ; $\frac{5}{3}c$ ..... c ; $-\frac{3}{4}a$ ..... c; $-\frac{3}{4}a$ ..... $-\frac{5}{3}c$

## 4) IL PIANO CARTESIANO CON I NUMERI INTERI RELATIVI ( $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ )

### a) Completa e inserisci le coordinate dei punti sul piano Cartesiano.




A ( ……; ……)

B ( ……; ……)

C ( ……; ……)

D ( ……; ……)

E ( ……; ……)

F ( + 5; - 3 )

G ( - 3 ; + 5 )

H ( - 4 ; - 2)

I ( - 3 ; - 2)

L ( + 4 ; - 2)

M ( + 4 ; 0)

P ( 0 ; + 3 )

S ( - 4 ; 0)

T ( 0 ; - 2)

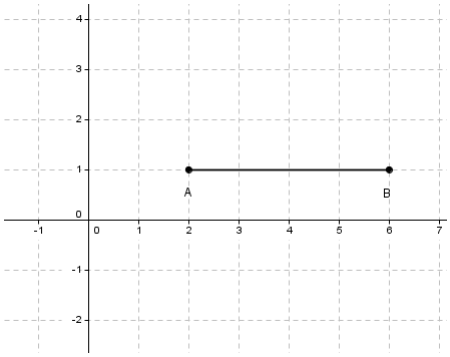
**Ricorda:**

- Un punto viene rappresentato con una coppia di valori, detti **coordinate cartesiane**, dove il primo valore rappresenta lo spostamento **orizzontale** ( **x** ) , e il secondo lo spostamento **verticale** ( **y** ) . Esempio A ( x = ……. ; y = = ……. ) che scriviamo semplicemente A (……. ; ……. ).
- L'asse orizzontale, detto asse delle **ASCISSE**, rappresenta i valori delle x, va orientato con una freccia solo nel verso positivo.
- L'asse verticale, detto asse delle **ORDIANTE,** rappresenta i valori delle y, va orientato con una freccia solo nel verso positivo.
- Gli assi sono perpendicolari, e la loro intersezione rappresenta l'origine del piano cartesiano e si contrassegna con il punto O (0; 0)
- Per ogni asse devi scegliere l'unità di misura **u**.

- Ricerca: Chi ha "inventato" il piano cartesiano? In quale periodo?

### b) Distanza tra due punti sul piano cartesiano.

**i)** Coordinate di A ( .....; .....) ;B ( .....; .....)

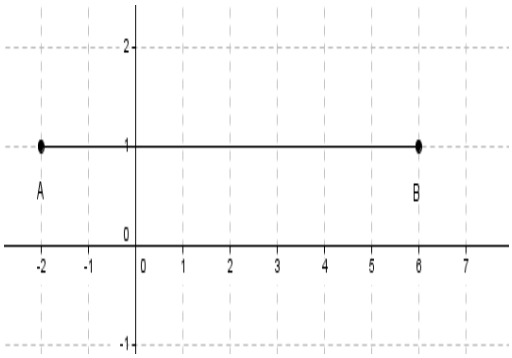



Conta quante unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ..... . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

**ii)** Coordinate di A ( .....; .....) ;B ( .....; .....)

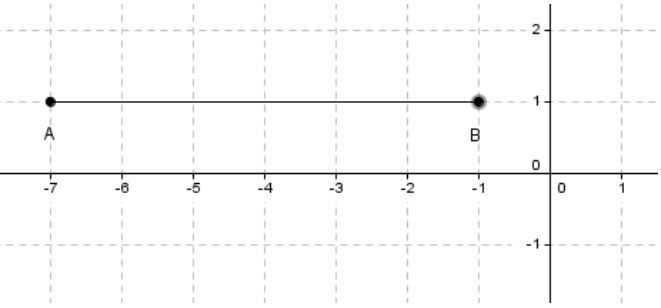



Conta quante unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ..... . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

**iii)** Coordinate di A ( .....; .....) ;B ( .....; .....)

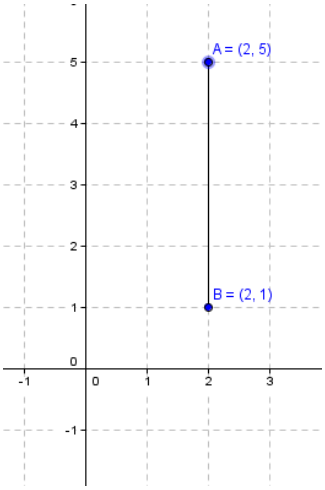



Conta quante unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ..... . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

**iv)** Coordinate di A ( .....; .....) ;B ( .....; .....)



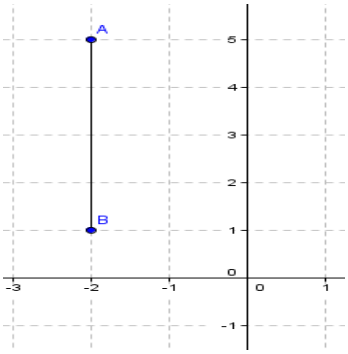

Conta quante unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ..... . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

.....

**v)** Coordinate di A ( .....; .....) ;B ( .....; .....)

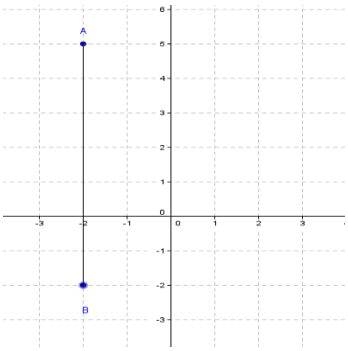



Conta quanti unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ..... . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

**vi)** Coordinate di A ( .....; .....) ;B ( .....; .....)

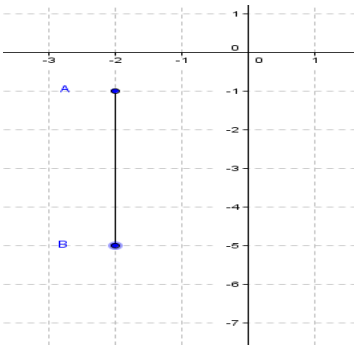



Conta quanti unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ..... . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

**vii)** Coordinate di A ( .....; .....) ;B ( .....; .....)

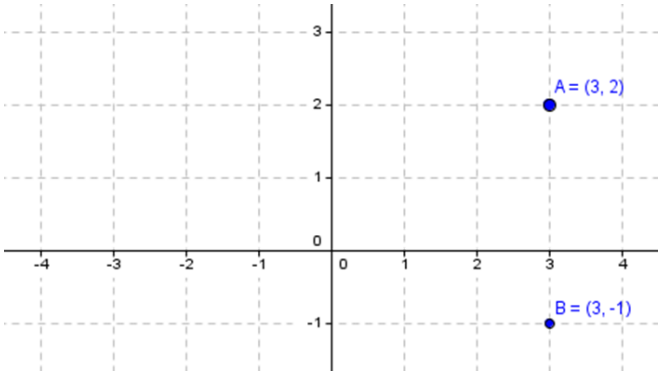



Conta quanti unità hai tra A e B .....; dunque $|AB|$ = ..... . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

.....

.....

**viii)** Dato il punti A (3; 2) costruisci il simmetrico rispetto all'asse y, A ' ( ...; .....)




Dato il punti B (3; -1) costruisci il simmetrico rispetto all'asse y, B ' ( ...; .....)

Ottieni il .....ABB'A, la cui altezza AB misura:..... (u); mentre la base BB' misura .....; il perimetro misura.....;

mentre l'area misura.....

## 5) LE OPERAZIONI CON I NUMERI INTERI RELATIVI.

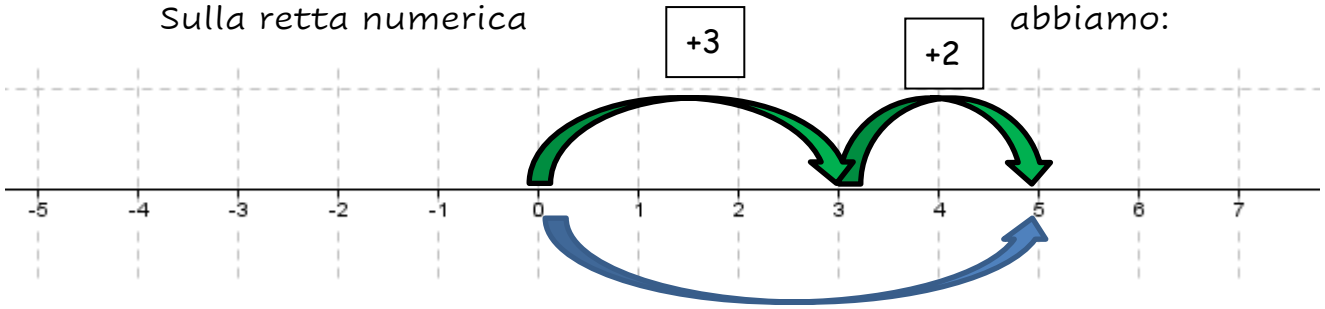
### a) L'addizione:

#### i) Qual è il risultato di (+3) + ( +2 ) = ?

essendo due numeri naturali possiamo semplificare la scrittura in:

( +3 ) + ( +2 ) = 3 + 2 = ( +5 )

Sulla retta numerica abbiamo:




Osservazione: Aggiungere un numero positivo corrisponde dunque spostarmi verso destra.

Calcola, semplificando la scrittura:

( +13 ) + ( +24 ) = ..... = .....; ( +19 ) + ( +34 ) = ..... = .....

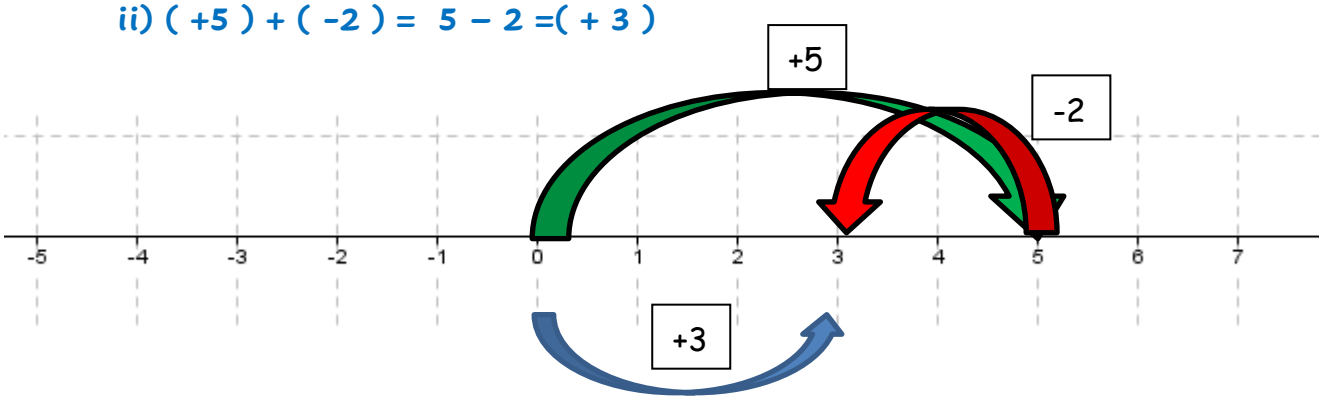
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=$ .....; $\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$.....;= .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( +12m ) + (+ 19 m) = ..... = .....; $\left(+\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{7}{10}y\right)=$.....;= .....;

#### ii) ( +5 ) + ( -2 ) = 5 – 2 =( + 3 )




Osservazione: Aggiungere un numero negativo corrisponde dunque spostarsi verso sinistra.

Calcola, semplificando la scrittura:

( +13 ) + ( -4 ) = ..... = .....; ( +19 ) + ( -14 ) = ..... = .....;

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$ .....; $\left(+\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)=$.....;

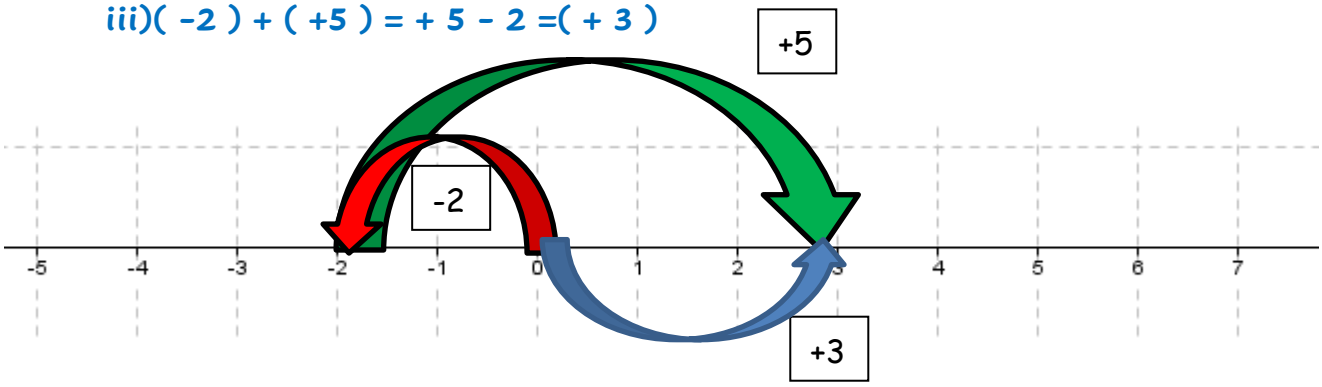
Con le lettere si procede allo stesso modo:

( +19m ) + (- 12m) = ..... = .....; $\left(+\frac{5}{3}y\right)+\left(-\frac{7}{10}y\right)=$.....;= .....;

( +19m ) + (- 12m) + ( - 4m) =.....

$\left(+\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)=$.....

**iii)( -2 ) + ( +5 ) = + 5 - 2 =( + 3 )**




Osservazione: Ti ricordi che l'addizione possiede la proprietà commutativa, dunque:

**( -9 ) + ( +15 ) = ( +15 ) + ( -9 ) = 15 - 9= ( +6)**

Calcola, semplificando la scrittura:

( -3 ) + ( +4 ) = ..... = .....; (-9 ) + (+14 ) = ..... = .....;

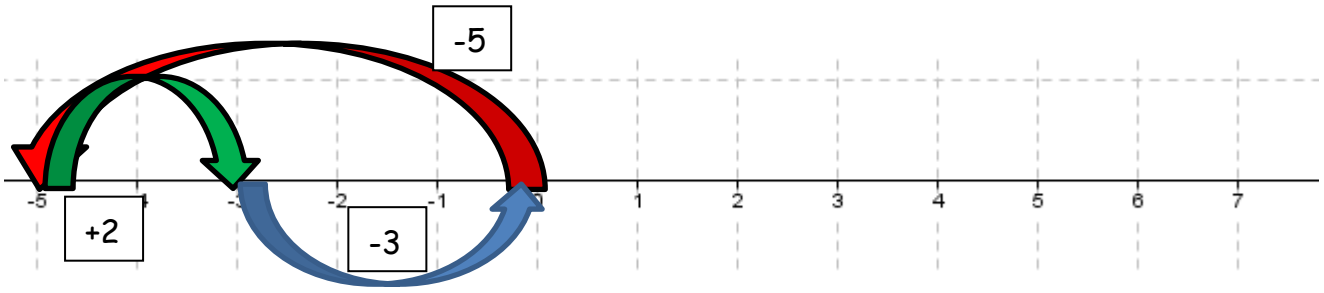
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{3}{8}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=-\frac{3}{8}+\frac{5}{6}=$ .....; $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$.....;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( -9m ) + (+ 12m) = ..... = .....; $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{13}{6}y\right)=$.....;= .....;

**iv)( -5 ) + ( +2 ) = - 5 + 2 =( - 3 )**




Calcola, semplificando la scrittura:

( -13 ) + ( +4 ) = ..... = .....; (-19 ) + (+14 ) = ..... = .....;

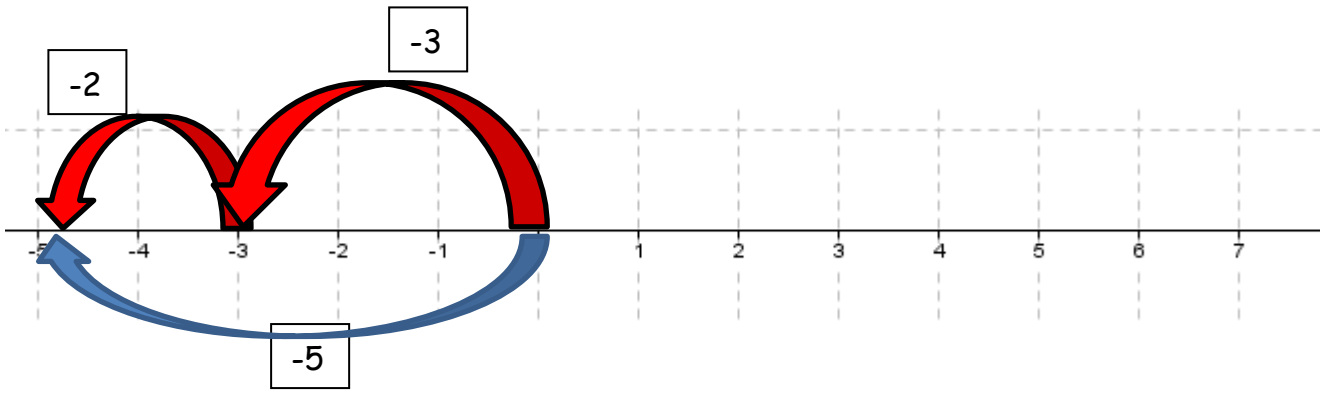
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$ .....; $\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$.....;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( -19m ) + (+ 12m) = ..... = .....; $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{7}{10}y\right)=$.....;= .....;

v) ( -3 ) + ( -2 ) = - 3 - 2 = (- 5 )




Calcola, semplificando la scrittura:

( -13 ) + ( -4 ) = ..... = .....; (-19 ) + (-14 ) = ..... = .....;

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right)$ = .....= .....; $\left(-\frac{8}{5}\right) + \left(-\frac{7}{10}\right)$ =.....= .....;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( -19m ) + (+ 12m) = ..... = .....; $\left(-\frac{5}{3}y\right) + \left(-\frac{7}{10}y\right)$ =.....;= .....;

**Riassumendo:**

(+4) + (+ 3)= ..... = ..... ; (+ 4) + (-3 ) = ..... = ..... ;

(-5 ) + (+ 4) = ..... = ..... ; (-2) + (-4) = ..... = ..... ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

( + 2 ) + ( + 3 ) = .....; ( + $\frac{5}{6}$ ) + ( + $\frac{4}{3}$ ) = .....;( -2y ) + ( -3y ) = .....;

( + l ) + ( + 7 ) = .....; ( - $\frac{5}{6}$ ) + (- $\frac{4}{5}$ ) = .....; ( -6a ) + ( + 3a) = .....;

( + 2 ) + ( -3 ) = .....; ( - $\frac{5}{8}$ ) + ( + $\frac{3}{4}$ ) = .....;( -5ab ) + ( -4ab ) = .....;

( + l ) + ( - 7 ) = .....; ( + $\frac{8}{9}$ ) + ( + $\frac{7}{6}$ ) = .....; ( $-6x^2$) + ( $-3x^2$) = .....;

( - 18 ) + ( - 17 ) = .....; ( - $\frac{41}{9}$ ) + ( + $\frac{33}{6}$ ) = .....;( -41yz ) + (-33yz) = .....;

( -45 ) + ( -37 ) = .....;( - $\frac{24}{14}$ ) + (- $\frac{69}{21}$ ) = .....;( -45m) + (+ 37m ) = .....;

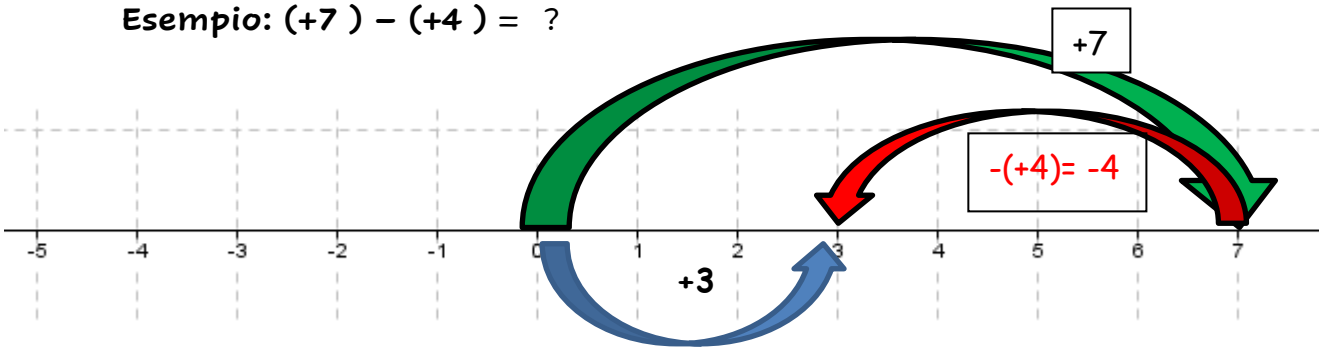
( + 3 ) + ( -7 ) + ( + 2 ) = .....; (- 9x ) + ( - 8x ) + ( - 6x ) = .....;

( - $\frac{5}{6}$ ) + ( - $\frac{4}{3}$ ) + ( - $\frac{7}{12}$ ) = ..... .....;( - $\frac{5}{4}$ z) + ( - $\frac{4}{5}$z ) + ( + $\frac{7}{2}$ z) = .....;

**b) La sottrazione.**

**i)** Sottrarre un numero **positivo** corrisponde ad uno spostamento sulla retta numerica verso **sinistra**.

**Esempio: (+7 ) – (+4 ) = ?**




(+7 ) - (+4 ) = (+7) + (- 4 ) = 7 - 4 = ( + 3 ); (+9 ) - ( +3 ) = (+..... ) + (..... ) = .. - .. = ( + ... );

Come vedi sottrarre ( +4) è come .....( ..... );

sottrarre ( +3) è come .....( ..... ); dunque:

**una sottrazione** può essere trasformata in un'**addizione dell'elemento opposto.**

(+9 ) – ( +5 ) = (+..... ) + (..... ) = .. – .. = ( + ... );

Calcola, trasformando le sottrazioni in addizioni dell'elemento opposto:

( +13 ) - ( +24 ) = ..... = .....; ( +19 ) - ( +34 ) = ..... = .....

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

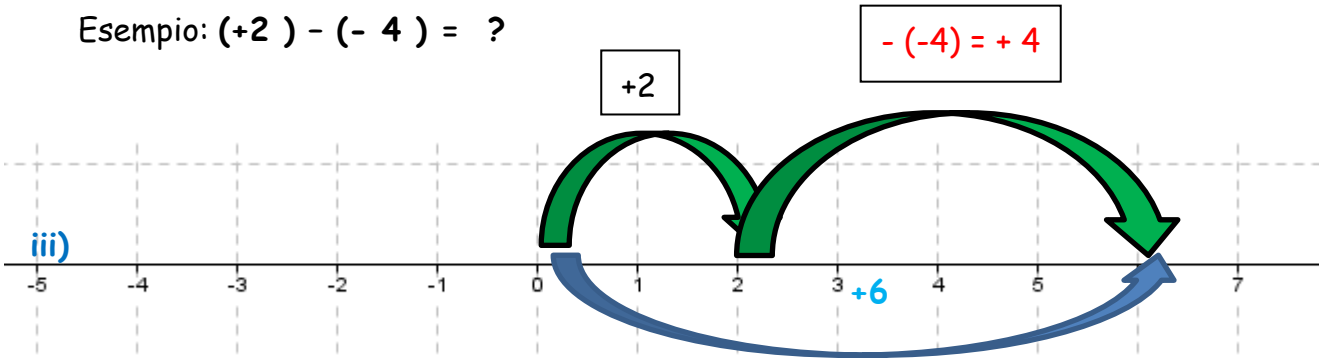
$\left(+\frac{5}{6}\right) - \left(+\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{6} - \frac{3}{8} =$ .....; $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{7}{10}\right) =$.....;= .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( +12m ) - (+ 19 m) = ..... = .....; $\left(+\frac{5}{3}y\right) - \left(+\frac{7}{10}y\right) =$.....;= .....;

**ii)** Sottrarre un numero **negativo** corrisponde ad uno spostamento sulla retta numerica verso **destra.**

Esempio: **(+2 ) - (- 4 ) = ?**




**iii)**

Cosa vorrà dire sottrarre (- 4)?

Come vedi sottrarre (- 4) equivale a .....( +4), dunque :

(+2 ) – ( - 4 ) = (+2 ) + (..... ) = .... – .... = ( ..... );

(-9 ) – ( - 7 ) = (-9 ) + (..... ) = .... – .... = ( ..... );

(-23 ) – ( - 34 ) = (-23 ) + (..... ) = .... – .... = ( ..... );

(-23 ) – ( - 34 ) + (- 17) = (-23 ) + (..... ) – (..... ) = .....

.....

Calcola, trasformando le sottrazioni in addizioni dell'elemento opposto:

( +53 ) - (-24) = ..... = .....; (-53) - (-24)= ..... = .....

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right) - \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{6} + \frac{3}{8} =$ .....; $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{7}{10}\right) =$.....;= .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( +52m ) - (- 19 m) = ..... = .....;$\left(+\frac{5}{3}y\right) - \left(-\frac{7}{10}y\right) =$.....;=

.....;

**Riassumendo:**

(+4) - (+ 3)= ..... = ..... ; (+ 4) - (-3 ) = ..... = ..... ;

(-5 ) - (+ 4) = ..... = ..... ; (-5 ) - (- 4) = ..... = ..... ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

( + 12 ) - ( + 3 ) = .....; ( + $\frac{5}{6}$ ) - ( + $\frac{2}{3}$ ) = .....;( +2y ) - ( +3y ) = .....;

( + l ) - ( + 7 ) = .....; ( + $\frac{5}{6}$ ) - (+ $\frac{4}{5}$ ) = .....; ( -6a ) - ( + 3a) = .....;

( + 2 ) - ( -3 ) = .....; ( - $\frac{5}{8}$ ) - ( - $\frac{3}{4}$ ) = .....;( -5ab ) - ( -4ab ) = .....;

( - l ) - ( - 7 ) = .....; ( + $\frac{8}{9}$ ) - ( + $\frac{7}{6}$ ) = .....; ( $-6x^2$) - ( $-3x^2$) = .....;

( - 18 ) - ( - 17 ) = .....; ( $-\frac{41}{9}$ ) - ( - $\frac{33}{6}$ ) = .....;( -41yz ) - (-33yz) = .....;

( -45 ) + ( -37 ) = .....;( - $\frac{24}{14}$ ) + (- $\frac{69}{21}$ ) = .....;( -45m) + (- 37m ) = .....;

( + 3 ) - ( -7 ) - ( + 2 ) = .....; (- 9x ) - ( - 8x ) - ( - 6x ) = .....;

( - $\frac{5}{6}$ ) - ( - $\frac{4}{3}$ ) - ( - $\frac{7}{12}$ ) = ..... .....;( - $\frac{5}{4}$ z) - ( - $\frac{4}{5}$z ) - ( + $\frac{7}{2}$ z) = .....;

Calcola il valore delle seguenti espressioni, semplificando prima la scrittura.

a) (+44) + (+73) + (-88) - (+27) + (-16) - (-12) =

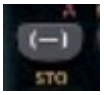
b) (+19) - (+75) + (-44) - (+81) - (-15) + (-56) =

c) (-23) + (-23) - (-45) + (+34) - (-56) =

Completa le seguenti tabelle.

| a | +1 | -2 | 0 | +2 | -3 | +3 | -1 | +4 | -5 | -10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | 0 | -2 | -3 | +1 | -5 | -3 | -10 | -5 | +4 | +4 |
| **a + b** | | | | | | | | | | |

| a | -2 | -2 | -3 | +2 | -10 | +3 | -1 | -7 | +8 | -9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | 0 | -3 | -3 | -5 | -5 | -1 | -10 | -5 | +8 | +4 |
| **a - b** | | | | | | | | | | |

Numeri relativi e calcolatrice: Utilizza il tasto 

per inserire il segno negativo.

### c) La moltiplicazione.

Ricorda la moltiplicazione è un modo più semplice per calcolare un'addizione di stessi termini ed inoltre possiede la proprietà commutativa, dunque non ti sarà difficile calcolare:

( +3 ) . ( +2 ) = ( +2 ) + ( +2 ) ( +2 ) = (+6 ) perché (+6 ) : (+2 ) = ( +3)

( +3 ) . ( - 2 ) = .....;

( - 3 ) . ( +2 ) = .....;

**Quale sarà il prodotto di due numeri negativi? Verifica con la calcolatrice. ☺**

**( -3 ) . ( - 2 ) =** .....;

| · | + | - |
|---|---|---|
| + | + | - |
| - | - | + |

**Regola dei segni per la moltiplicazione in** $\mathbb{Z}$ possono essere riassunte in una tabella:

Consideriamo infine alcune analogie tra lingua italiana e i segni nella moltiplicazione algebrica, esaminando il significato di alcune frasi:

**a)** Voglio che tu legga .....significa: devi leggere (+) . (+) = (+)

**b)** Voglio che tu non legga ..... significa: **non** devi leggere (+) . (–) = (–)

**c)** Non voglio che tu legga ..... significa: **non** devi leggere (–) . (+) = (–)

**d)** Non voglio che tu non legga ..... significa devi leggere (–) . (–) = (+)

**Dunque:**

(+4) . (+ 3)= ..... = ..... ; (+ 4). (-3 ) = ..... = ..... ;

(-5 ) . (+ 4) = ..... = ..... ; (-5 ) . (- 4) = ..... = ..... ;

Con le lettere rispetti le regole dei segni e quelle della moltiplicazione nel calcolo letterale.

(+4a) . (+ 3)= ..... = ..... ; (+ 4x) . (-3x ) = ..... = ..... ;

$(-5b^2)$ . (+ 4a) = ..... = ..... ; $(-5x^2y^3)$ . $(- 4xy^5)$ = ..... = ..... ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

( + 12 ) · ( + 3 ) = .....; ( +2y ) · ( +3y ) = .....;

( - l ) . ( + 7 ) = .....; ( -6a ) . ( + 3a) = .....;

( + 2 ) . ( -3 ) = .....; (+ 5ab ) . (- 4ab ) = .....;

( - l ) . ( - 7 ) = .....; $( -6x^2)$ . $( -3x^2)$ = .....;

( - 8 ) . ( +7 ) = .....; (+4yz ) . (-3yz) = .....;

( -4 ) . ( -9 ) = .....; $( -5m^2n)$ . $(- 7m^4n )$ = .....;

( + 3 ) · ( -7 ) · ( + 2 ) = .....;

### d) La divisione.

Essendo la divisione l'operazione inversa della moltiplicazione e conoscendo le regole dei segni della moltiplicazione, ottieni:

( +10 ) : ( +2 ) = ( + 5) perché ( + 5) . ( +2 ) =.....

( +10 ) : ( - 2 ) =.....;

( -10 ) : ( + 2 ) =.....;

**Quale sarà il quoto di due numeri negativi? Verifica con la calcolatrice. ☺**

**( -10 ) : ( - 2 ) =**.....;

**Le regole per i segni nella divisione sono identiche a quelle della moltiplicazione.**

**Dunque:**

(+24) : (+ 3)= ..... = .....; (+ 24): (-3 ) = ..... = ..... ;

(-28) : (+ 4) = ..... = .....; (-28 ) : (- 4) = ..... = ..... ;

Con le lettere rispetti le regole dei segni e quelle della moltiplicazione nel calcolo letterale.

(+24a) : (+ 3)= ..... = .....; (+ 24x) : (-3x ) = ..... = ..... ;

$(-40b^2)$ : (+ 4b) = ..... = .....; $(-50x^5y^3)$: $(- 25x^2y)$ = ..... = ..... ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono!

( + 12 ) : ( + 3 ) = .....; ( +21y ) : ( +3y ) = .....;

( + 2l ) : ( - 7 ) = .....; ( -6a ) : ( + 3a) = .....;

( + 24 ) : ( -3 ) = .....; ( -32ab ) : ( -4a ) = .....;

( - 2l ) : ( - 7 ) = .....; $( -6x^4)$ : $( -3x^2)$ = .....;

( - 38 ) : ( - 7 ) = .....; (-24yz ) : (-3yz) = .....;

( +45 ) : ( -9 ) = .....;$( -56m^2n)$ : $(+7m^4n )$ = .....;

[( + 6 ) . ( -7 )] : ( + 2 ) = .....

[(- 24 x ) : ( - 8x )] . ( - 6x ) = .....

Completa le seguenti tabelle.

| a | -2 | +2 | -1 | +2 | -10 | -5 | -1 | -7 | +8 | -9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | +1 | -3 | -2 | -1 | +11 | -+1 | -7 | -2 | -3 | -4 |
| a · b | | | | | | | | | | |

| a | -2 | +12 | -6 | +20 | -10 | -5 | -21 | -16 | +8 | -32 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | +1 | -3 | -2 | -1 | -5 | +1 | -7 | -2 | -4 | +4 |
| a : b | | | | | | | | | | |

## e) L'elevazione a potenza.

Ricorda: 3 . 3 = 3 ····· = .....

Con i numeri interi capita la stessa cosa, facendo però molta attenzione ai segni!

(+ 3) . ( +3) = ( + 3) ····· = + ..... E anche (- 7) . ( -7) = ( - 7) ····· = + .....

Ma attenzione: (- 2) . ( -2) . ( -2) =( - 2) ····· = .....; (- 1) . (- 1) . (- 1) = ( - 1) ····· = ..... ;

(- 4) . ( -4) .( -4) = ( - 4) ····· = ..... ; (- 1) . (- 1) . (- 1) . (- 1) = ( - 1) ····· = ..... ;

(- x) . ( -x) .( -x) = ( - x) ····· = ..... ; (- y) . (- y) . (- y) . (- y) = ( - y) ····· = ..... ;

(- 4x) . ( -4x) .( -4x) = ( - 4x) ····· = ..... ; (- 2y) . (- 2y). (- 2y). (- 2y) = (- 2y) ····· = ..... ;

...e ancora attenzione!

$(- 4x^2) . (- 4x^2) . (- 4x^2) = (- 4x^2)$ ····· = ..... ;

$(- 2y^3) . (- 2y^3) . (- 2y^3) . (- 2y^3) . = (- 2y^3) .$ ····· = .....;

Dunque: $( +5)^2$ = .....= ..... ; $( +4)^3$ = .....= ..... ;

$( - 5)^2$ = .....= ..... ; $( - 4)^3$ = .....= ..... ;

$( + 3)^2$ = .....= ..... ; $( - 2)^3$ = .....= ..... ;

Conclusione:

.....

.....

Osservazione:

$( -3)^2 = (- 3) . ( -3) = +9$ ma $-3^2 = -3 . 3 = -9$ ; $( -1)^2 = (- 1) . ( -1) =$ ... ma $-1^2 = -1 . 1 =$ ..... ;

$( -2)^4 = (- 2) . (- 2) . (- 2) . (- 2) =$ ..... ma $-2^4 = -2 . 2. 2. 2 =$..... ;

Calcola

$(-2)^2$ = ..... = ..... ; $- 2^2$ = ..... = ..... ; $(- a)^2$ = ..... = ..... ;

**Completa la seguente tabella.**

| a | -2 | -1 | +2 | -1 | -3 | -3 | -4 | -2 | -3 | -2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | +1 | +3 | +2 | +4 | +2 | +3 | +2 | +3 | +2 | +5 |
| $a^b$ | | | | | | | | | | |

Ricorda: $3^0$ = ..... ; con i numeri interi ( in $\mathbb{Z}$ ) vale la stessa regola.

$( +3)^0$ = ..... ; $( -3)^0$ = .....; $+3^0$ = ..... ; $-3^0$ = .....; $-5^0$ = .....;

Calcola :

$( +7)^0$ = ..... ; $( -4)^0$ = .....; $+8^0$ = ..... ; $-9^0$ = .....; $-23^0$ = .....;

$( +a)^0$ = ..... ; $( -x)^0$ = .....;$+x^0$ = ..... ; $-x^0$ = .....; $-2. x^0$ = .....;

## f) Le proprietà delle potenze con i numeri interi ( n $\mathbb{Z}$ ).

Applicandole correttamente le operazioni fra potenze possono essere semplificate.

| P R O P R I E T A ` | Calcola: |
|---|---|
| **Prodotto** di potenze di **uguale base**<br>$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$ | $(-3)^2 \cdot (-3)^3 =$ .....<br>$(-2)^3 \cdot (-2)^4 =$ .....<br>$(+10)^2 \cdot (+10) =$ .....<br>$(+2)^3 \cdot (-2)^4 =$ .....<br>$(-2)^3 \cdot (+2)^4 =$ .....<br>$-5^2 \cdot (+5)^4 =$ ..... |
| **Quoto** di potenze di **uguale base**<br>con $n \geq p$<br>$a^n : a^p = a^{n-p}$<br>Ricorda: $a^0 = 1$<br>$(-7)^0$ = .....; $-7^0$ = ..... | $(+2)^5 : (+2)^3 =$ .....<br>$(-8)^7 : (-8)^2 =$ .....<br>$(+8)^7 : (-8)^2 =$ .....<br>$(-8)^7 : (+8)^2 =$ .....<br>$(-8)^7 : (-8^2) : (+8)^3 =$ .....<br>$[(+3)^8 : (-3)^7] \cdot (+3)^2 =$ .....<br>$(+10)^5 : (-10)^5 =$ .....<br>$(-5)^6 : (+5)^4 =$ .....<br>$-5^6 : (+5)^4 =$ ..... |
| **Potenza di una potenza**<br>$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$ | $[(+2)^3]^4 =$.....<br>$[(-3)^2]^4 =$.....<br>$\{[(-10)^3]^4\}^5 =$ ..... |
| **Prodotto** di potenze con **esponenti uguali**<br>$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ | $(-5)^2 \cdot (-3)^2 =$ .....<br>$(+3)^3 \cdot (-2)^3 =$ .....<br>$-2^3 \cdot (+3)^3 =$ .....<br>$-5^2 \cdot (-3)^2 =$ .....<br>$(-10)^3 \cdot (+5)^3 =$ .....<br>$(-7)^2 \cdot (+3)^2 \cdot (+5)^2 =$ ..... |
| **Quoto** di potenze con **esponenti uguali**<br>$a^n : b^n = (a : b)^n$ | $(-49)^3 : (+7)^3 =$ .....<br>$(+1'000)^2 : (-125)^2 =$ .....<br>$(-30)^4 : (-3)^4 =$ ..... |