Applicazioni al teorema di Pitagora nel piano.

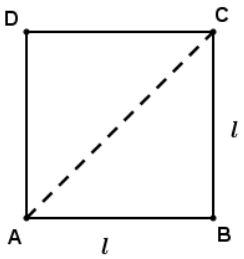
In ognuno dei seguenti esercizi determina una regola che ti permetta di calcolare direttamente il segmento richiesto.

Premessa: Sapere estrarre un fattore dal segno di radice e **razionalizzare** una frazione.

Esempio: $\sqrt{90} = \sqrt{9}\cdot\sqrt{10} = 3\sqrt{10}$; $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{6^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\sqrt{18} =$ .....; $\frac{6}{\sqrt{3}} =$ .....;

1) La diagonale del quadrato: dato il lato l, calcolare la misura della diagonale.



|AC| = ...

.....

Conclusione: |d| = ...

Formula inversa: .....

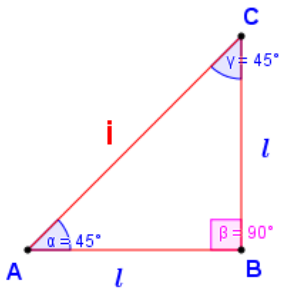
Completa le seguenti tabelle.

Lato quadrato (cm)	Diagonale (cm)	Scrittura simbolica	Valore approssimato ai centesimi.
1	$d = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2} \cong 1{,}41$
2			
5,6			
$\sqrt{10}$			
l			
4x			

Diagonale (cm) = d	Area quadrato (cm^2); $A = \frac{d^2}{2}$	Lato quadrato Scrittura simbolica $\ell = \sqrt{\frac{d^2}{2}}$	Lato quadrato Valore approssimato ai centesimi.
1	$A = \frac{1\cdot 1}{2} = \frac{1}{2}$	$l = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0{,}71$
2			
5,6			
$\sqrt{10}$			
d			
4x			

2) L'ipotenusa in un triangolo rettangolo isoscele.

Trovi un'analogia con il problema precedente?



.....

|AC| = ...

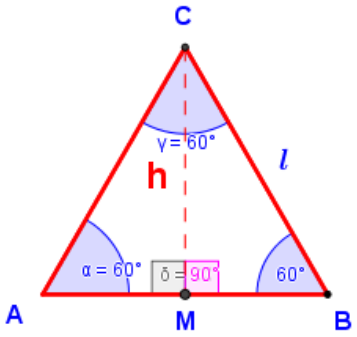
Conclusione: |i| = ...

Formula inversa: .....

Calcola la misura dell'ipotenusa nel caso in cui il lato d'un triangolo rettangolo isoscele misuri 6 cm.

.....

3) Il triangolo equilatero. Dato il lato calcolare la misura dell'altezza.



.....

Quali triangoli rettangoli puoi considerare?.....

|CM| = ...

Conclusione: |h| = ...

Formula inversa:

.....

.....

Calcola la misura dell'ipotenusa nel caso in cui il lato d'un triangolo equilatero misuri 8 cm.

.....

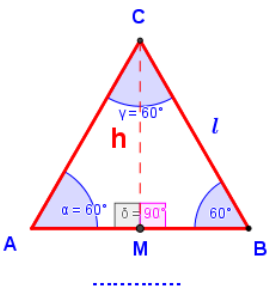
Calcola la misura del lato d'un triangolo equilatero nel caso in cui l'altezza misuri 8 cm.

.....

Completa la seguente tabella: dato il lato del triangolo equilatero, calcola la misura dell'altezza.

Lato (cm)	altezza (cm)	Scrittura simbolica	Valore approssimato ai centesimi.
1	$h = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}\ \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0{,}87$
$\sqrt{10}$			
l			
4x			

Osservazione: Come calcolerai l'area d'un triangolo equilatero conoscendo la misura del lato?



$A_{ABC} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{|AB| \cdot |CM|}{2}$ ma

$|AB| = \ell$; $|CM| = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$; dunque:

$$\mathbf{A_{ABC}} = \frac{|AB| \cdot |CM|}{2} = \ell \cdot \frac{\ell\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\boldsymbol{\ell^2\sqrt{3}}}{\mathbf{4}}$$

Ricorda questa formula vale ***solo*** nei triangoli equilateri.

Conoscendo l'area d'un triangolo equilatero, come calcolerai la misura del suo lato?

$\mathbf{A} = \frac{\boldsymbol{\ell^2\sqrt{3}}}{\mathbf{4}}$; $\ell = ????$ Chiaramente dovremo calcolare la formula inversa, risolvendo l'equazione rispetto ad ℓ, nel seguente modo:

.....

.....

.....

.....

- Calcola l'area d'un triangolo equilatero avente il lato di 10 cm.

.....

.....

- Calcola il lato d'un triangolo equilatero avente l'area di $38\sqrt{3}$ cm. Quanto misurerà la sua altezza?

.....

.....

.....

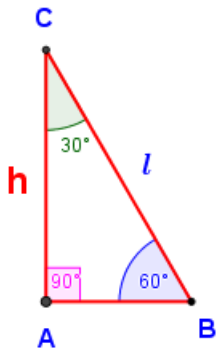
Riassumendo, in un ***triangolo equilatero*** di lato ℓ abbiamo:

$\mathbf{h} = \frac{\boldsymbol{\ell\sqrt{3}}}{\mathbf{2}}$; mentre l' area $\mathbf{A} = \frac{\boldsymbol{\ell^2\sqrt{3}}}{\mathbf{4}}$

Formule inverse: $\boldsymbol{\ell} = \frac{\mathbf{2h\sqrt{3}}}{\mathbf{3}}$; $\boldsymbol{\ell} = \sqrt{\frac{\mathbf{4\sqrt{3} \cdot A}}{\mathbf{3}}}$

Esercizio: Come calcolerai l'area d'un esagono regolare dato il suo lato? 😉 😉

4) La misura dei lati in un triangolo con gli angoli 90°, 60° e 30°.



Che relazione esiste tra i lati AB e BC? Perché?

.....

.....

Sapendo che l= 8 (cm), calcola la misura dell'altezza h.

.....

.....

.....

Calcola il perimetro del triangolo ABC.

.....

.....

Calcola l'area del triangolo ABC.

.....

.....

In generale come calcolerai l'altezza in un triangolo 90°- 60°- 30° conoscendo il lato?

.....

.....

.....

.....

Sapendo che l'altezza d'un triangolo 90°- 60°- 30° misura 8 cm, quanto misurerà il suo lato?

.....

.....

.....

.....

In generale come calcolerai il lato in un triangolo 90°- 60°- 30°conoscendo l'altezza?

.....

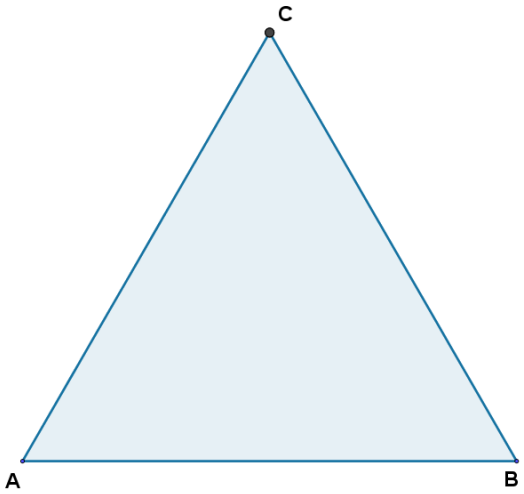
.....

.....

.....

5) Il triangolo equilatero – approfondimento.

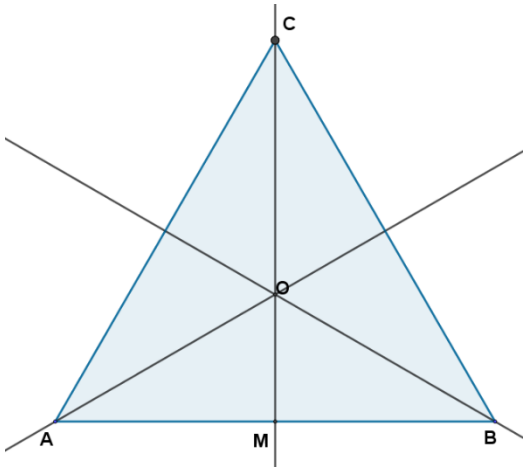
Dato il triangolo equilatero ABC di lato ℓ, conosciamo che:



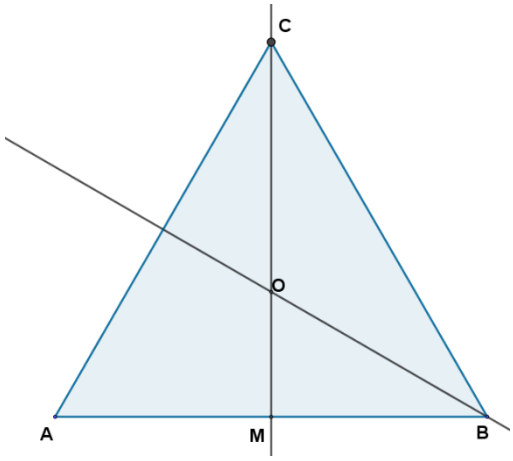
$\mathbf{P = 3\ell}$; $\mathbf{h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}}$; $\mathbf{A = \frac{\ell^2\sqrt{3}}{4}}$; A= .....

Quali altre relazioni puoi calcolare?

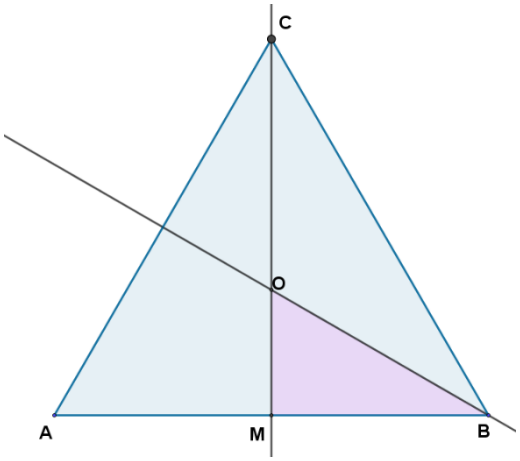
Traccia gli assi cosa noti? Che relazione esiste tra i segmenti MC, MO e OC?



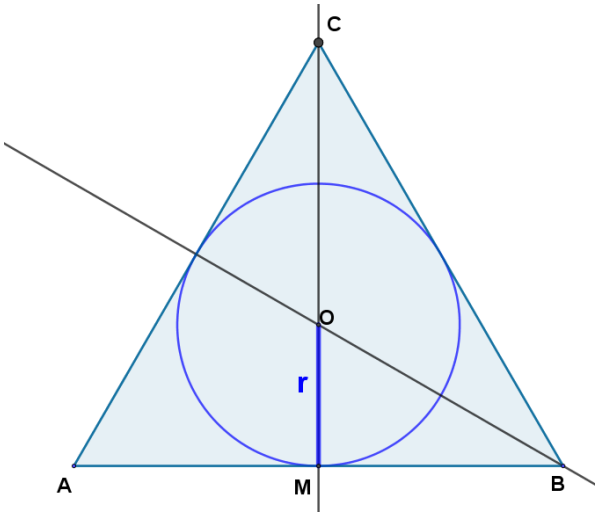
Prendi in considerazione solo due assi cosa noti?



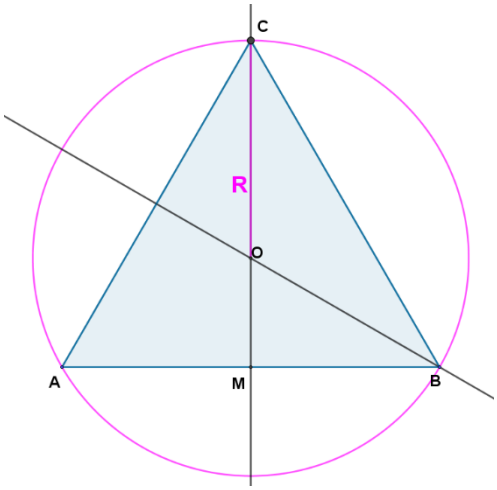
Cosa puoi dire del triangolo MBO?



Cosa puoi dire della circonferenza **inscritta** al triangolo?



Cosa puoi dire della circonferenza **circoscritta** al triangolo?



Conclusioni:

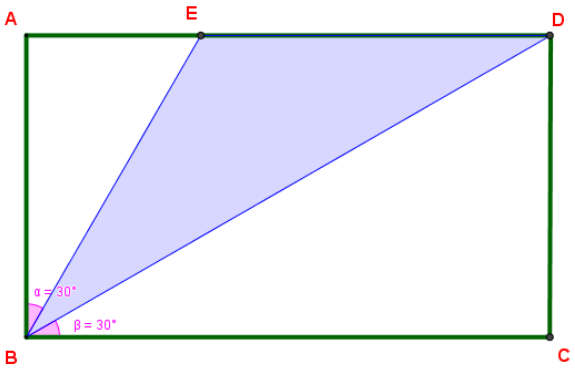
.....

.....

.....

Esercizi.

1) In un rettangolo ABCD, sai che $|AB| = |CD| = 1\,(u)$ e che l'angolo ABC viene diviso in tre parti congruenti;



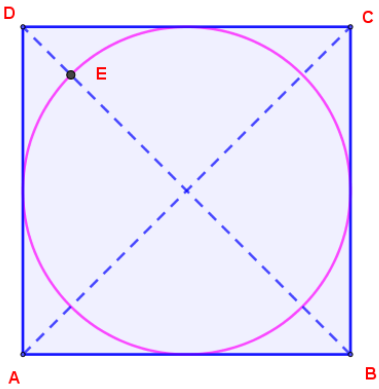
a) Disegna la situazione; puoi scegliere come unita ciò che vuoi es. 1q? oppure 4q o .....!

b) Analizza le figure che ottieni.

c) Qual è il lato più semplice da calcolare? Perché?

d) Calcola il perimetro del triangolo BDE.
Calcola l'area del triangolo BDE

2) La figura a fianco rappresenta un cerchio inscritto in un quadrato.

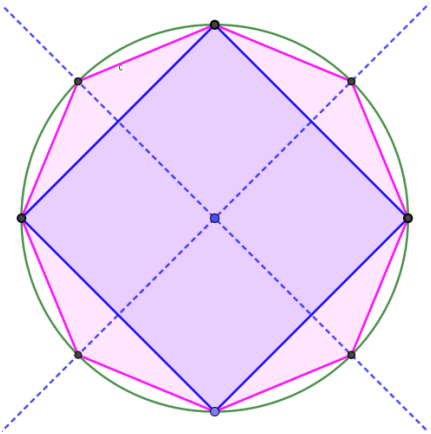


a) Rappresenta una situazione simile.

b) Se il lato del quadrato misurasse 3,6 cm, quale sarà la lunghezza del segmento DE, indicato nella figura?

c) Sia ℓ la misura del lato del quadrato, rispondi alla stessa domanda.

3) La figura a fianco rappresenta un ottagono regolare ottenuto a partire da un quadrato inscritto ad un cerchio di raggio 10 cm. Quattro vertici dell'ottagono coincidono con quelli del quadrato e gli altri sono le intersezioni degli assi di simmetria dei lati del quadrato con la circonferenza circoscritta.



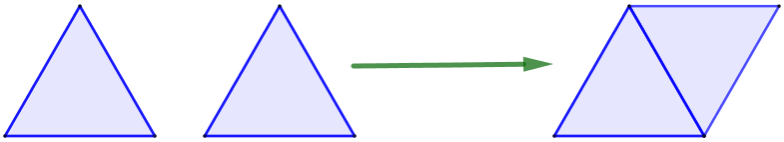
a) Rappresenta la situazione in scala 1 : 2.

b) Calcola la misura del lato dell'ottagono.

c) Calcola l'altezza del triangolo generatore.

d) Calcola l'area del triangolo generatore.

4) Con due triangoli equilateri di lato 3 cm si può costruire un quadrilatero, rispettandola condizione che i due triangoli debbano avere un lato in comune come nella figura.



a) Di che particolare quadrilatero si tratta? Qual è il suo perimetro? Qual è La sua area?

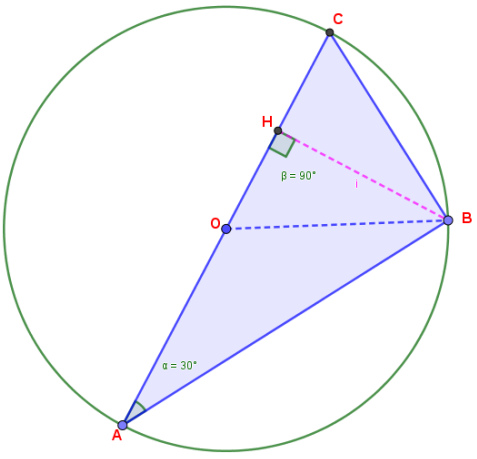
b) Con tre triangoli equilateri di lato 3 cm si possono costruire altri poligoni, rispettando le condizioni che i triangoli debbano avere a due a due un lato in comune.

i) Dopo aver disegnato la situazione determina, quali e quanti sono questi poligoni? Qual è il loro perimetro? E la loro area?

c) Rispondi alla domanda **b)** supponendo d'avere quattro, cinque di questi triangoli.

d) Cosa dovresti notare di particolare relativamente alle aree e ai perimetri?

5) Considerando la seguente figura, il triangolo ABC è inscritto in una semicirconferenza di diametro $|AC| = 10\sqrt{3}\ (\text{cm})$ e avente l'angolo CAB d'ampiezza 30°.



a) Rappresenta una situazione sul tuo foglio.

b) Classifica motivando i triangoli ABC, AOB e BCO.

c) Calcola la misura dei lati $|AB| =$; $|BC| =$.

d) Calcola in due modi la misura di $|HB| =$

e) Calcola l'area del triangolo OBC.

f) Che percentuale rappresenta l'area del triangolo OBC rispetto all'area del cerchio? Risultato in scrittura simbolica ed inseguito approssimato ai centesimi.

g) Sostituisci al posto di $|AC| = 10\sqrt{3}\ (\text{cm})$ $|AC| =$ **d** e risolvi ***di nuovo l'esercizio.***

6) Prova a verificare i risultati ottenuti svolgendo gli esercizi con **GeoGebra.**