IDEE E PROBLEMI

Usare le disequazioni per fare scelte

Molti dei problemi che affrontiamo tutti i giorni possono avere più di una soluzione: qual è la più conveniente? In alcuni casi, una disequazione ci può aiutare a fare la scelta migliore.

Vediamo un esempio.



Tutte le mattine Jacopo, per andare da casa all'ufficio, può scegliere fra bicicletta (velocità media $v_B = 15$ km/h) o pullman (velocità media $v_P = 30$ km/h). L'attesa media alla fermata del pullman è di 5 minuti.

▶ **Quale mezzo è più conveniente per Jacopo in termini di tempo?**

La scelta più conveniente dipende dalla distanza tra casa e ufficio: indichiamola con x, espressa in kilometri (quindi x è positivo).
Trasformiamo le velocità in km/min:

$$v_B = 15\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{15\text{ km}}{60\text{ min}} = 0{,}25\text{ km/min},$$

$$v_P = 30\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{30\text{ km}}{60\text{ min}} = 0{,}5\text{ km/min}.$$

Poiché la durata del viaggio è data dal rapporto $\frac{\text{distanza percorsa}}{\text{velocità media}}$, i tempi t_B e t_P (in minuti) impiegati per andare da casa all'ufficio, rispettivamente in bicicletta e pullman, sono espressi dalle seguenti relazioni:

$$t_B = \frac{x}{0{,}25} \rightarrow t_B = 4x,$$

$$t_P = 5 + \frac{x}{0{,}5} \rightarrow t_P = 5 + 2x.$$

Per capire quale mezzo risulta più rapido, confrontiamo t_B e t_P impostando la disequazione:

$$t_B \leq t_P \rightarrow 4x \leq 5 + 2x \rightarrow 4x - 2x \leq 5 \rightarrow 2x \leq 5 \rightarrow x \leq \frac{5}{2} \rightarrow x \leq 2{,}5.$$

Possiamo rispondere alla domanda osservando che le disequazioni $4x \leq 5 + 2x$, cioè $t_B \leq t_P$, e $x \leq 2{,}5$ sono equivalenti.

A Jacopo conviene scegliere la bicicletta se la distanza casa-ufficio è minore di 2,5 km. Se la distanza casa-ufficio è maggiore di 2,5 km, conviene scegliere il pullman. Se la distanza è uguale a 2,5 km, la scelta è indifferente.

DISUGUAGLIANZE NUMERICHE

1 ▲△△ **Vero o falso?**

a. $2 \leq 2$ V F

b. $-7 > -15$ V F

c. $\frac{15}{2} < 8$ V F

d. $0 > -11$ V F

e. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \geq \frac{1}{6}$ V F

f. $10^{-4} < 10^{-6}$ V F

g. $10^3 < 10^5$ V F

h. $-\frac{1}{2} > -\frac{1}{3}$ V F

i. $-\frac{1}{4} < 3$ V F

Completa con i simboli $>$, $=$, $<$.

2 ▲△△ $(-4)^3 \square (-2)^7$; $\frac{1}{6} \square 4^{-1}$; $(-2)^4 \square 8^2$; $-7 \square -12$; $-\frac{3}{5} \square -\frac{4}{7}$.

3 ▲△△ $-3 \square (-3)^3$; $(-10)^3 \square -(5)^4$; $\frac{1}{3} \square \frac{5}{9}$; $-1{,}\bar{3} \square \frac{2}{3}$; $0 \square (-2)^{-3}$.

Intervalli

COME SI FA

Rappresentiamo in tutti i modi possibili i seguenti intervalli.

a. $-1 \leq x < 4$ **b.** $]-2, +\infty[$ **c.** 

estremi

a. $-1 \leq x < 4$ $[-1; 4[$ 

limitato

b. $x > -2$ $]-2; +\infty[$ 

illimitato superiormente

aperto

c. $x \leq 6$ $]-\infty; 6]$ 

illimitato inferiormente

chiuso

Rappresenta i seguenti intervalli, o unioni di intervalli, con le parentesi quadre e sulla retta orientata.

PER COMINCIARE

23 $3 \leq x < 8$ 

$[3; 8[$

24 $x \geq -6$
$[-6; +\infty[$

25 $x \leq -1 \vee x > 5$
$]-\infty; -1] \cup]5; +\infty[$

Se l'estremo è **compreso**, allora il pallino è pieno; se l'estremo è **escluso**, allora il pallino è vuoto.

$\pm\infty$ sono sempre esclusi.

26 $x > -7$; $2 \leq x < 6$; $x \leq \frac{1}{5}$; $-9 < x < 1$; $x \geq 2^{-1}$.

27 $x \leq -3$; $-1 < x < 9$; $x < -2 \vee x > \frac{7}{8}$; $x \geq 7$.

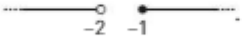
28 $x \leq -\frac{1}{9} \vee x > \frac{8}{3}$; $x \geq \frac{2}{5}$; $1 < x < \frac{3}{2}$; $x < -1$.

29 $x \leq -5 \vee x \geq -\frac{1}{4}$; $x < \frac{7}{2}$; $x < -2 \vee x \geq -1$; $x \geq 6$.

Per ciascuno dei seguenti intervalli scrivi le due rappresentazioni mancanti.

30 

; $x > -\frac{6}{7}$.

31 $]-\infty; 3[\cup]5; +\infty[$; 

.

32 $2 \leq x < 7$; 

.

33 $\left]-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right]$; $-\frac{1}{3} < x < 2$.

34 $\left[-\frac{2}{3}; +\infty\right[$; $x \leq 3 \vee x \geq 7$.

35 

; $x > \frac{8}{9}$.

TRADUCI **DALLE PAROLE AI SIMBOLI** **Rappresenta in tutti i modi possibili i seguenti intervalli.**

36 I numeri reali: **a.** minori di -2; **b.** maggiori o uguali a $\frac{5}{3}$; **c.** positivi; **d.** negativi maggiori di $-0,\overline{3}$.

37 I numeri reali: **a.** compresi tra -2 e -1, escluso -1 e incluso -2; **b.** non negativi minori di 4.

38 L'intervallo aperto dei numeri reali compresi tra 4 e 5.

39 L'intervallo dei numeri reali che non superano $\frac{9}{2}$ e che sono maggiori di 2.

2 • Disequazioni intere di primo grado

RISOLVERE DISEQUAZIONI

Risolvi le seguenti disequazioni.

PER COMINCIARE

Applica i principi di equivalenza in modo da isolare al primo membro la x, con coefficiente +1.

59 $-4x \geq 0 \rightarrow \frac{-4x}{-4} \square \frac{0}{\square} \rightarrow x \leq \square$

60 $15x + 1 > 1 + x \rightarrow 15x > \square \rightarrow 15x \square x > \square \rightarrow 14x > 0 \rightarrow \frac{\square x}{\square} > \frac{0}{14} \rightarrow x \square 0$

61 $3 - x \leq 10 \rightarrow -x \leq 10 \square 3 \rightarrow -x \leq \square \rightarrow x \square -7$

62 $1 - 2x > 4 + x \rightarrow -2x - x > 4 \square 1 \rightarrow \square x > 3 \rightarrow \frac{-3x}{\square} < \frac{3}{\square} \rightarrow x < -1$

63 $7x \leq 14$

64 $-5x > 5$

65 $3x \geq 6$

66 $-x \leq -7$

67 $5x < 0$

68 $5x + 4 \geq 14$

69 $-18x > -9$

70 $3 - x \leq x - 1$

71 $x + 3 \geq 2 - 3x$

72 $-3x + 5 < 3x + 6$

73 $-4x \leq 3$

74 $4x \leq 1 - 3x$

75 $3x - 2 < 3x$

76 $-x \leq x$

77 $x + 1 < x - 3$

78 $5x - (x - 1) \geq 3(7 - 2x)$

COMPLETA LO SVOLGIMENTO

$5x - (x - 1) \geq 3(7 - 2x) \rightarrow 5x - x \square 1 \geq 21 \square 6x \rightarrow 4x + 6x \geq 21 \square 1 \rightarrow \square x \geq \square \rightarrow x \geq 2$

svolgiamo i calcoli — trasportiamo i termini in x al primo membro e quelli senza x al secondo membro — dividiamo per 10

79 $-3(x + 1) + 5 \leq 7 - x$ $\left[x \geq -\frac{5}{2}\right]$

80 $6x - 3(x + 1) > 5 + 3x$ [impossibile]

81 $4(x - 1) - 2(5 - 3x) \leq 6$ $[x \leq 2]$

82 $-4(3x - 1) + 8x > -x$ $\left[x < \frac{4}{3}\right]$

83 $7 - 5x \geq 3x - (2 - x)$ $[x \leq 1]$

84 $4 + x < 2[7 - 2(4 - x)]$ $[x > 2]$

94 $5(x - 2) - [3(-3x + 1) - 2] \geq 9x - 2(2x - 5)$ $\left[x \geq \frac{7}{3}\right]$

95 $(x - 2)^2 + x(4 - x) > -3(1 - x) + 4$ $[x < 1]$

96 $-3[-x - (1 - 2x)] - (3 - x)(3 + x) > (x - 4)^2 + 3$ $[x > 5]$

97 $5x - 3x(x + 1) + 4 \leq (x - 1)^2 - (2x - 1)^2$ [impossibile]

98 $(x - 5)(x + 5) - 2(1 - 6x) \geq (1 - x)^2 + 7(2x - 5)$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

99 $(x + 5)(x - 4) - (2 + 3x)(x - 1) \geq -2(x - 3)^2$ $[x \leq 0]$

109 Completa.

Disequazione	Soluzione
$0x < -2$	
$0x \geq 8$	
$0x \leq 0$	
$0x > -7$	
$-7x > 0$	

Disequazione	Soluzione
$0x > 0$	
$0x \geq 0$	
$0x < 0$	
$0x < 12$	
$12x < 0$	

Risolvi le seguenti disequazioni con coefficienti razionali.

110 $3x-\frac{1}{3}\le\frac{5}{6}+\frac{2}{3}x$

COMPLETA LO SVOLGIMENTO

Moltiplichiamo per il mcm dei denominatori, cioè ☐ e poi risolviamo la disequazione a coefficienti interi ottenuta.

$18x-\square\le 5+\square x \;\rightarrow\; 18x-\square x\le 5+\square \;\rightarrow\; 14x\le\square \;\rightarrow\; x\le\frac{1}{2}$

111 $\frac{7}{2}-\frac{3}{4}x>3+x$ $\left[x<\frac{2}{7}\right]$

112 $\frac{1}{3}x-\frac{1}{5}\le\frac{2}{3}+x$ $\left[x\ge-\frac{13}{10}\right]$

113 $-\frac{2}{3}\left(x+\frac{1}{4}\right)\ge 1$ $\left[x\le-\frac{7}{4}\right]$

114 $2x-\frac{1}{6}<\frac{5}{3}+\frac{x}{6}$ $[x<1]$

115 $\frac{2}{3}(1-3x)<x+\frac{1}{3}$ $\left[x>\frac{1}{9}\right]$

116 $\frac{3}{2}x+2\ge\frac{2x+1}{8}$ $\left[x\ge-\frac{3}{2}\right]$

117 $\frac{x-4}{4}-\frac{1+x}{2}\ge 1$ $[x\le-10]$

118 $\frac{5}{8}x+4\ge\frac{x+3}{2}-\frac{1}{4}$ $[x\ge-22]$

119 $k+\frac{1}{9}\left(3k-\frac{3}{2}\right)\ge-2\left(\frac{k}{2}+3\right)$ $\left[k\ge-\frac{5}{2}\right]$

120 $\frac{4}{5}-\frac{x+7}{10}>-\left(2-\frac{x+4}{2}\right)$ $\left[x<\frac{1}{6}\right]$

121 $\frac{x+1}{2}-\frac{3x-1}{4}>1+x$ $\left[x<-\frac{1}{5}\right]$

122 $\frac{4-3x}{5}+\frac{x}{2}\le\frac{x-1}{10}-2$ $\left[x\ge\frac{29}{2}\right]$

123 $1-\frac{11-x}{12}>\frac{x+3}{4}-\frac{2(x+1)}{3}$ $[x>0]$

124 $\frac{2y+1}{15}-3\ge\frac{4}{5}+y-\frac{y}{3}$ $[y\le-7]$

125 $\frac{1}{3}(1+x)<\frac{5x-2}{6}-\frac{x}{2}$ [impossibile]

126 $\frac{2x+7}{5}-\frac{3(3x-2)}{10}<-\frac{8x}{15}$ $[x<-60]$

127 $-\frac{2+x}{3}+x^2<(x+1)(x-1)+\frac{5}{6}x$ $\left[x>\frac{2}{7}\right]$

128 $\left(y+\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right)+3y\left(2-\frac{1}{3}y\right)\ge 8$ $\left[y\ge\frac{11}{8}\right]$

129 $2x(x+2)-\frac{1}{2}x(2x-3)>x^2+x+1$ $\left[x>\frac{2}{9}\right]$

130 $\frac{x+5}{3}+\frac{7-x}{6}+x^2<(x+1)(x-1)$ $[x<-23]$

131 $2\left[\frac{4}{3}x+\frac{1}{6}-2\left(\frac{1}{3}x-1\right)\right]\le 1+\frac{8}{3}x$ $\left[x\ge\frac{5}{2}\right]$

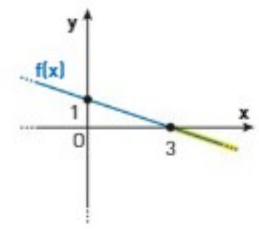
132 $\left(\frac{x-5}{2}+x\right)^2-\frac{1}{4}(3x+1)^2>-3$ $[x<1]$

133 $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2-\frac{1}{4}(x-1)(x+1)\le 5-x$ $[\forall x\in\mathbb{R}]$

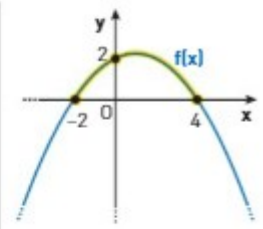
134 $\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{4x-1}{3}\right)^2\le-\frac{5}{3}x^2$ $\left[x\le-\frac{1}{4}\right]$

DISEQUAZIONI E FUNZIONI

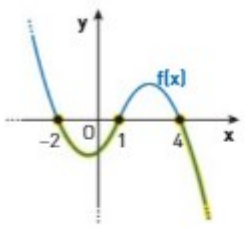
135 **LEGGI IL GRAFICO** Quali valori di x sono soluzioni delle disequazioni indicate?



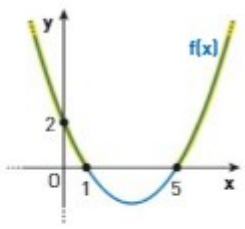
a $f(x)<0$



b $f(x)\ge 0$



c $f(x)\le 0$



d $f(x)>0$

140 **ESPLORA CON GEOGEBRA** Determina con GeoGebra per quali valori di x le seguenti funzioni sono positive.

a. $y = 3x - 6$; **b.** $y = -x^2$.

Determina graficamente le soluzioni delle seguenti disequazioni. Conferma il risultato algebricamente.

141 $x - 5 \geq 0$

IN 3 PASSI

1. Disegna la retta $y = x - 5$.
2. Individua graficamente l'intervallo dei valori di x in cui il grafico della retta sta sopra l'asse x e includi l'ascissa del punto in cui la retta incontra l'asse x.
3. Risolvi algebricamente la disequazione per verificare il risultato.

142 $6 - 2x \leq 0$ **143** $2x + 6 < 0$ **144** $1 - 3x > 0$ **145** $4 + x \leq 0$

168 Stabilisci quali numeri naturali sono maggiori o uguali al loro triplo diminuito di 8. [0; 1; 2; 3; 4]

169 Determina quei numeri naturali il cui quadruplo è minore del loro doppio aumentato di 7. [0; 1; 2; 3]

170 Determina il massimo valore che possono assumere tre numeri naturali pari consecutivi affinché la loro somma sia minore di 60. [16; 18; 20]

171 Trova il più piccolo numero dispari tale che la somma tra il suo doppio e il suo consecutivo sia maggiore di 25. [9]

172 Determina quali numeri naturali n godono della proprietà seguente: diminuendo il numero del 25%, si ottiene un numero minore di 33. [$n < 44$]

173 Determina per quali valori $x \in \mathbb{R}$ la somma tra x, la sua metà e la metà della sua metà supera il triplo di x di almeno 10. [$x \leq -8$]

188 Un'enoteca propone a una *sommelière* due diverse possibili retribuzioni:

- stipendio fisso mensile di 1500 € più 3 € per ogni bottiglia di riserva speciale che riesce a vendere, *oppure*
- stipendio fisso mensile di 1800 € più 1,5 € per ogni bottiglia di riserva speciale che riesce a vendere.

Quante bottiglie di riserva speciale deve vendere in un mese affinché le convenga la prima proposta? [più di 200]

EDUCAZIONE FINANZIARIA

189 Nawal si trova all'aeroporto di Miami e deve noleggiare un'auto per la sua vacanza. Ha due possibilità:
A: spesa fissa di 80 $ e una spesa variabile di 0,20 $ per km percorso;
B: spesa variabile di 0,40 $ per km percorso.
In base ai kilometri che potrebbe percorrere, quale opzione conviene a Nawal? [B fino a 400 km; A sopra i 400 km]

190 **INVALSI** Un turista italiano in viaggio in Svizzera, prima di cambiare i suoi euro in franchi, esamina le seguenti proposte fatte da due banche:
Banca A: 1 euro viene scambiato con 1,412 franchi senza spese.
Banca B: 1 euro viene scambiato con 1,416 franchi con una commissione fissa di 2 franchi.

a. Se il turista cambia 300 euro, quanti franchi ottiene presso la banca A?

Carlo afferma che, qualunque sia la somma che si vuole cambiare, è sempre più conveniente la banca A.

b. Carlo ha ragione? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

☐ Carlo ha ragione perché … ☐ Carlo non ha ragione perché …

3 • Sistemi di disequazioni

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni, specificando l'insieme soluzione nei tre modi visti, grafico sulla retta, con gli intervalli e con i simboli di maggiore/ minore.

194 ▲△△ $\begin{cases} -x+8 \geq 9 \\ 2x+5 \geq 3 \end{cases}$ $[x=-1]$

195 ▲△△ $\begin{cases} -x > 5 \\ 3x > 12+x \end{cases}$ [impossibile]

196 ▲△△ $\begin{cases} 6-x \geq 2 \\ 10x-1 < 9 \end{cases}$ $[x<1]$

197 ▲△△ $\begin{cases} 2k-2 \leq 3-(k-10) \\ -5k \leq 0 \end{cases}$ $[0 \leq k \leq 5]$

198 ▲△△ $\begin{cases} 2(x-1) < 6+x \\ 4x \leq -8 \end{cases}$ $[x \leq -2]$

199 ▲△△ $\begin{cases} 2t+5 > 5t-2 \\ 3(t+4)-t \leq 0 \end{cases}$ $[t \leq -6]$

200 ▲△△ $\begin{cases} (3x+5)2-5x \geq -9x \\ 4(7-x)-(3-5x) \geq 8 \end{cases}$ $[x \geq -1]$

201 ▲△△ $\begin{cases} 9(4-x) \geq 0 \\ x(2-x) > 6-x^2-x \end{cases}$ $[2 < x \leq 4]$

202 ▲△△ $\begin{cases} -3(2-x) < 2+7x \\ 5x(1-x) \leq x(4-5x) \end{cases}$ $[-2 < x \leq 0]$

203 ▲△△ $\begin{cases} \frac{x}{3}+1 > \frac{1+x}{6} \\ 5(x-2) \leq 3(1-2x) \end{cases}$ $\left[-5 < x \leq \frac{13}{11}\right]$

204 ▲△△ $\begin{cases} 10(2-x) > 0 \\ 3+2x \geq 3(5-x)-6 \end{cases}$ $\left[\frac{6}{5} \leq x < 2\right]$

205 ▲△△ $\begin{cases} 4y-6 < 3(y+2) \\ \frac{y-2}{15} > \frac{2y-3}{10} \end{cases}$ $\left[y < \frac{5}{4}\right]$

206 ▲△△ $\begin{cases} \frac{1}{6}x-\frac{1}{18} \geq \frac{4}{3}x \\ 10(5-3x) < x \end{cases}$ [impossibile]

207 ▲▲△ $\begin{cases} 7-2y \geq 2(3-y) \\ 3y-1 \leq 3(y+3) \end{cases}$ $[\forall y \in \mathbb{R}]$

208 ▲▲△ $\begin{cases} 4y-\frac{1}{2}(y+3) \geq \frac{5}{6} \\ \frac{3(3-y)}{8} > \frac{15}{4}(y-3) \end{cases}$ $\left[\frac{2}{3} \leq y < 3\right]$

209 ▲▲△ $\begin{cases} \frac{1}{2}-\frac{x}{4} \geq \frac{x+7}{8} \\ 2-x < \frac{2+x}{8} \end{cases}$ [impossibile]

210 ▲▲△ $\begin{cases} x^2+3 \leq (x+2)^2 \\ 8x-3(x-2) < 2x \end{cases}$ [impossibile]

211 ▲▲△ $\begin{cases} (x-2)^2+3 \leq (x-3)(x+3) \\ x-5 > 0 \end{cases}$ $[x > 5]$

212 ▲▲△ $\begin{cases} (3-x)^2-x(x-5) \leq 4 \\ x+2 \geq 2x-3 \end{cases}$ $[x=5]$

214 ▲▲▲ $\begin{cases} 2b^2-2(b+2)^2+8(b-4) < -1 \\ 2b-\frac{4}{3}(b+3)-\frac{2}{3}b < 0 \end{cases}$ $[\forall b \in \mathbb{R}]$

215 ▲▲▲ $\begin{cases} (x-2)(3x+1)-3x^2 < 2x+1 \\ -1+4x(x+1) \leq (-2x)^2 \end{cases}$ $\left[-\frac{3}{7} < x \leq \frac{1}{4}\right]$

216 ▲▲▲ $\begin{cases} x(4x+5)-(2x-2)^2 \geq 1 \\ (x-1)(x+1) > (x+2)^2 \end{cases}$ [impossibile]

217 ▲▲▲ $\begin{cases} (x-2)(x+2)-(3x+8) \geq x(1+x) \\ 6x(2-x)+2(3x^2-4) \leq 0 \end{cases}$ $[x \leq -3]$

218 ▲▲▲ $\begin{cases} 3(2+3x^2)-(3x+1)^2 > 7 \\ 2x(x-3) \leq 2(x+5)(x-5)-1 \end{cases}$ [impossibile]

221 ▲▲▲ $\begin{cases} \frac{x}{4}+2\left(\frac{3}{2}x-3\right)-2 \leq 4x-\frac{1}{2} \\ (2x+5)(2x-5)+30 < 4x(x-5) \end{cases}$ $\left[-10 \leq x < -\frac{1}{4}\right]$

222 ▲▲▲ $\begin{cases} 2x-2-(x+1)+x^2 \geq x(x-3)+1 \\ 8x+\frac{3}{2}(4-15x) < 16 \end{cases}$ $[x \geq 1]$

223 ▲▲▲ $\begin{cases} \frac{7}{3}x+1-\frac{1}{4}-\frac{x+1}{3} \geq 2x-\frac{11}{4} \\ (x+2)(x-3) < (x+1)(x+5)-11 \end{cases}$ $[x > 0]$

224 ▲▲▲ $\begin{cases} \left(x+\frac{1}{5}\right)(2x+5)-2x^2 \leq \frac{3}{5}(1-x) \\ \frac{4}{3}(x+1)+2 < \frac{1}{2}x \end{cases}$ $[x < -4]$

228 **Test.** La scrittura $-1 < 3 - 5x \leq 2$ è equivalente a uno solo dei seguenti sistemi. Quale?

A $\begin{cases} 3-5x<-1 \\ 3-5x\geq 2 \end{cases}$ B $\begin{cases} 3-5x<-1 \\ 3-5x\leq 2 \end{cases}$ C $\begin{cases} 3-5x>-1 \\ 3-5x\geq 2 \end{cases}$ D $\begin{cases} 3-5x>-1 \\ 3-5x\leq 2 \end{cases}$

229 **Test.** I seguenti sistemi sono tutti impossibili tranne uno. Quale?

A $\begin{cases} x-1\geq 0 \\ x-1\leq 0 \end{cases}$ B $\begin{cases} x-3\geq 0 \\ x+2<0 \end{cases}$ C $\begin{cases} x+4<0 \\ x+1>0 \end{cases}$ D $\begin{cases} 2x\geq 0 \\ -3x>1 \end{cases}$

230 Risolvi con un sistema di disequazioni: $-5 < 1 - 6x < 19$. $[-3 < x < 1]$

Sistemi con tre disequazioni

Risolvi i seguenti sistemi di tre disequazioni.

233 $\begin{cases} 3-4x\leq 3(2x-1) \\ 1-x>x-9 \\ 4x>12 \end{cases}$ $[3 < x < 5]$

IN 3 PASSI

1. Risolvi ognuna delle tre disequazioni.
2. Costruisci lo schema riassuntivo delle soluzioni.
3. Deduci dallo schema l'intersezione delle soluzioni.

234 $\begin{cases} x\geq 0 \\ x<4 \\ x-5<3 \end{cases}$ $[0 \leq x < 4]$

235 $\begin{cases} -x<0 \\ x-2\geq 0 \\ 2x-6<6x+1 \end{cases}$ $[x \geq 2]$

236 $\begin{cases} 1-2x\leq 3 \\ 5x-1<1 \\ -4x+12>3(4-x) \end{cases}$ $[-1 \leq x < 0]$

237 $\begin{cases} 5x+1\leq -2(x-11) \\ 4-4x>11 \\ x-3>-(1-x) \end{cases}$ [impossibile]

238 $\begin{cases} -4<5(2x+1) \\ 7-3x\geq 4x \\ 3x-2<-(3-x)+4 \end{cases}$ $\left[-\frac{9}{10} < x \leq 1\right]$

239 $\begin{cases} -2(x+3)<1-9x \\ 5x\geq 1 \\ \frac{2}{3}-x+\frac{2x-4}{5}>\frac{x-1}{2} \end{cases}$ $\left[\frac{1}{5} \leq x < \frac{1}{3}\right]$

Problemi sui numeri

240 Due numeri naturali consecutivi sono tali che:

a. il doppio del minore è inferiore a 24;

b. la somma tra il doppio del minore e il triplo del maggiore supera 38.

Trova le coppie di numeri che soddisfano queste condizioni. [8 e 9; 9 e 10; 10 e 11; 11 e 12]

241 Due numeri naturali differiscono di due unità e sono tali che:

a. la differenza tra il doppio del maggiore e il minore non supera 24;

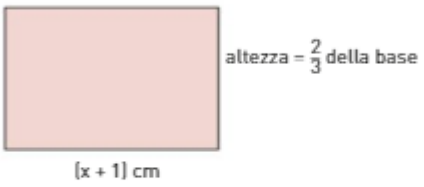
b. il doppio della loro somma supera 68.

Trova le coppie di numeri che soddisfano tali condizioni. [17 e 19; 18 e 20; 19 e 21; 20 e 22]

243 Un rettangolo ha un lato che è i $\frac{5}{7}$ dell'altro. Quali valori può assumere la misura x del lato maggiore affinché il perimetro del rettangolo risulti minore di quello di un quadrato di lato 6 cm? $[0 < x < 7]$

244 In un triangolo ABC l'angolo $\widehat{A}$ ha ampiezza pari ai $\frac{4}{5}$ dell'angolo $\widehat{B}$. Determina quali valori può assumere l'ampiezza di $\widehat{A}$ affinché $\widehat{C}$ sia maggiore di 90°. $[0° < \widehat{A} < 40°]$

245 **ESPLORA CON GEOGEBRA** Disegna con GeoGebra il rettangolo in figura. Dopo aver definito uno slider per x che varia tra 0 e 20 con incremento 1, determina per quali valori di x il semiperimetro del rettangolo risulta maggiore o uguale a 20 cm.

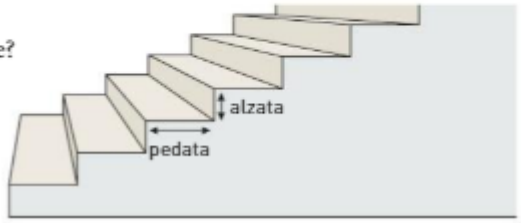


246 In un triangolo isoscele il lato obliquo supera di 4 cm la metà della base. Trova quali valori può assumere la misura x della base affinché il perimetro del triangolo sia maggiore di 32 cm e minore di 60 cm. $[12 < x < 26]$

IN 3 PASSI

1. Scrivi la misura del lato obliquo in funzione di x e trova le condizioni di esistenza.
2. Determina il perimetro in funzione di x. Scrivi il sistema risolvente, inserendo anche le condizioni di esistenza.
3. Risolvi il sistema.

253 **INVALSI** Nel seguente disegno è schematizzata una scala.
Per legge, la pedata deve essere lunga almeno 30 cm e la somma tra il doppio dell'alzata e la pedata deve essere compresa tra 62 cm e 64 cm (estremi compresi).



a. Tra le seguenti coppie di valori, quale rispetta la legge?

- A alzata = 18 cm; pedata = 28 cm.
- B alzata = 15 cm; pedata = 32 cm.
- C alzata = 14 cm; pedata = 31 cm.
- D alzata = 16 cm; pedata = 27 cm.

b. La pedata di una scala misura 34 cm. Per rispettare la legge, il doppio dell'alzata dovrà essere compreso tra 28 cm e ____ cm, perciò l'alzata dovrà essere compresa tra 14 cm e ____ cm.

254 Jennifer deve ordinare succhi di frutta e aranciate per il suo bar. In base alle consumazioni che si fanno giornalmente, i succhi di frutta devono essere il doppio delle aranciate. La quantità di bevande da ordinare non può superare i 900 pezzi e, per poter usufruire di uno sconto, i succhi di frutta devono essere almeno 150.
Quante aranciate può ordinare per rispettare le due condizioni? [da 75 a 300]



39 Due compagnie telefoniche offrono le seguenti tariffe: la compagnia A offre il primo minuto gratis, poi € 0,01 ogni 4 secondi di telefonata. La compagnia B offre le telefonate a € 0,01 ogni 6 secondi più il costo di € 0,02 alla risposta. Quale deve essere la durata di una telefonata affinché la compagnia A sia più conveniente della B? [durata < 3'24"]

40 In un lavoro a cottimo il compenso consiste in € 8 per ogni pezzo perfettamente realizzato e nella richiesta di un risarcimento di € 2 per ogni pezzo che risulterà difettoso. Dopo 100 pezzi realizzati, il lavoratore si trova a non riscuotere nulla. Quanti sono i pezzi risultati difettosi?
Quanto devono essere al massimo questi ultimi affinché egli guadagni almeno € 500? [80; 30]

„Lineare Ungleichungen“

Rechenzeichen:				
	$>$	größer	$<$	kleiner
	$\geq$	größer gleich	$\leq$	kleiner gleich
	$+\infty$	plus Unendlich	$-\infty$	minus Unendlich

1. Geben Sie den Lösungsbereich der folgenden linearen Ungleichungen an!

a) $4x+19<x+4$

b) $17-3x\geq 5x-39$

c) $3x+7>1+3x$

d) $5-x\leq -x-5$

e) $3x-(17-x)<1+10\cdot(1-x)$

f) $19-3\cdot(x-1)+4\cdot(7-2x)\geq 50$

g) $4>10x-\left[(2x-8)-5\cdot(1-x)\right]$

h) $20x-9\cdot(x-2)<11\cdot(x+1)+8$

i) $150-7{,}5x<7{,}5$

2. Herr Fritsch fährt mit dem Auto in den Urlaub. Die Strecke beträgt 2500 km. Er fährt mit vollem Tank los und eine Tankfüllung reicht für 650 km. Wie oft muss er mindestens unterwegs tanken?