L'IMBALLAGGIO DEL CONO GELATO

Immagina di essere un dipendente della ditta **"A tutto glace"**. La ditta produce gelati artigianali di ogni gusto, forma e dimensione.



Il direttore ha deciso di commercializzare un nuovo particolare cornetto gelato a forma di cono ed al gusto di stracciatella. È ora alla ricerca di un'adeguata confezione che lo avvolga perfettamente, utilizzando la carta decorata con il nome del gelato e quello della ditta.
Il tuo superiore esige una soluzione immediata che richieda il minor impiego di carta possibile: a te il compito di trovarla.

Utilizzando carta e forbici, prova a costruire l'imballaggio del cornetto gelato, sapendo che il raggio di base del cono misura 2,5 cm e che la sua altezza è di 6 cm.
Incolla qui l'imballaggio che hai ottenuto.

Esercizi.

a) Disegna un settore circolare avente il raggio di 6 cm e l'angolo al centro di 60°.

Calcola inseguito:

i) La misura dell'arco.

ii) L'area d'un settore circolare

b) Disegna **un settore circolare** avente il r = 4 cm e l'angolo di 280°.

Calcola inseguito:

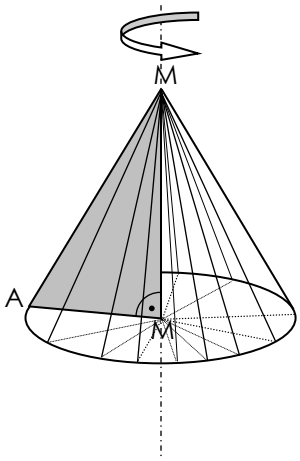
i) La misura **dell'arco.**

ii) L'area del **settore circolare.**

c) In un cerchio un angolo al centro di 125° corrisponde un settore circolare con l'area di 24π cm². Qual è l'area del cerchio?

d) Un settore circolare di area 50π cm² appartiene a un cerchio avente il raggio lungo 15 cm. Qual è l'ampiezza dell'angolo al centro corrispondente al settore circolare?

IL CONO



Il **cono circolare retto** è il solido generato dalla rotazione completa (cioè di 360°) di un triangolo rettangolo attorno ad un suo cateto.

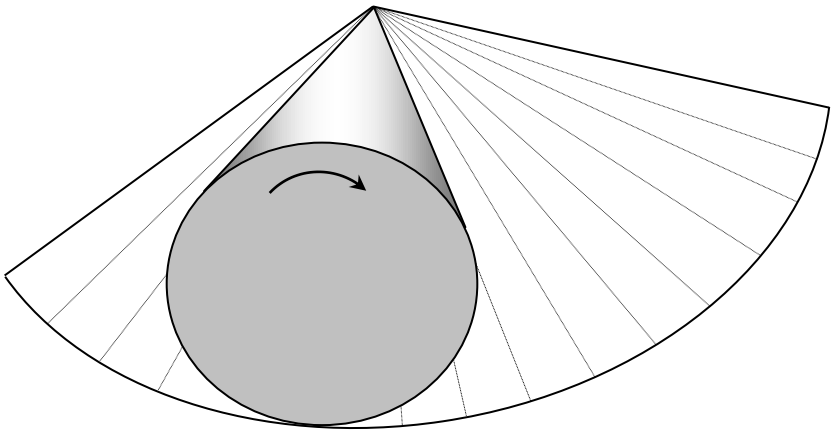
Riferendoci al disegno: **l'ipotenusa VA** del triangolo rettangolo VAM genera la **superficie laterale** del cono, **il cateto AM** genera la **superficie di base**, cioè un cerchio.

V è il **vertice** del cono, M è il **centro della base**, VM si dice **altezza**, MA **raggio** e VA **apotema**.

La retta VM è l'**asse** del cono.

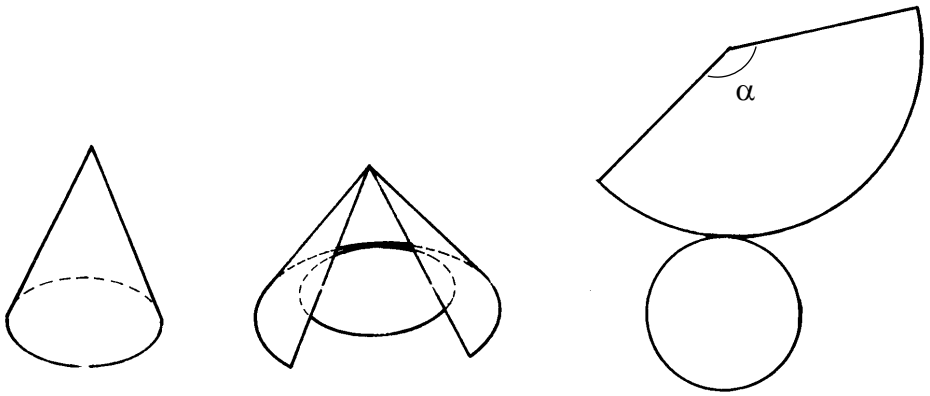
Lo **sviluppo del cono** ed è formato da un cerchio e da un settore circolare che ha per raggio l'apotema del cono.

Per ottenere lo sviluppo della superficie laterale del cono si appoggia il cono su un piano lungo un suo apotema e si fa compiere alla circonferenza di base un giro completo, tenendo fisso il vertice.



Il CONO

Rifletti sul disegno seguente. Evidenzia con uno stesso colore le linee che, nella rappresentazione del cono e nel suo sviluppo, si corrispondono e quindi hanno la stessa lunghezza.



Area totale A_t della superficie del cono

Consideriamo un cono di raggio di base **r** e apotema **a**. La superficie di base è un cerchio e la superficie laterale è un settore circolare.

- l'arco del settore circolare corrisponde.....
- il raggio del settore circolare coincide con .....
- Se α è l'ampiezza dell'angolo del settore, l'arco del settore circolare rappresenta $\frac{\alpha}{360°}$ di tutta la circonferenza di raggio **a**.

Dunque, $\frac{\alpha}{360°} \cdot 2\pi a = 2\pi r \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = \frac{r}{a} \cdot 360°}$

Area bi base: $A_b = \pi r^2$

Area laterale

L'area laterale è quindi l'area di un settore circolare di raggio **a**, di ampiezza **α** e di arco **2πr**.

$A_\ell = \frac{\alpha}{360} \cdot a^2\pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_\ell = \pi \cdot r \cdot a}$

Il CONO

Il rapporto tra l'area del settore circolare e l'area del cerchio è uguale al rapporto fra l'arco e la circonferenza, cioè:

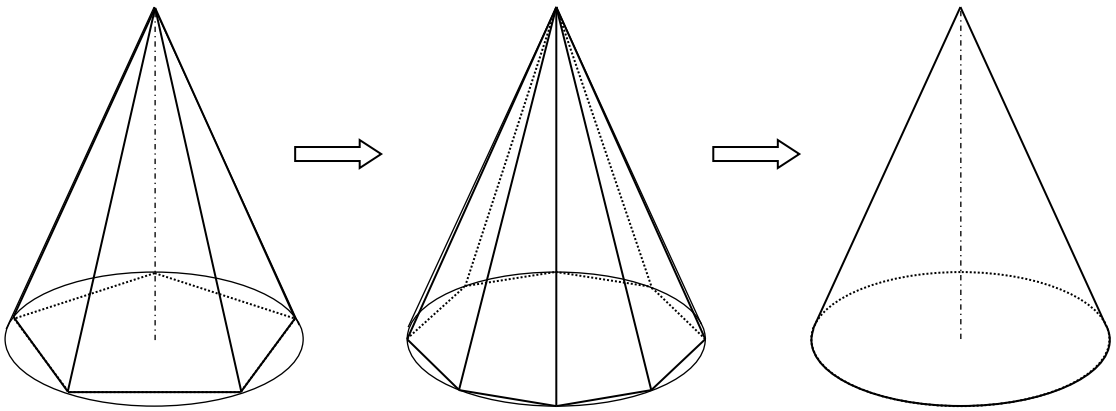
$$\frac{A_\ell}{a^2 \cdot \pi} = \frac{2r\pi}{2a\pi} \quad \Rightarrow \quad \boxed{A_\ell = \pi \cdot r \cdot a}$$

Area totale: $\boxed{A_t = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot a}$

Volume del cono

In ogni cono può essere inscritta una piramide regolare avente per base un poligono regolare inscritto nella base del cono.

Aumentando il numero di lati del poligono la piramide "approssima sempre meglio" il cono.



Possiamo quindi immaginare il cono come una piramide regolare avente per base un poligono con "tantissimi" lati.

Il CONO

Il volume del cono si calcola perciò come quello della piramide.

$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$, cioè

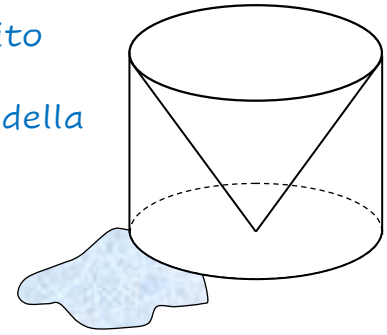
$$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot h}{3}$$

PROBLEMI SUL CONO E SUL CILINDRO

1. Disegnare, in grandezza reale, lo sviluppo di un cono circolare retto che abbia diametro del cerchio di base 4,5 cm e altezza 3 cm.

2. Il settore circolare che rappresenta lo sviluppo della superficie laterale d'un cono ha un'ampiezza di 90°. Disegnare, in grandezza reale lo sviluppo della superficie totale del cono sapendo che ha per base un cerchio di raggio 2 cm.

3. In un contenitore cilindrico, alto 10 cm e riempito fino al bordo di acqua, è stato inserito un cono della stessa altezza e con la stessa base, così come appare dalla figura. Inserendo il cono sono fuoriusciti 74 cm^3 di acqua. Trova l'area totale del cono.



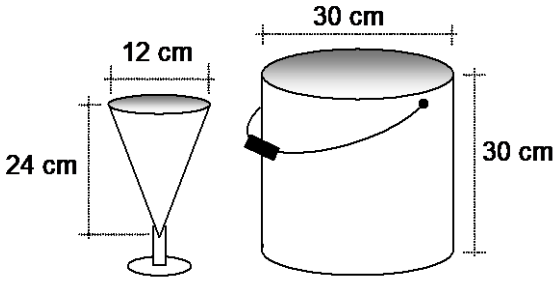
4. **Chissà?**

   È possibile che un cilindro ed un cono che hanno ugual base ed ugual altezza abbiano anche ugual area laterale?

   Verifica nel caso in cui il raggio di base comune è di 5 cm.

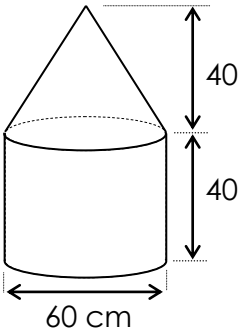
5. **a)** Calcola la capacità del bicchiere conico.

b) Se il contenuto di 5 bicchieri colmi venisse versato nel recipiente cilindrico, quale altezza raggiungerebbe il liquido?



6. Questo oggetto è stato ottenuto incollando assieme un cono e un cilindro aventi la stessa base e la stessa altezza. Calcola il suo volume e la sua area totale. Calcola il rapporto tra il volume del cono e quello del cilindro.

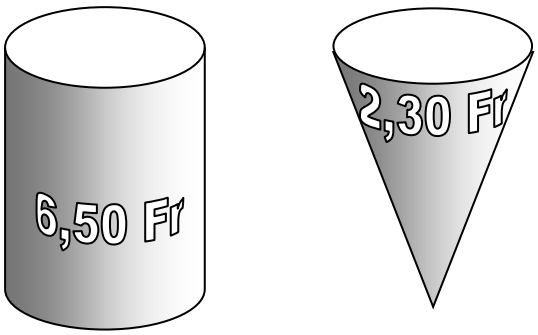
(È un risultato che potevi immaginare?)



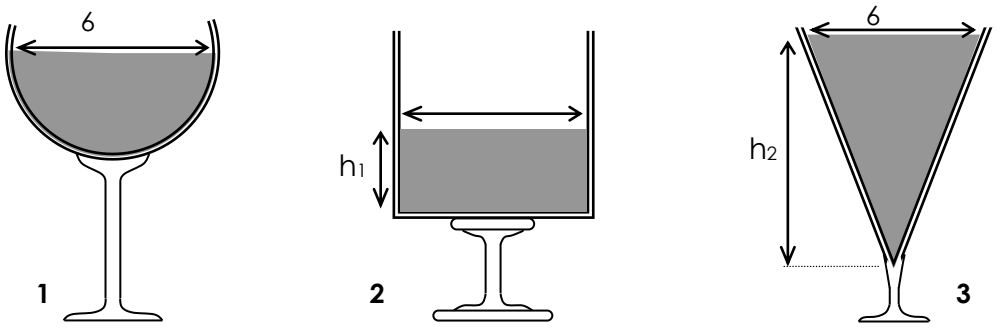
PROBLEMI SUL CONO E SUL CILINDRO

7. Un venditore di POP-CORNS ha sostituito gli imballaggi cilindrici con degli imballaggi conici (stessa altezza, stesso diametro).

Chi ci guadagna: il venditore o il cliente?



8. I tre bicchieri contengono tutti la stessa quantità di succo d'arancia.



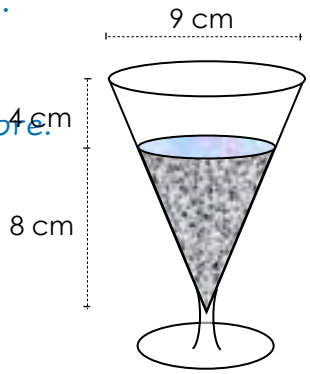
La parte piena del primo bicchiere ha la forma di una semisfera, quella del secondo è cilindrica e la terza è conica.

Calcolare le altezze h_1 e h_2 del succo nei bicchieri 2 e 3.

9. Un bicchiere conico è riempito fino a 4 cm dal bordo superiore.

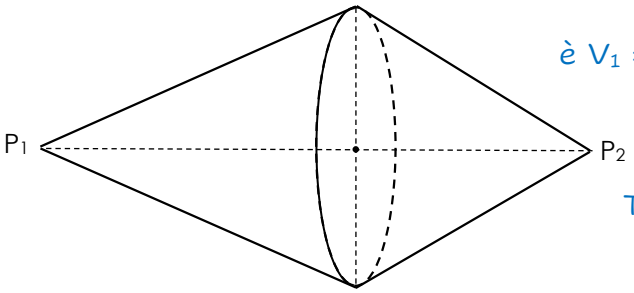
a) Calcola la quantità di liquido contenuta.

b) Calcola il volume della parte rimasta vuota.



10. Un solido è formato da due coni con la base comune. Il volume di uno dei due è $V_1 = 150\ cm^3$ e la sua altezza è $h_1 = 8$ cm. L'area laterale dell'altro cono è $A_2 = 100\ cm^2$.

Trova la distanza $P_1\ P_2$ tra i vertici dei due coni.



11. L'area della superficie laterale di un cono che ha come base un cerchio con il raggio di 6 cm è di $136\pi\ cm^2$. Calcolare il volume del cono.

12. Il volume d'un cono che ha come base un cerchio con il diametro di 48 cm è di $1920\pi\ cm^3$. Determinare l'area della sua superficie laterale. Quanto misurerà l'angolo al centro del settore circolare che genera la superficie laterale?