Serie 4 – Le disequazioni – problemi con le disequazioni. **5 novembre 2015**

Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni, specificando l'insieme soluzione nei tre modi visti, disuguaglianza, sulla retta numerica e intervalli .

75 $x - 4(x+2) \leq 2x - [x - (3 - 4x)]$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

76 $x\left(1 - \frac{1}{3}x\right) < -\frac{1}{3}x^2 + 2$ $[x < 2]$

77 $6x + 7 > \frac{1}{3}(9x - 3)$ $\left[x > -\frac{8}{3}\right]$

78 $\frac{3}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right) > 2\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right)$ [impossibile]

80 $3\left[(x+3) + \frac{1}{3}x\right] < 7x$ $[x > 3]$

81 $\frac{7x-1}{2} > -\frac{2x+1}{4}$ $\left[x > \frac{1}{16}\right]$

82 $\frac{x-3}{10} + \frac{1}{2}\left(x - \frac{2}{3}\right) > \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right)$ $\left[x < -\frac{9}{2}\right]$

83 $(x-1)(x+2) + (1-x)(2x+3) \leq 2 - x^2$ $[\forall x \in \mathbb{R}]$

84 $5(3 - 4x) + 14x - \frac{11}{6} < -10x - \frac{10}{3}\left(\frac{8x - 15}{20}\right)$ $[x < -2]$

85 $(x-1)(x+1) - (x-3)^2 < 3$ $\left[x < \frac{13}{6}\right]$

86 $(x-1)^2 - 3x < (x-3)(x+3)$ $[x > 2]$

87 $4(5x-1) + 2(3x+1)^2 > 3x(6x+5) - 2x - 3$ $\left[x > -\frac{1}{19}\right]$

88 $(2x-1)^2 - 3(2+x) \leq (2x+3)(2x-3) + 2(x+3)$ $\left[x \geq -\frac{2}{9}\right]$

89 $(3x-1)(3x+1) - \left(1 - \frac{1}{2}x\right)^2 + \frac{1}{4}(x+1)^2 - 9x^2 < 0$ $\left[x < \frac{7}{6}\right]$

90 $x^2(2-x) + (x-2)^3 \leq -5(1-2x) + (2x+1)(1-2x)$ $[x \leq 2]$

91 $\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 - (x+1)^2 < -\left[1 - \left(\frac{2x+1}{6}\right)\right] + \frac{1+2x}{3}$ $\left[x > -\frac{1}{16}\right]$

92 $\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{3}x\right)^2 < \frac{5}{9}x(x-2) + \left(x - \frac{4}{9}x\right)4x$ [impossibile]

110 $\left(\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right)^{-1} - \left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right)^{-1} + x + 1 < 0$ $\left[x < \frac{4}{9}\right]$

111 $(x-1)^3 - (x+1)^3 + 6x\left(x - \frac{1}{2}\right) < (x-1)^2 - (x+1)^2$ $[x < 2]$

112 $\left[\frac{1}{2}x - \left(\frac{1}{4}x + 1\right)^2 + \left(1 + \frac{1}{4}x\right)\left(-\frac{1}{4}x + 1\right)\right]x + \left(1 + \frac{1}{2}x\right)^3 - \left(\frac{3}{4}x^2 - 1\right) > 0$ $\left[x > -\frac{4}{3}\right]$

113 $x(x-2)(x-3) - (1+x)(x-1) \geq \frac{3}{2}[(2x+1)^2 - (2x-1)^2] - (2-x)^3$ $\left[x \leq \frac{1}{2}\right]$

Risolvi i seguenti problemi utilizzando le disequazioni.

1) Matilde si chiede quanti giorni al massimo di vacanza può passare in Sardegna con degli amici, sapendo che ha a disposizione 1 000 CHF e che il costo giornaliero a persona per l'affitto dell'appartamento è di 35 CHF mentre per il vitto è 15 CHF.

2) Quale albergo è più conveniente?
   Voglio passare un fine settimana in una notissima località balneare, e devo scegliere tra le seguenti proposte:
   i) Hotel Monte Bianco:
   Camera 80 CHF/giorno; colazione 10 CHF/giorno; parcheggio obbligatorio 40 CHF per tutto il soggiorno.
   ii) Hotel Parador:
   Camera 90 CHF/giorno; colazione 15 CHF/giorno; parcheggio obbligatorio 10 CHF per tutto il soggiorno.
   Calcola per quanti notti è più conveniente l'Hotel Monte Bianco?
3) Per qual e valore di **m** la frazione $\frac{4m-3}{3m+2}$ diventa impropria?
4) Determina per quale valore di b l'equazione (4 – b) x – 5 = 0 ammette una soluzione positiva?
5) Nello svolgimento di quattro test, Pierino ha riportato i seguenti punteggi 78, 81,79 e 76. Quale punteggio deve raggiungere nel quinto test per avere complessivamente una media maggiore di 80? [x > 86]
6) Per noleggiare un'automobile, una compagnia offre due opzioni:
   - Opzione A si paga una quota fissa di 15 CHF in più 0,20 CHF per km percorso.
   - Opzione B si paga una quota fissa di 10 CHF in più 0,25 CHF per km percorso.

Calcola:

   a) Fino a quanti km è più conveniente l'opzione B?
   b) Con 60 CHF quale delle due proposte mi permetterebbe di percorrere il maggior numero di km?
   c) Verifica i tuoi dati rappresentando la situazione su un grafico con GeoGebra.
7) I lati di un triangolo misurano in metri, rispettivamente 2x, x + 2 e 8 m. Per quale valore di x il triangolo ha il perimetro minore di 1000 m? Q quali condizioni i lati si possono costruire? A quali condizioni esiste il triangolo?
8) Voglio ricamare un quadrato con all'interno quattro semicirconferenze, come riportato nella figura e ho a disposizione un filo colorato di 5m di lunghezza. Quali possibili dimensioni deve avere il quadrato affinché il ricamo sia realizzabile?
   Utilizzerai maggio filo per i lati del quadrato o per i ricami interni delle semicirconferenze?

