Le Funzioni.

BM3 pag. 53 – 69; esercizi pag. 129 – 147.
LM Cap. Insiemi Pag.141 -142; 146 -148; 154 – 155
LM Esercizi: pag. 1723 -176 es. 162 -173; pag. 182 -184 es. 207 -234
Pag. 193 -194 es. 296 -305
LM Cap. Funzioni.

1) Ripresa sugli Insiemi.

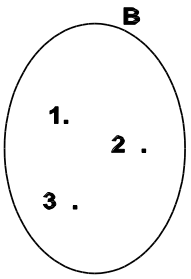
Ricorda un insieme può essere definito per:.....

.....



A =

A =



B =

B =

Definisci nel modo mancante:

$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x < 20 \ \wedge \ x \in M_5\}$; $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < +6\}$

C = { } D = { }

$E = \left\{1\,; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}; \frac{1}{6}\right\}$; $F = \left\{-\sqrt{3}\,; -\sqrt{2}\,; -\frac{3}{29}\,; 0\,; \frac{1}{2}\,; +1\,; \ldots\ldots; +\sqrt{3}\right\}$

$D_{20} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; $D_{10} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$;;

Cosa puoi dire degli ultimi due insiemi?

.....

Rappresenta gli insiemi D_{20} e D_{10} con un unico diagramma di Venn.

Fa un esempio d'un insieme vuoto.

.....

Ricorda l'insieme vuoto è sottoinsieme d'ogni insieme.

Quanti sono i possibili sottoinsiemi d'un insieme? 😉

……

……

……

Operazioni con gli insiemi.

Determina per elencazione:

$C \cup D = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;$ $C \cap D = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;$

$C \setminus D = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;$ $D \setminus C = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

Rappresenta le quattro situazioni con un diagramma di Venn.

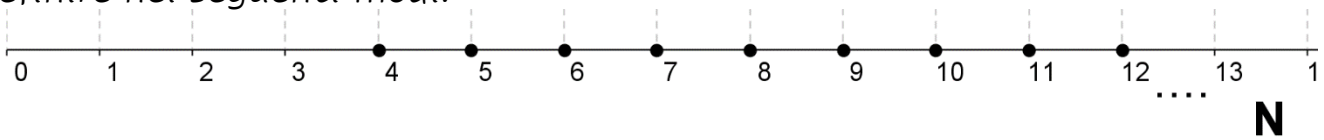


2) Gli Intervalli.

Un altro modo per definire un insieme è quello di considerare l'intervallo nel quale gli elementi sono racchiusi.

Esempio.

Sulla retta numerica ho segnato l'insieme G dei punti, che possiamo definire nei seguenti modi:



i) **Per elencazione.**

$G = \{4; 5; 6; 7; 8; \ldots\}$ Attenzione l'insieme ha un numero **infinito d'elementi**.

ii) **Per caratteristica.**

La caratteristica che possiede ogni elemento è quella

……

Matematicamente scriveremo:

$G = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 4\}$ **oppure** $G = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 3\}$

iii) Con il diagramma di Venn.

iv) Con gli intervalli.

Prendo in considerazione l'intervallo nel quale sono definiti gli elementi, nel nostro casa da quattro **compreso** a infinito, matematicamente scriveremo: G: $x \in [4; \infty[$ e si legge da 4 compreso a infinito **non compreso**.

oppure G: $x \in]3 ; \infty[$ e si legge da 3 non compreso a infinito non compreso. Ricorda:

a) [: la parentesi quadra rivolta verso l'interno indica che l'elemento **è compreso** nell'insieme. (corrisponde ai simboli $\leq ; \geq$)

b)] : la parentesi quadra rivolta verso l'esterno indica che l'elemento è **non compreso** nell'insieme.

Attenzione **l'infinito** non è mai compreso.

(corrisponde ai simboli $< ; >$)

Definisci con gli intervalli i seguenti insiemi.

$H = \{x \in \mathbb{Z} | -4 < x \leq +8\}$ che si legge: .....

$H_1 = \{x \in \mathbb{Q} | -4 < x \leq +8\}$; $H_2 = \{x \in \mathbb{R} | -4 < x\}$; $H_3 = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -4\}$

Definisci per elencazione i seguenti intervalli:

M_1: $x \in \mathbb{N} ; x \in [2 ; 9[$; M_2: $x \in \mathbb{N} ; x \in]2 ; 9]$; M_2: $x \in \mathbb{N} ; x \in [2 ; \infty[$;

M_4: $x \in \mathbb{Z} ; x \in [-2 ; +9[$; M_5: $x \in \mathbb{Z}; x \in]-\infty ; +9]$; M_6: $x \in \mathbb{Q}; x \in]-\frac{32}{4} \infty[$;

Quali vantaggi possiede la definizione con gli intervalli? Cosa bisogna assolutamente definire?

.....

.....

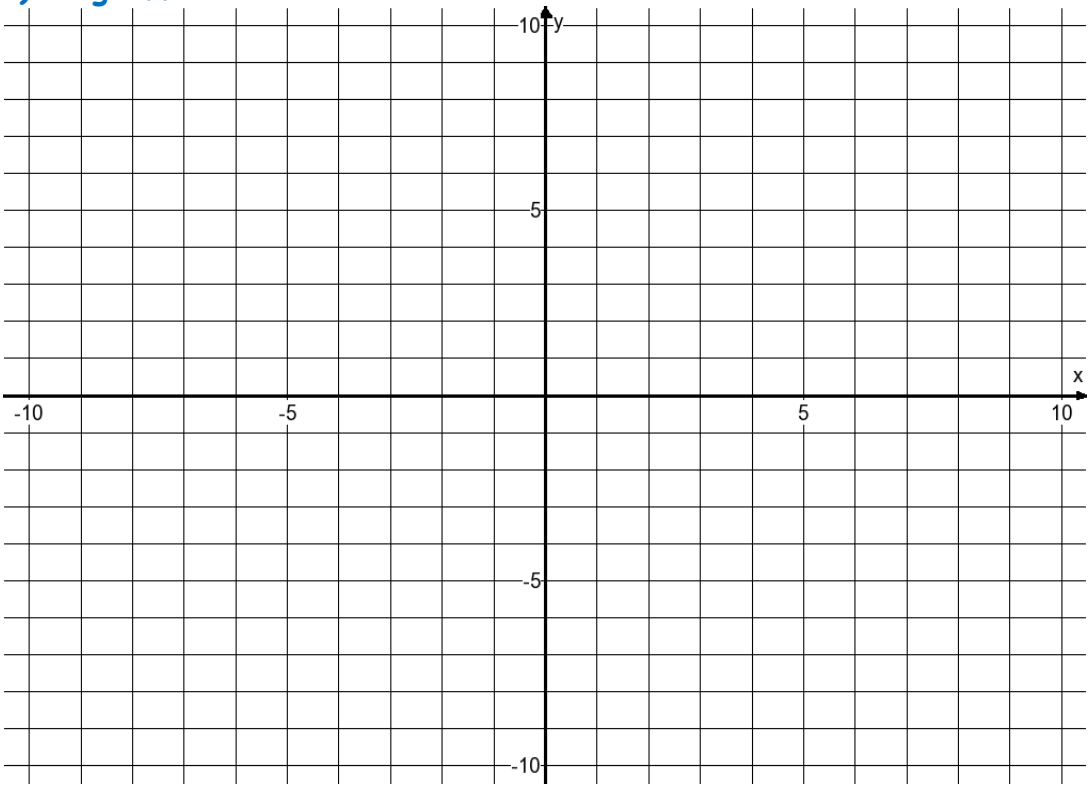
.....

.....

.....

3) Situazioni introduttive – Lettura di grafici. BM1 Teoria 53 – 56; es 129 – 130.

a) Un graffito sul muro cartesiano



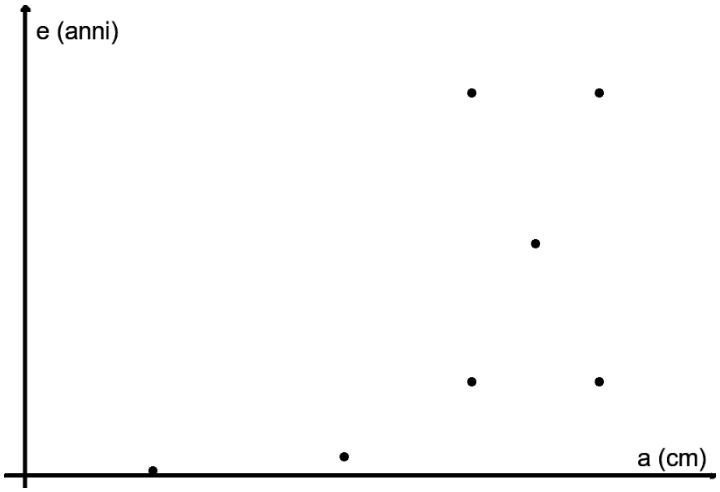
Calcola le coordinate dei punti A, B, … , Z, definite nella tabella in basso.
Segna i punti nel diagramma cartesiano.

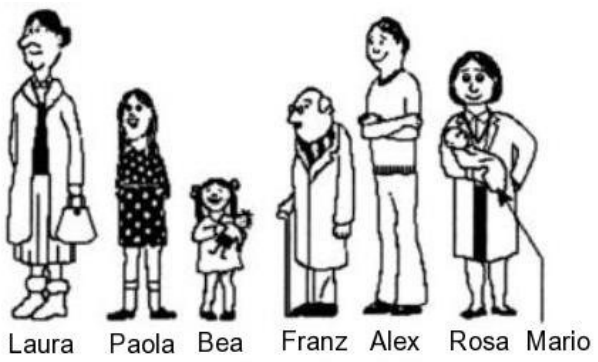
Punto (x ; y)	definizione di x	definizione di y	Punto (x ; y)	definizione di x	definizione di y
A	x = 5 + (-15)	y = -5 + 11	B	x = -27 : (+3)	y = 24 : (-24)
C	x = -20 + 12	y = -12 + 15	D	x = -42 : (-3 + 10)	y = -1 - 1
E	-5 + x = -11	$2^y = 64$	F	$x = (3^{17} : 3^{17}) \cdot (-4)$	$y = \sqrt{16}$
G	x = 60 : (-12)	y = 88 + (-88) - 3	H	x = -3	y = x - 1
I	x = -16 + 5 · 3	y = 18 + 6 · (-3)	J	x = y + 5	y =[3·(-4) – 3] : 3
K	x + 7 = 7	-8 + y = -3	L	x = -(-1 + 3)	y = x + 5
M	x + y = 0	$y = (-9 + 27^2) : (-9 + 27^2)$	N	(5 + x) · 5 = 30	y = 2 · x
P	x = 90 : (-10) + 11	y = x - 2	Q	x = -9· 7- 21·(-3)	y = [8·(-5) - 4·(-9)]:2
R	$x = \sqrt{49} - 1$	x + y = 10	S	x = y - 1	(y + 7) : 2 = 6
T	x + 6 = 10	y + 12 = 10	U	x = 3·(-9) - (-8)·4	y = 24:(-6) - 4
V	x = (-7)· 2 + 17	y = -20 – 5·(-2)	W	x = -24 : 6 + 6	y = (-24):(-6) - 8
X	x = 20 : (-20)	y + 7 = 0	Y	x = -20 - (-20 + 3)	y = 3·x - 1
Z	$x = \sqrt{25} - 2\sqrt{25}$	$y = \sqrt{49} - 2\sqrt{49}$			

Collega: ABCDE FGH HIJ KLMNPQ RSPT TUVW HXYZH, ogni spezzata con un altro colore. Leggi il messaggio. ?.....

b) La scampagnata

- I sette componenti d'una famiglia effettuano una gita; sono pronti per la foto-ricordo. Ad ogni punto del grafico assegna il nome della persona che gli corrisponde.





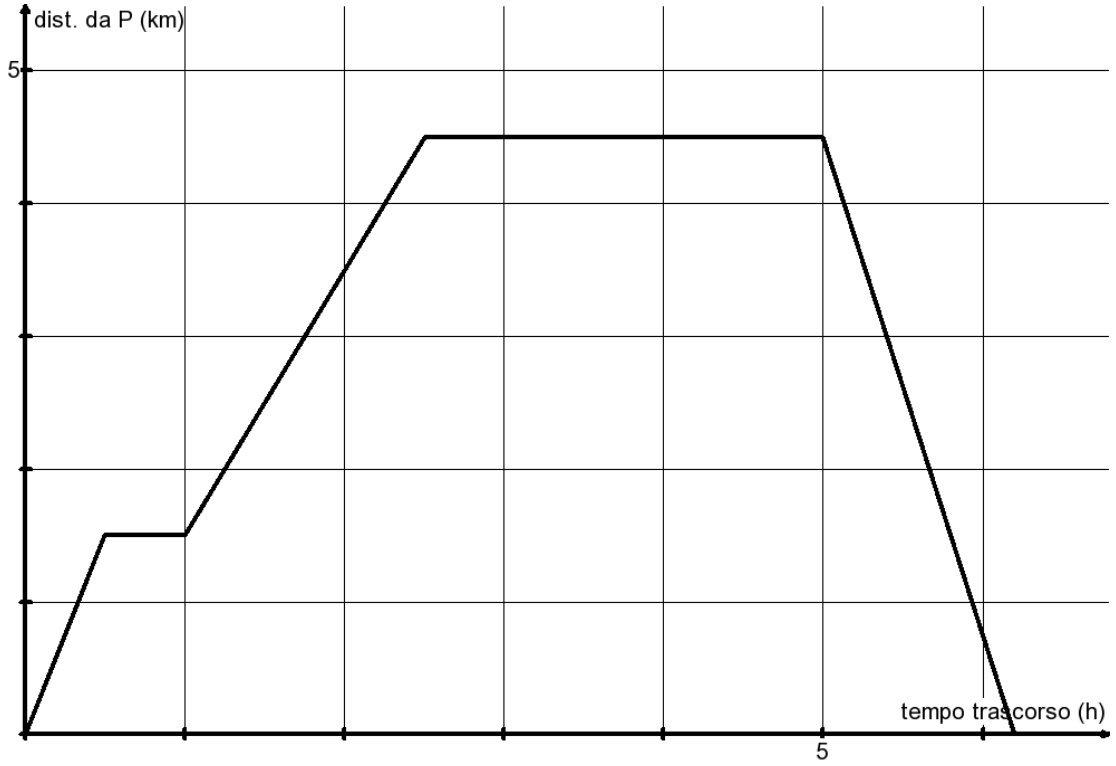
Ogni punto (a ; e) nel diagramma contiene le informazioni riguardanti l'altezza **a** e l'età **e** della persona cui si riferisce.

Quali sono le grandezze prese in considerazione?

.....

In quanti modi potevano mettersi in colonna i sette partecipanti, tenuto presente che Mario era in braccio a mamma Rosa?

- Il grafico qui sotto rappresenta la posizione dei partecipanti rispetto al punto di partenza **P**. La gita inizia alle 9:30; descrivi i 5 momenti principali con i relativi tempi.



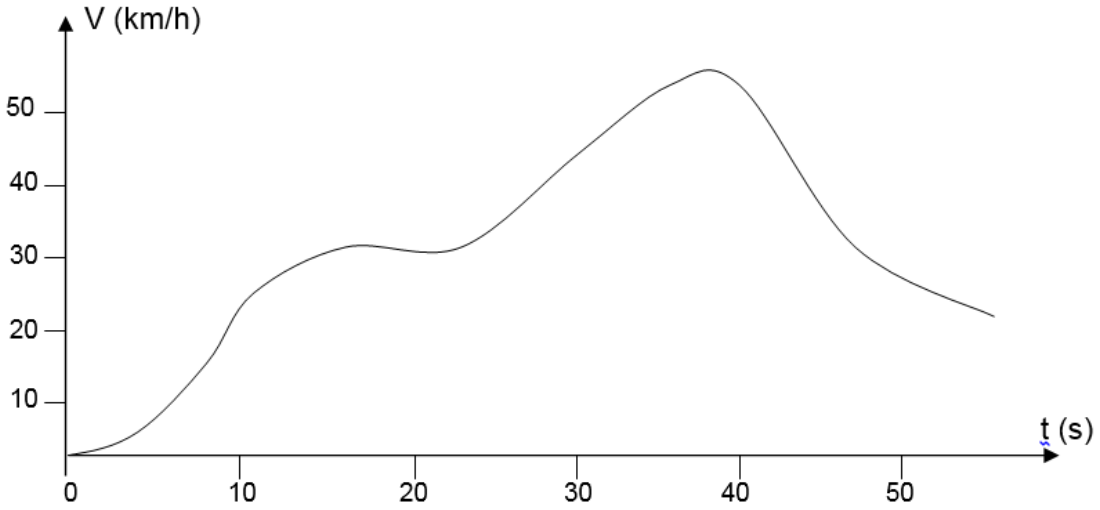
(Illustrazione da A.J. Baroody, R.T. Coslick, *Fostering Children's Mathematical Power*, Lawrence Erlbaum Associates, 1998)

- ❖ Primo momento: ……
- ❖ Secondo momento: ……
- ❖ Terzo momento: ……
- ❖ Quarto momento: ……
- ❖ Quinto momento: ……
- ❖ Qual è stata la velocità media durante l'escursione? ……
- ❖ Quali sono le grandezze prese in considerazione?……

……

c) La velocità del ciclomotore.

Nel grafico seguente è riportata la velocità di un ciclomotore (in km/h) in funzione del tempo trascorso dalla partenza (in s).



Analizza il grafico e rispondi alle domande seguenti:

- ❖ Quanto vale la velocità all'inizio del viaggio?

……

- ❖ Qual è la velocità dopo 50 secondi dalla partenza?

……

- ❖ Dopo quanti secondi il ciclomotore raggiunge la velocità massima e quanto vale?

……

- ❖ Come varia la velocità tra 0 s e 10 s?

……

- ❖ E tra 40 s e 50 s?

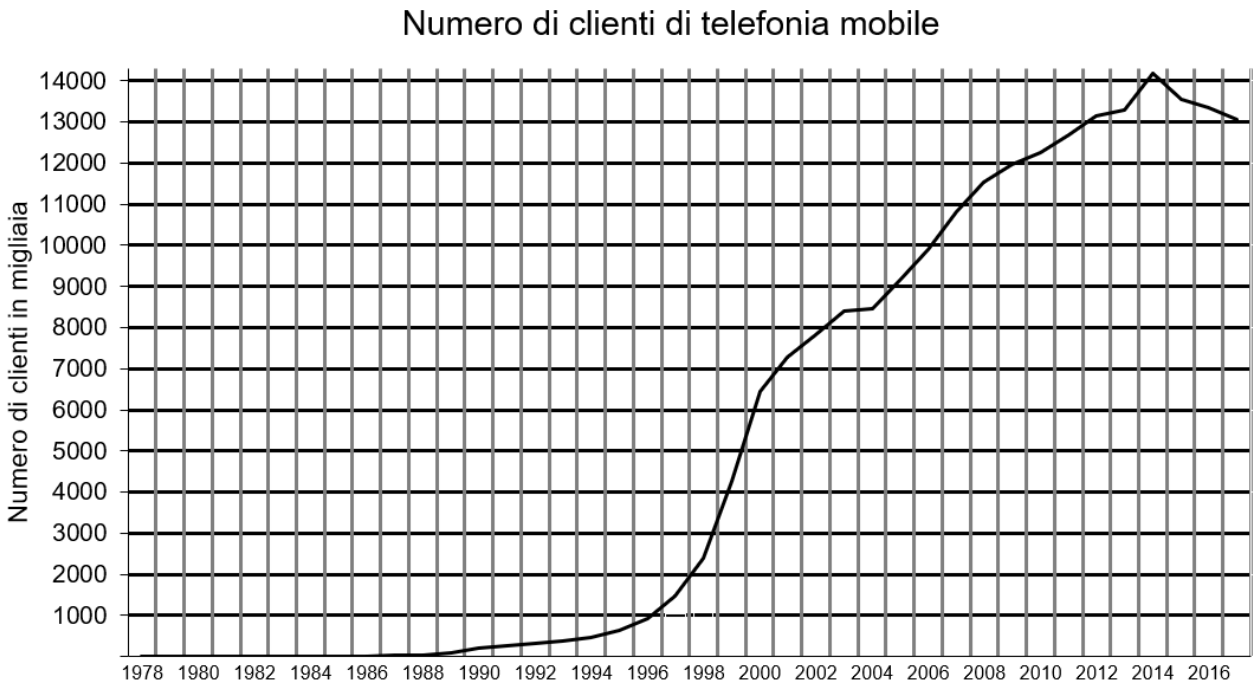
……

- ❖ Quali sono le grandezze prese in considerazione? ……

……

d) La telefonia mobile.

Il grafico mostra l'evoluzione dei clienti della rete telefonica mobile in Svizzera dal 1978 al 2017.



❖ Quale prima lettura dai a questo grafico?

.....

❖ Nel corso di quale anno si sono raggiunti due milione di clienti? E 13 milioni?

.....

❖ Stima il numero di clienti nel 1995, nel 2003 e nel 2010.

.....

❖ Nel corso dell'anno 2008 quanti nuovi clienti ci son stati?

.....

❖ In quali anni si nota un cambiamento di tendenza?

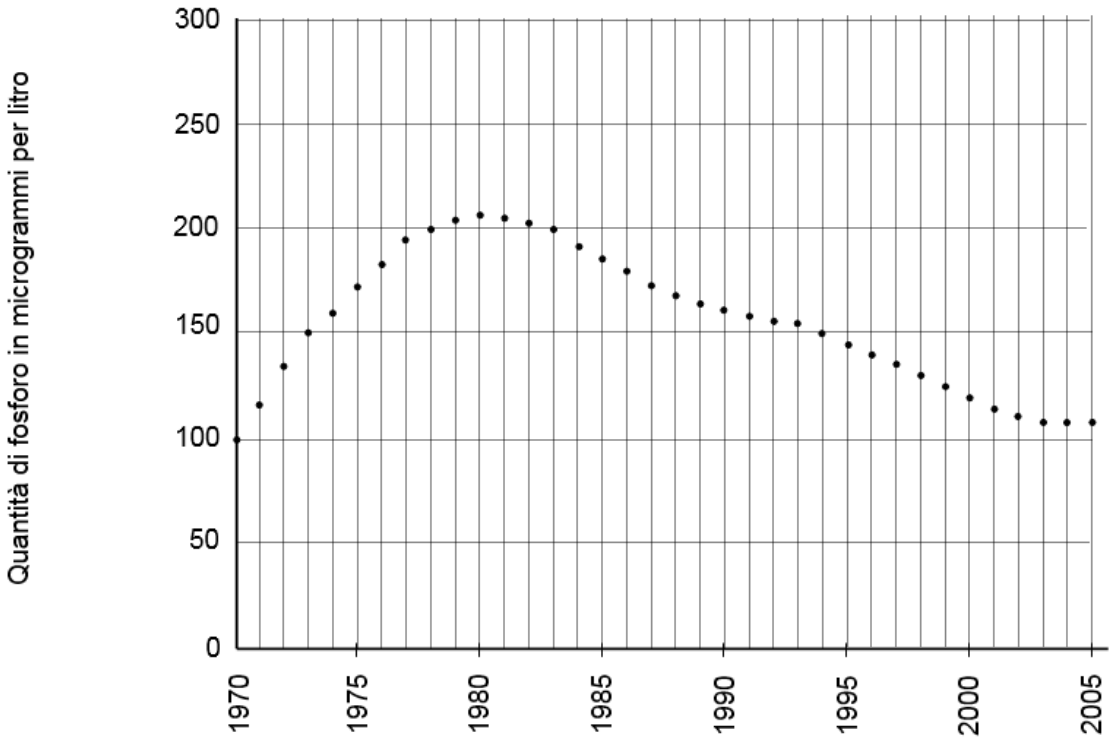
.....

❖ Quali sono le grandezze prese in considerazione?

.....

e) La concentrazione di fosforo nell'acqua

Ecco un grafico relativo alla misurazione delle quantità di fosforo nell'acqua del lago di Zugo, in microgrammi per litro (μg/L), nel periodo che va dal 1970 al 2005 (dati dell'Ufficio Federale dell'Ambiente).



Rispondi alle seguenti domande:

- In quale anno si è avuta la maggior concentrazione di fosforo?

  .....

- Qual è il suo valore (in μg/L)?

  .....

- In quali anni si è avuta una concentrazione di 150 μg/L?

  .....

  .....

- Stima la concentrazione di fosforo nel 1975 e nel 1997.

  .....

  .....

- Descrivi l'andamento della concentrazione di fosforo dal 1970 al 1988 e dal 2000 al 2005.

.....

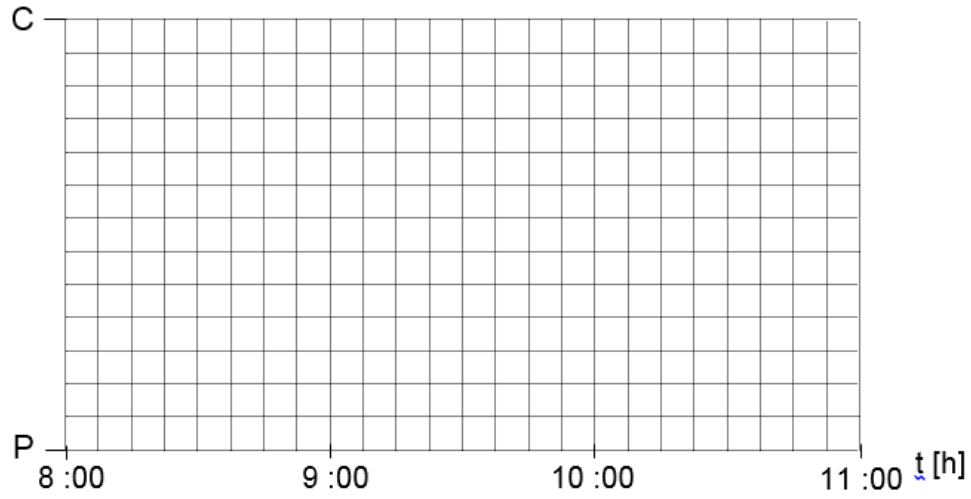
.....

Quali sono le grandezze prese in considerazione?.....

4) Risoluzione di semplici problemi da situazioni reali.BM3-pag.129–133 es.1 - 8

a) La gita di Paola e Alice

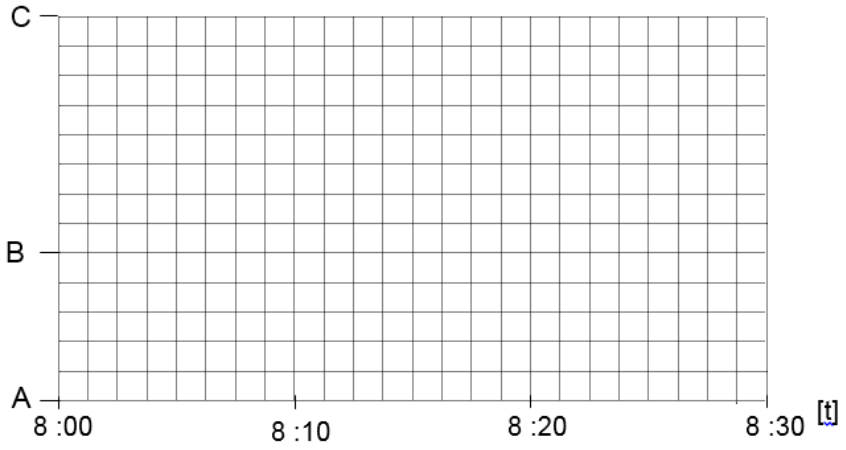
i) Paola parte alle 8:00 dalla piazza del villaggio (P) e sale lungo il sentiero fino alla capanna **(C)**. Arriva alla capanna alle 11:00.
Alice parte dalla capanna alle 8:30 e scende fino alla piazza del villaggio, lungo il medesimo sentiero, impiegando 2 ore. Entrambe camminano sempre con passo regolare e costante. A che ora s'incontrano Alice e Paola, e in quale punto del percorso?



.....

.....

ii) Le località A e B si trovano lungo la strada che porta in C. Lorenzo parte da A in ciclomotore alle 8:00 e va in C impiegando 20 minuti. Anna, con la bicicletta, parte da B e va in C impiegando lo stesso tempo di Lorenzo, ma parte da casa alle 8:05. Le velocità dei due mezzi di trasporto si suppongono costanti. In che istante s'incontrano Anna e Lorenzo?



.....

.....

Quali sono le grandezze prese in considerazione? .....

b) L'abbonamento alla stagione tennistica.

Per la pratica del tennis, una società sportiva offre le seguenti possibilità di pagamento:

a) 20 CHF per ogni ora di gioco.

b) Una tassa base di 150 CHF e 10 CHF per ogni ora di gioco.

c) Una tassa unica di 500 CHF.

Nel periodo estivo, un giocatore prevede di giocare 30 ore.
Quanto spenderebbe considerando ognuna delle tre possibilità di pagamento?
(Indica i calcoli svolti)

a) …… b) …… c) ……

Quanto spenderebbe se giocasse solo 10 ore?

a) …… b) …… c) ……

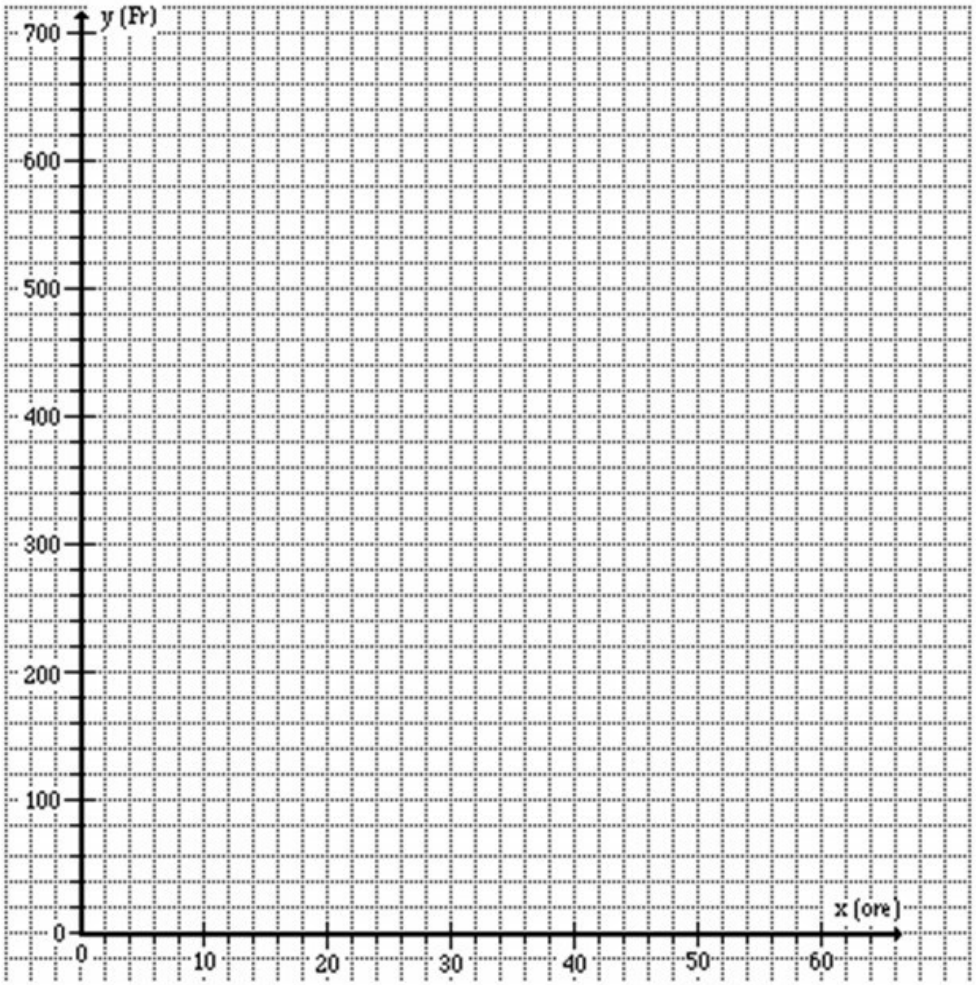
Quanto spenderebbe se giocasse 15 ore?

a) …… b) …… c) ……

Quanto spenderebbe se giocasse 24 ore?

a) …… b) …… c) ……

Rappresenta, nel seguente diagramma cartesiano, le coppie di valori che hai ottenuto (ore giocate, spesa totale). Utilizza un colore diverso per ciascuna offerta.



Possiamo raggruppare i dati in una tabella, nel seguente modo.

Variante **a**:

Numero di ore (x)	10	15	24	30	x
Franchi spesi (y)					

Nella casella grigia hai scritto la forma algebrica della funzione, cioè l'espressione letterale che ti permette di calcolare la spesa y per un numero qualsiasi di ore di gioco x.

Matematicamente scriveremo: **a**: x ⟼y = ...

Variante **b**:

Numero di ore (x)	10	15	24	30	x
Franchi spesi (y)					

Matematicamente scriveremo: **b**: x ⟼ y = ...

Variante **c**:

Numero di ore (x)	10	15	24	30	x
Franchi spesi (y)					

Matematicamente scriveremo: **c**:x ⟼ y = ...

Rispondi ora alle seguenti domande:

i) Quante ore si deve giocare affinché:

- l'offerta **a)** sia la più vantaggiosa? .....
- l'offerta **b)** sia più vantaggiosa? .....
- l'offerta **c)** sia più vantaggiosa? .....

ii) Quanto spenderei, per ognuna delle tre offerte, se in tutta la stagione estiva giocassi 50 ore? .....

iii) Se volessi spendere al massimo 450 CHF, con quale offerta potrei giocare il maggior numero di ore? Quante ore in più rispetto all'altra offerta?
(L'offerta **c)** è ovviamente esclusa)

.....

Quali sono le grandezze prese in considerazione? .....

c) La gita in bus.

Paolo prende a noleggio un bus per organizzare una gita alla quale dovrebbero prender parte in tutto tra le 10 e le 60 persone.
In tutto spenderà 600 CHF. In questo importo è inclusa la retribuzione dell'autista; la spesa verrà divisa in parti uguali tra tutti i partecipanti, compreso Paolo.

i) Spiega quali sono le informazioni che fornisce il punto A:

……

ii) Se invece i partecipanti sono 40, quale sarebbe allora il punto B che fornisce le informazioni per quest'altra situazione? Rappresentalo e spiega.

……

……

iii) Rappresenta anche il punto C, corrispondente ad un noleggio con il numero di persone triplo rispetto a quello del viaggio A. Spiega come hai fatto:

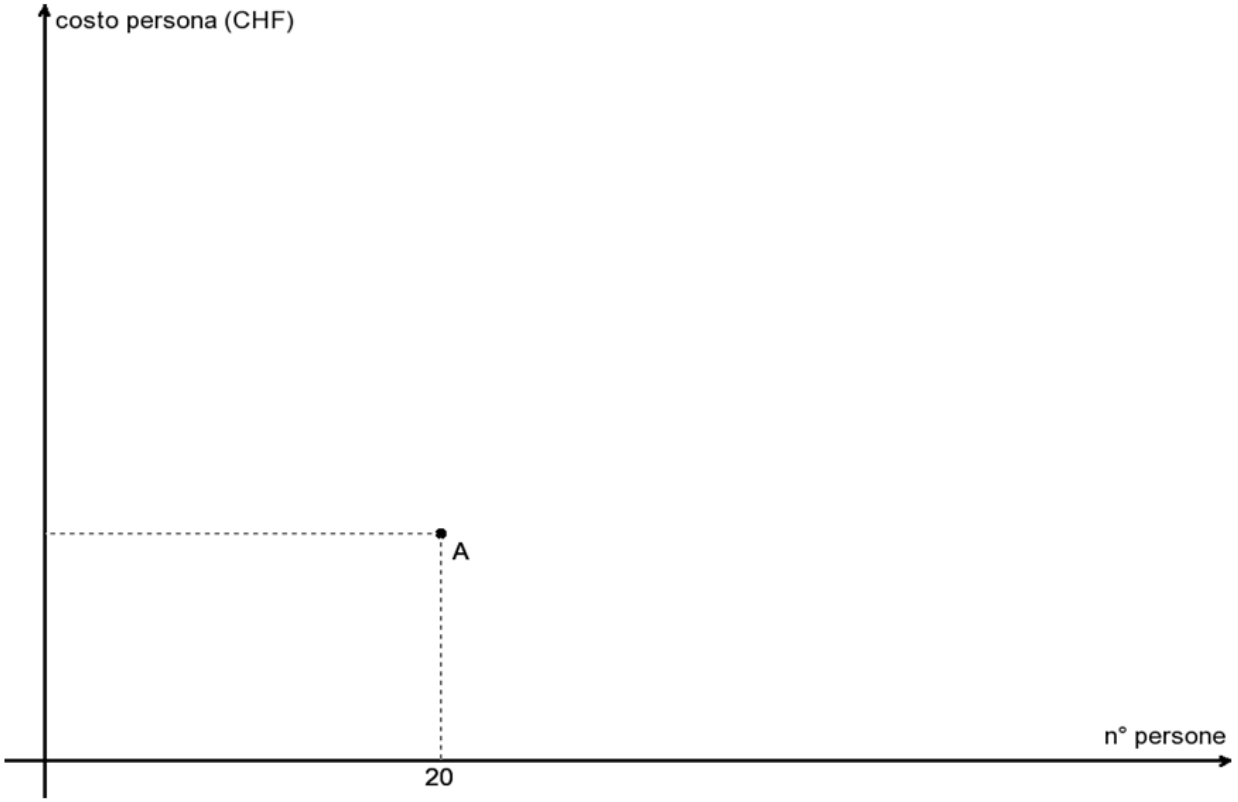
……

……

iv) Rappresenta D, corrispondente ad un viaggio con il numero di persone dimezzato rispetto a quello del viaggio del punto A. Spiega:

……

……

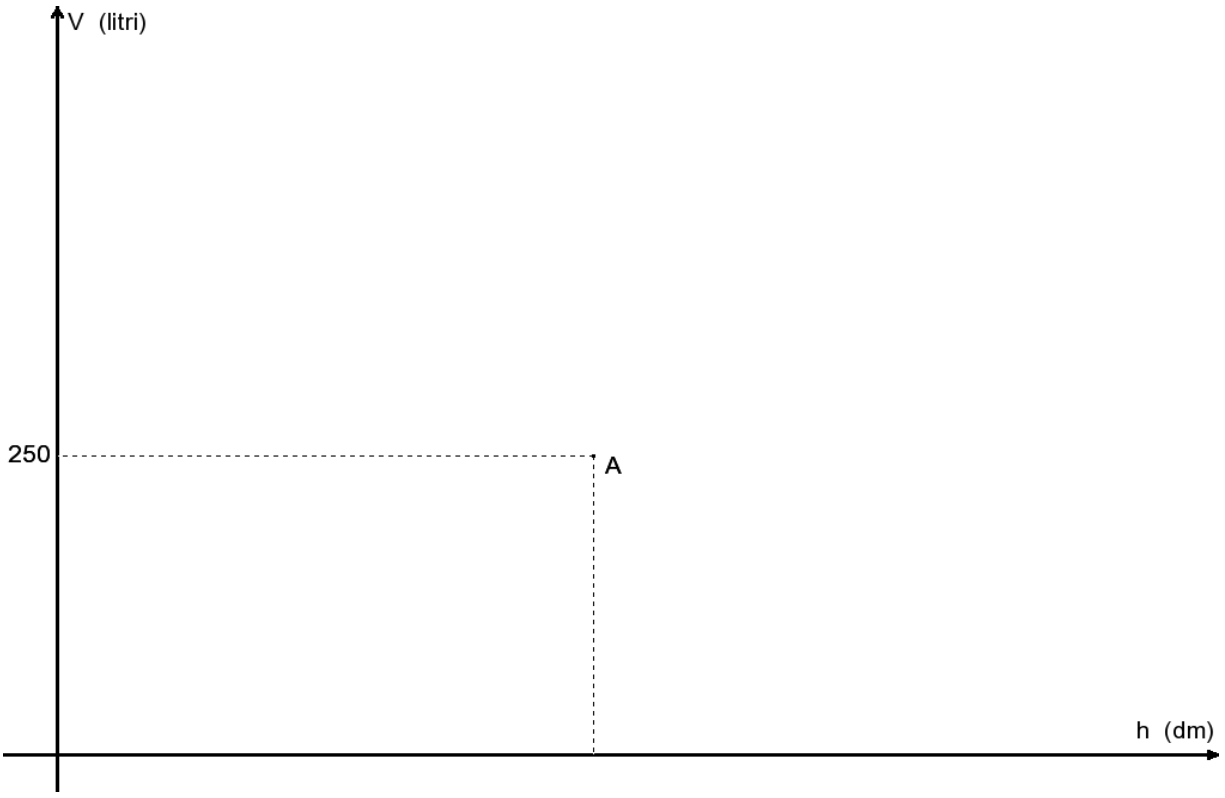


Scrivi la "formula" del costo **c** per persona in funzione del numero **n** di persone:

C = ……

Il bus ha un serbatoio a forma di parallelepipedo retto, la cui base è un rettangolo di dimensioni 1 m e 50 cm. La sua capacità è di 500 litri.

Il punto A informa che quando il carburante ha raggiunto il livello **h** = …… dm, il suo volume è **V** = 250 litri.



v) Rappresenta altri 4 punti B, C, D ed E nel grafico, corrispondenti alle seguenti situazioni:

B: il serbatoio è vuoto

C: il serbatoio è pieno

D: il serbatoio è pieno per $\frac{1}{5}$ della sua capacità

E: il serbatoio è pieno per $\frac{7}{10}$ della sua capacità

vi) Traccia il grafico della funzione che esprime il volume **V** del carburante (in litri) al variare del livello **h** (in dm).

vii) Completa **h:** $\longrightarrow$ **V** = ……

Quali sono le grandezze prese in considerazione? ……