30 Stabilire quali fra le seguenti coppie di grandezze sono fra loro direttamente proporzionali, quali inversamente proporzionali e quali non presentano legami di proporzionalità:

a) Velocità media e tempo impiegato per percorrere 100 km.

b) Quantità di carburante acquistato e spesa in Fr.

c) Misura del lato di un quadrato e perimetro del quadrato.

d) Statura di una persona e numero di scarpe indossate dalla stessa.

e) Misura dello spigolo di un cubo e volume del cubo.

f) Numero di piastrelle necessarie per pavimentare un locale e loro dimensione.

g) Allungamento di una molla e forza applicata alla stessa.

h) Misura del lato di un quadrato e area dello stesso.

i) Valore di un francobollo e dimensione dello stesso.

j) Velocità media e spazio percorso in 2 ore.

k) Profondità di una piscina e capacità della stessa.

l) Altezza di un pino ed età dello stesso.

m) Raggio di una ruota e numero di giri necessari per percorrere 1 km.

n) Raggio di un cerchio e area dello stesso.

o) Portata di un autocarro e numero di viaggi necessari per trasportare 50 tonnellate di materiale.

31 Completare le tabelle seguenti tenendo presente che si riferiscono a situazioni di proporzionalità diretta oppure inversa:

a	6	14	21	16
b	2,1	4,9		

c	4	2,4		1,6
d	0,75	0,8	0,85	

e	99	12	4,95	2,64
f	0,4	3,3		

g	5	2	1,5	
h	8	3,2		66

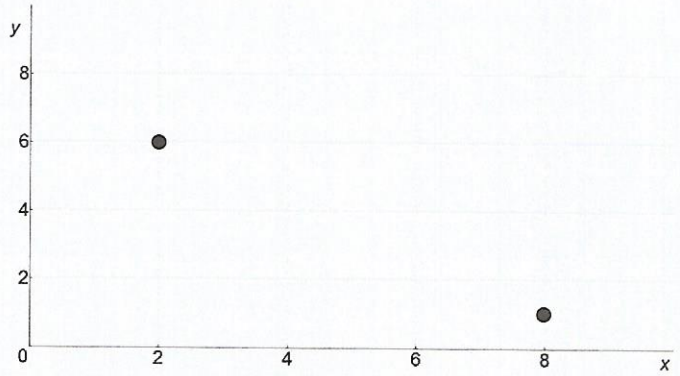
i	1	1,25		1,5
l	0,8	1	1,5	

m	8	2,8	32	2,1
n	7		1,75	

o	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$	
p	$\frac{12}{5}$	$\frac{9}{4}$		$\frac{9}{10}$

q	$\frac{12}{15}$	$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{10}$
r	$\frac{3}{10}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{1}{2}$	

32 Completare le corrispondenze e i diagrammi seguenti in modo tale da rappresentare situazioni di proporzionalità diretta oppure inversa:



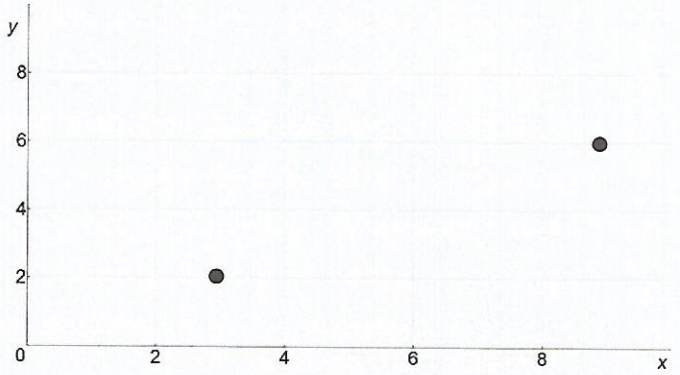
1 ↦ .....

4 ↦ .....

5 ↦ .....

..... ↦ 1,2

..... ↦ 24



2 ↦ .....

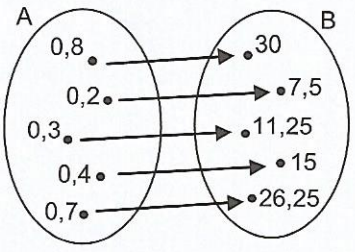
5 ↦ .....

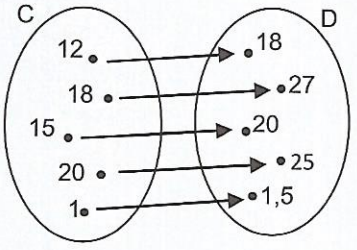
..... ↦ 5

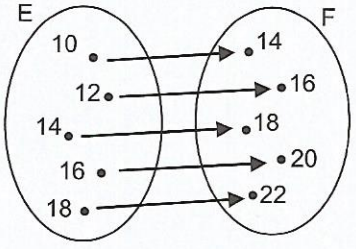
..... ↦ 7,5

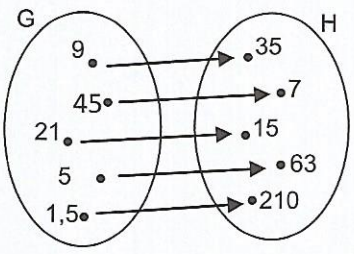
0,4 ↦ .....

33 Per ognuna delle seguenti rappresentazioni sagittali, redigere un diagramma cartesiano. Stabilire poi quali di esse potrebbero rappresentare una situazione di proporzionalità diretta, quali una situazione di proporzionalità inversa e quali né l'una né l'altra.

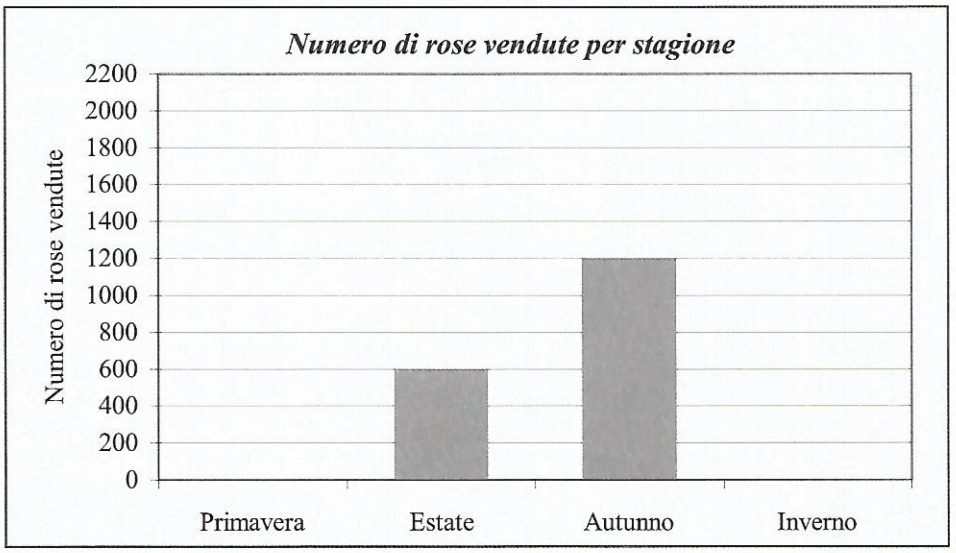




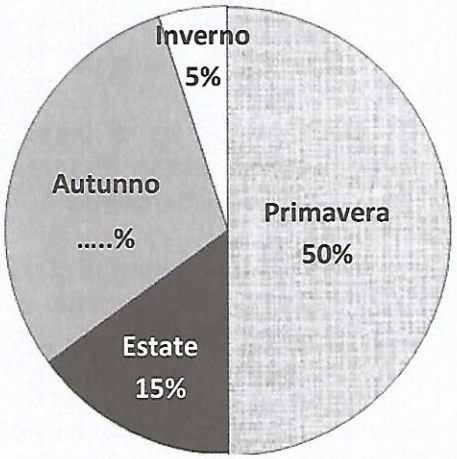




34 Le due rappresentazioni grafiche seguenti si riferiscono alla stessa situazione: la vendita di rose effettuata da un fioraio in un anno. Entrambe sono incomplete.



Vendita di rose *(suddivisione percentuale)*



a) Completare l'aerogramma con la percentuale mancante (autunno).

b) Calcolare il numero di rose vendute dal fioraio in un anno.

c) Completare l'istogramma con i rettangoli mancanti (primavera e inverno).

35 Risolvere i seguenti problemi precisando quali riguardano situazioni di proporzionalità diretta e quali situazioni di proporzionalità inversa.

a) La pavimentazione di una strada procede con una media di 150 m al giorno. Quanti giorni saranno necessari per pavimentare 4,5 km di tale strada?

b) Per la verniciatura meccanica di 6'000 piastrelle quadrate di ceramica di lato 40 cm occorrono 200 litri di una vernice particolare. Quante piastrelle dello stesso tipo, ma con lato di 30 cm, potranno essere verniciate con la stessa quantità di vernice?

c) Combinando 5 litri di idrogeno con 2,5 litri di ossigeno è possibile ottenere 4 g di acqua. Quanto ossigeno è necessario combinare con 22 litri di idrogeno? Quanta acqua si ottiene?

d) Per riempire un serbatoio vuoto della capacità di 100 hl occorre versare acqua per 3 ore e 20 minuti. Quanti litri d'acqua al minuto dovrebbero essere immessi nello stesso serbatoio vuoto per poterlo riempire in 40 minuti?

e) Da un litro di acqua marina si possono ricavare 38 g di sale. Quanti litri della stessa acqua marina sono necessari per ricavare 1 kg di sale?

f) Mezzo litro d'acqua viene versato in un recipiente vuoto con l'interno cilindrico: l'acqua raggiunge un livello di 20 cm rispetto al fondo del recipiente. Quale dovrà essere l'altezza interna minima di un secondo recipiente, pure con l'interno cilindrico ma avente l'area della base pari alla metà di quella del primo recipiente, per poter contenere la quantità d'acqua versata nel primo?

g) Con 17,5 kg di caramelle si possono confezionare 125 sacchetti uguali. Quanti di questi sacchetti si potrebbero confezionare con 14,7 kg di caramelle?

h) In un contenitore di plastica, il cui interno ha la forma di parallelepipedo rettangolo con base quadrata, sono versati 2,5 litri di olio. L'olio raggiunge un livello di 12 cm rispetto al fondo del recipiente. Quale dovrà essere l'altezza interna minima di un secondo recipiente, pure con l'interno a forma di parallelepipedo rettangolo con base quadrata, ma con il lato di base che misura la metà di quello del primo recipiente, per poter contenere la quantità di olio versata nel primo?

i) Due ruote dentate di un ingranaggio hanno rispettivamente 70 denti e 40 denti e sono combinate in modo che una trasmetta il movimento all'altra. Se la ruota di 70 denti compie 24 giri, quanti giri compie contemporaneamente quella di 40 denti? Ci sarà un momento in cui la ruota di 40 denti avrà compiuto il doppio dei giri rispetto a quella di 70 denti? Se sì, dopo quanti giri dell'una e dell'altra?

j) I tre membri del consiglio d'amministrazione di una piccola industria si dividono gli utili e a ognuno spettano 30'000 Fr. Quanto avrebbe ricevuto ognuno se i membri del consiglio d'amministrazione fossero stati 5 e gli utili fossero stati ripartiti in parti uguali?

36 Il rapporto di scala

Cartine geografiche, progetti edilizi e altre rappresentazioni grafiche sono spesso disegni in scala; questo significa che ***distanze lineari misurate sui disegni e corrispondenti distanze misurate nella realtà sono direttamente proporzionali.***

Per esempio, la scala 1:50 sta a significare che se la distanza di due punti A e B sul disegno è di 1 cm, la distanza dei due punti corrispondenti ad A e B nella realtà è 50 cm.

a) Su una cartina geografica in scala 1:20'000, la lunghezza di un ponte misura circa 3 mm. Quanto è lungo il ponte nella realtà?

b) Una parete è stata rappresentata su un progetto in scala con una lunghezza di 12,5 cm. Sapendo che nella realtà la parete è lunga 2,5 m, in quale scala è stato rappresentato il progetto?

c) Un terreno ha una superficie di 2'000 m^2. Che superficie occuperebbe se dovesse essere rappresentato su una mappa in scala 1:400?

37 La densità

Il rapporto tra massa e volume di un oggetto (o di una sostanza) è detto densità dell'oggetto (o della sostanza).

Massa e volume di un oggetto o di una sostanza sono grandezze direttamente proporzionali.

a) Quale sarà approssimativamente la massa di un cilindro di ferro alto 20 cm con il diametro di base di 6 cm? (La densità del ferro è circa $7{,}9\ \frac{kg}{dm^3}$)

b) Quali saranno approssimativamente le dimensioni di un cubo in oro massiccio se la sua massa è 0,750 kg? (La densità dell'oro è circa $19{,}3\ \frac{kg}{dm^3}$)

c) Se si fondono assieme 20 cm^3 di rame e 250 g di stagno, quale sarà approssimativamente la densità del metallo che si ottiene?
(La densità del rame è circa $8{,}9\ \frac{kg}{dm^3}$; la densità dello stagno è circa $7{,}3\ \frac{kg}{dm^3}$)

38 Cambio di valuta

Cambiare una somma di denaro da una valuta A (per esempio franchi svizzeri) in un'altra B (per esempio dollari USA) è un'operazione di proporzionalità diretta. *Infatti, il rapporto tra somma di denaro in valuta A e corrispondente somma di denaro in valuta B è costante. Questo rapporto è la quotazione monetaria della valuta A rispetto alla valuta B al momento del cambio.*

a) Se si volessero cambiare 350 franchi svizzeri in dollari USA nel momento in cui la quotazione del franco rispetto al dollaro è 1,231, quanti dollari si riceverebbero?

b) Se un turista giapponese volesse cambiare 15'300 Yen in franchi svizzeri nel momento in cui la quotazione dello Yen rispetto al franco è 83,03781, quanti franchi riceverebbe?

39 Interesse semplice

Se si deposita in banca o s'investe in un'operazione finanziaria una somma di denaro (capitale) per un determinato periodo di tempo, si ottiene un compenso (interesse).

Nel caso più elementare, l'interesse I, fruttato da un capitale C, è direttamente proporzionale alla durata t del periodo di tempo in cui questo capitale è rimasto depositato in banca o è stato investito nell'operazione finanziaria *(si usa in questo caso il termine interesse semplice).*

Il rapporto $\frac{I}{C}$ *è detto tasso d'interesse ed è spesso indicato con i. Di solito il tasso di interesse i è riferito a un periodo di un anno (si parla di interesse annuo) e si esprime in forma percentuale.*
Per esempio, se un capitale di 2300 Fr depositato in banca per un anno frutta un interesse di 69 Fr, il tasso d'interesse annuo è $i=\frac{69}{2300}=0{,}03=\frac{3}{100}=3\%$.
Per l'interesse annuo, nel nostro caso, si ha $69 = 2300 \cdot i\,(Fr)$ *e in generale* $I = C \cdot i$
Lo stesso capitale di 2300 Fr depositato al tasso d'interesse annuo del 3% per una durata di 4 anni, frutterà un interesse semplice $I = (2300 \cdot i) \cdot 4 = 2300 \cdot 0{,}03 \cdot 4 = 276\,(Fr)$
In generale, possiamo concludere che l'interesse semplice I che un capitale C produce, se depositato per un numero t di anni al tasso d'interesse annuo i, è $I = C \cdot i \cdot t$

a) Se in un anno un capitale di 13'500 Fr ha prodotto l'interesse semplice di 101,25 Fr, qual è il tasso di interesse annuo con il quale è stato investito quel capitale?

b) Quanto tempo si dovrebbe lasciare in banca un capitale di 12'500 Fr, affinché, al tasso d'interesse annuo del 4,25%, produca un interesse semplice di 3187,50 Fr?

c) Se si supponesse di investire 50'000 Fr in un'operazione finanziaria al tasso d'interesse annuo del 5,25%, per una durata di 4 anni 7 mesi e 11 giorni, quale interesse semplice verrebbe corrisposto?

d) Se un debito ipotecario ammonta a 656'000 Fr e il tasso d'interesse annuo al quale è sottoposto è del 2,95%, a quanto ammonta l'interesse semplice che il debitore deve pagare, in un periodo della durata di 9 mesi, su quel debito?

40 Arco di circonferenza e angolo al centro corrispondente

Immaginiamo di suddividere una circonferenza di raggio r in 360 parti (archi) isometriche, ognuna delle quali corrispondente a un angolo al centro di ampiezza 1°. Possiamo così capire perché la lunghezza l di un arco di quella circonferenza, corrispondente a un angolo al centro di a gradi sessagesimali, è $l = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360} \cdot a$
Da questa formula possiamo dedurre che ***le misure degli archi di circonferenza e le misure degli angoli al centro corrispondenti a questi archi sono direttamente proporzionali****. Infatti i rapporti* $\frac{l}{a} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{360}$ *sono costanti.*

a) Quale dovrà essere il raggio di una circonferenza, affinché un angolo al centro di 27,2° stacchi su di essa un arco di lunghezza 7,6 cm?

b) Quale sarà la lunghezza di un arco di circonferenza corrispondente a un angolo al centro di 132°20'15", se il raggio è 8 cm?

c) Qual è l'ampiezza di un angolo al centro corrispondente a un arco di circonferenza che ha la stessa lunghezza del raggio?

41 **Area e ampiezza del settore circolare**

Immaginiamo di suddividere un cerchio di raggio r in 360 parti (settori circolari) isometriche, ognuna delle quali corrispondente a un angolo al centro di ampiezza 1°. Possiamo così capire perché l'area A di un settore circolare di quel cerchio, di ampiezza x gradi sessagesimali, è $A = \frac{r^2\pi}{360} \cdot x$

Da questa formula possiamo dedurre che ***le misure dei settori circolari e le misure degli angoli al centro corrispondenti a questi settori circolari sono direttamente proporzionali****. Infatti i rapporti* $\frac{A}{x} = \frac{r^2 \cdot \pi}{360}$ *sono costanti.*

a) Quale dovrà essere il raggio di un cerchio, affinché un suo settore circolare di ampiezza 112,3° abbia l'area di 283,2 cm^2?

b) Quale sarà l'area di un settore circolare di un cerchio corrispondente a un angolo al centro di 47°12'10", se il raggio è 9 cm?

c) Qual è l'ampiezza di un angolo al centro corrispondente a un arco di circonferenza che ha la stessa lunghezza del raggio?

d) Verificare che in ogni cerchio di raggio r la misura dell'arco di circonferenza e l'area del settore circolare corrispondente siano direttamente proporzionali.

42 Una vasca può essere riempita in 5 ore e 12 minuti aprendo un rubinetto che versa 28 litri d'acqua ogni 12 minuti. Quanto tempo occorrerebbe per riempire la stessa vasca se il rubinetto versasse 35 litri ogni 18 minuti?

43 In 8 ore 6 macchine identiche, lavorando simultaneamente, producono 18'000 pezzi di un certo tipo. Quante macchine identiche alle precedenti si dovrebbero lasciar funzionare simultaneamente per poter produrre, nello stesso tempo, 24'000 pezzi del medesimo tipo dei precedenti?

44 Quale capitale occorre investire al tasso d'interesse annuo del 5%, per una durata di 3 anni, affinché produca lo stesso interesse semplice del capitale di 12'000 Fr, investito per 4 anni al tasso d'interesse annuo del 3,5%?