IL CALCOLO LETTERALE – ALGEBRICO.

(LM teoria pag.199 – 208; esercizi pag. 209 – 236)

Il calcolo letterale, o algebrico, permette di generalizzare un problema, dove al posto di numeri vengono utilizzate delle lettere, dette variabili.

1) Introduzione: risolvi il seguente problemino:

Pensa un numero:

.....

Moltiplicalo per tre:

.....

Aggiungi quattro al risultato:

.....

A ciò che ottieni aggiungi il numero di partenza:

.....

Dividi ciò che ottieni per quattro:

.....

Trogli il numero che hai pensato all'inizio:

.....

Ottieni:

.....

.....

Generalizza ora il problema con le lettere:

.....

.....

.....

Trasforma:

i) Le seguenti frasi in espressioni letterali:

a) La somma del doppio di x con la sua metà:

.....

b) La differenza tra i numeri a e b:

.....

c) Il prodotto tra $10x^7$ e $5x^3$:

.....

d) Il quoto tra $10x^7$ e $5x^3$:

.....

e) Il quadrato di $5x^3$:

.....

f) Un terzo di n diminuito di 2:

.....

g) Il precedente di 3y:

.....

h) Il successivo di b^2:

.....

i) Il 10% di y:

.....

j) Il consecutivo di $\frac{2}{5}x$:

.....

ii) Le seguenti espressioni letterali in frasi.

a) $x + 3x =$

.....

.....

b) $x^2 - 2x =$

.....

.....

c) $m - (m - 1) =$

.....

.....

d) (n-1) + n + (n+1) =

.....

.....

iii) Le lettere servono specialmente a scrivere delle formule e risolvere dei problemi generalizzando dunque una situazione.

a) L'area del triangolo:

.....

b) L'area d'un triangolo equilatero dato il lato:

.....

c) Il teorema di Pitagora:

.....

d) La diagonale del quadrato:

.....

e) La densità della popolazione:

.....

f) L'indice di massa corporea:

.....

g) Il costo del pieno di benzina sapendo che un litro costa 1,70 CHF.

.....

h) Il costo delle chiamate al telefono, conoscendo il costo al minuto.

.....

i) Andrea, Bea e Carlo sono tre fratelli: definisci le loro età sapendo che Andrea ha due anni meno di Bea e che Carl ha il triplo degli anni d'Andrea. Quale sarà la somma delle loro età?

.....

.....

.....

j) Spendo prima i $\frac{3}{8}$ d'una somma, ed inseguito i $\frac{2}{5}$ della somma restante; che parte mi rimane?

.....

.....

.....

.....

k) Il 30% del 40% di una somma x.

.....

.....

.....

.....

Osservazione:

Al posto delle lettere (variabili) possiamo dunque sostituire dei numeri, ma ricorda:

- Lettere diverse indicano numeri diversi: x e y non indicano lo stesso numero!
- Quando operi con le lettere devi chiederti per quali valori numerici l'operazione ha senso (o perde di significato).

Quali valori può assumere la variabile nei seguenti casi?

i) $a + 3 =$ .....

ii) $\frac{a}{3} =$.....

iii) $\frac{3}{a} =$.....

iv) $\sqrt{a} =$ .....

v) $\sqrt{-a} =$.....

vi) $\sqrt[3]{a} =$.....

2) I monomi.

La più semplice espressione letterale o algebrica è detta monomio, esso è formato da una o più lettere (variabili) "collegate" solo tramite la moltiplicazione.

Esempio: $+3x$; $-7a^2b^3$; $+\frac{7}{4}x^3y^4z$; $\sqrt{2}\ m^5n^7$;

.....

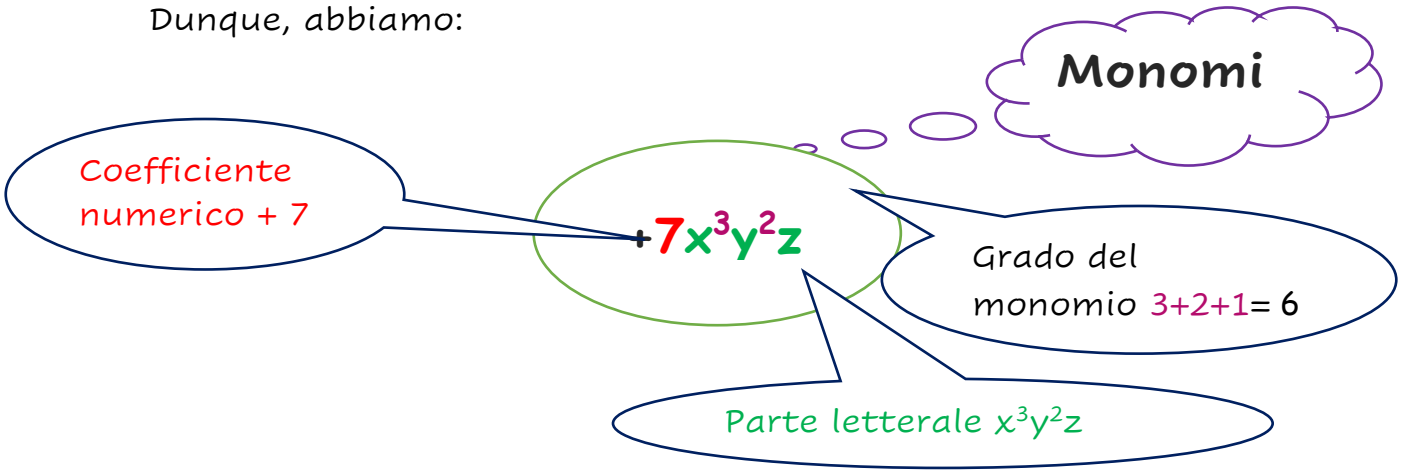
Non sono monomi: $3a + 4b$; $1+\frac{3}{2}x^2y$; $(a+b)^2$;

.....

Due monomi sono detti simili quando hanno la stessa parte letterale.

Esempio: $3x$ è simile a $+\frac{7}{4}x$, ma non a $3x^2$; $-7a^2b^3$ è simile a $+4a^2b^3$ ma non a $+4a^4b^3$.

Dunque, abbiamo:



Completa la seguente tabella:

Monomio	Coefficiente numerico	Parte letterale	Monomi simili	Monomio opposto	Grado del monomio
$-7a^2b^3$					
	$+\frac{7}{4}$	x^3y^4z			
			$\sqrt{2}\ m^5n^7$		
				$1{,}2c^3d^8$	
					8
$2a^nb^mc^{n+2}$					

3) Operazioni con i monomi. BM3 pag. 85 es. 58 – 59.LM 201 – 205

a) L'addizione – la sottrazione.

Esempi.

Addizione: $2ab + 6ab = (2+6)\,ab =$ .....

$2x^3y^2 + 4x^2y^3 =$ .....

Sottrazione: $2ab - 6ab = (2-6)\,ab =$ .....

$-2x^3y^2 - 4x^3y^2 =$

.....

$\frac{4}{3}a^2b^3 - \frac{7}{6}a^2b^3 =$ .....

$\frac{4}{3}a^2b^3 - \frac{7}{6}a^3b^3 =$ .....

Regola:

.....

.....

Esercizi:

i) $-3x + (-7a) - (-2x) + (+5a) - (+8a) =$

.....

.....

.....

.....

ii) $\left(-\frac{5}{2}ab^2\right) + \left(-\frac{3}{4}ba^2\right) - \left(+\frac{7}{3}ab^2\right) + \frac{13}{6}a^2b - \left(-\frac{4}{3}a^2b\right) =$

.....

.....

.....

.....

iii) $2x^m - 5y^n + 3x^m - 6y^{2n} + 6y^n =$

.....

.....

.....

.....

iv) $\frac{2}{5}a^n b^{m+1} - \frac{1}{2}a^{n-1}b^m - \frac{5}{2}a^n b^{m+1} + \frac{3}{5}a^{n-1}b^m =$

.....

.....

.....

.....

Qual è il significato geometrico di a + b =? E di a – b= ?



Conclusione: la somma geometrica di due o più monomi è un

.....

.....

algebricamente non rappresenta più un ..... ma un **polinomio**.

Ora devi risolvere un qualche esercizio su LM Pag. 212 - 215 es 45 - 85

b) La moltiplicazione. LM pag.202 – 204;

Esempi:

$(-2ab) \cdot (+6a) =$.....; $(-2x^3y^2) \cdot (-4x^2y^3) =$.....;

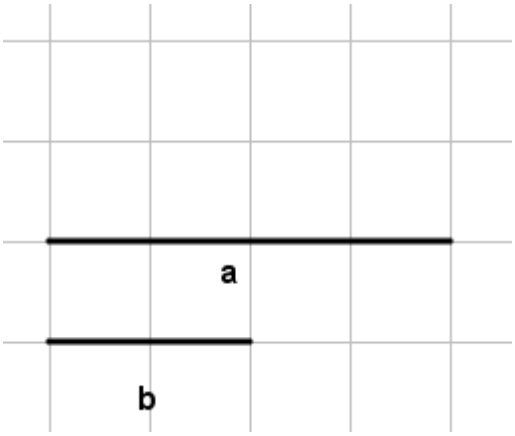
$(+2a^n b^m) \cdot (+6a) =$.....;$(+2x^{3n}y^{2+m}) \cdot (-4x^{n+2}y^{3m}) =$.....;

$\left(-\frac{4}{3}a^2b^3\right) \cdot \left(-\frac{9}{8}a^2b^3\right) =$.....

$\left(+\frac{4}{3}a^{2+n}b^m\right) \cdot \left(-\frac{9}{8}a^n b^m\right) =$.....

Regola: .....

Qual è il significato geometrico di a · b =?



Conclusione: il prodotto geometrica di due monomi rappresenta .....

.....

.....

algebricamente rappresenta ancora un .....

.....

Ora devi risolvere un qualche esercizio su LM Pag. 215 - 222 es 86 - 161

c) La divisione.

Esempi:

$(-6a) : (+2a) =$.....

$(-6ab) : (+2a) =$.....

$(-4x^5y^7) : (-12x^2y^3) =$.....

$(+12a^n b^m) : (+6a) =$.....

$(+2x^{3n}y^{2+m}) : (-4x^n y^{3m}) =$.....

$\left(-\frac{4}{3}a^7\right) : \left(-\frac{20}{9}a^2\right) =$.....

$\left(+\frac{15}{16}a^{2+n}b^{m}\right):\left(-\frac{9}{8}a^{n}b^{m}\right)=$.....

Regola:

.....

.....

Attenzione che se:

i) I coefficienti non sono divisibili:

$(+5a^3b^2):(-2ab)=$.....

ii) I coefficienti sono delle frazioni:

$\left(-\frac{1}{2}x^3y^2z^5\right):\left(+\frac{3}{2}xyz^2\right)=$.....

.....

Es.

$\left(+\frac{12}{45}a^5b^3\right):\left(-\frac{36}{50}a^2b\right)=$.....

.....

iii) La parte letterale del divisore ha l'esponente maggiore di quella del dividendo.

$(+8x^3):(-2x^8)=$ .....

$\left(-\frac{1}{2}a^2b^3\right):(+2a^3b^5)=$ .....

iv) La divisione può essere scritta sotto forma di frazione, quindi puoi semplificare applicando la .....nota proprietà .....

$(-6ab):(+2a)=$.....

$(-4x^5y^7):(-12x^2y^3)=$.....

$(+8x^3):(-2x^8)=$ .....

$\left(-\frac{1}{2}a^2b^3\right):(+2a^3b^5)=$ .....

Ora devi risolvere un qualche esercizio su LM es. pag.223 – 225.

d) L'elevazione a potenza.

Ricorda l'elevazione a potenza è un modo più semplice per scrivere una ....., dunque:

$(+6a)^2 =$ .....=.....=.....

$\left(+\frac{1}{2}a^3b^2\right)^2 =$.....

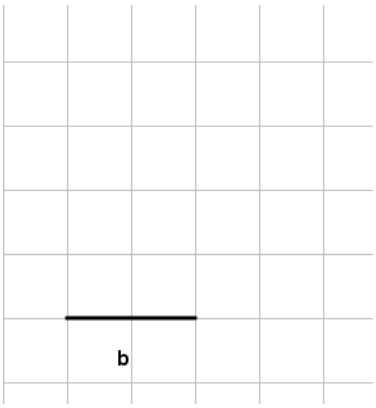
$\left(-\frac{1}{2}a^3b^2\right)^3 =$.....

$(+6a)^n =$ .....

$(+2a^3b^2)^n =$.....

$(+2a^nb^m)^n =$.....

Regola: .....



Qual è il significato geometrico di b^3 =?

Conclusione: l'elevazione al cubo di un monomio geometricamente rappresenta

.....

.....

algebricamente rappresenta ancora un .....

Ora devi risolvere un qualche esercizio su LM es. pag.225 – 227.

e) Espressioni algebriche o letterali coni monomi.

Le espressioni con i monomi vengono semplificate rispettando le stesse regole utilizzate per quelle numeriche.

i) $a^{10}b^5 : (-a^4b) - a^5b^2 \cdot (-a^4b^3) : a^3b - 12a^{13}b^{30} : (-6a^7b^{26}) =$

.....

.....

.....

ii) $\frac{1}{4}ab \cdot ab^3 + \left[\left(-\frac{1}{3}a^2b^2\right)^3 : \frac{2}{9}a^4b^2\right] =$

.....

.....

.....

.....

iii) $\left(\frac{2}{3}a^m b^{m+2}\right) : \left(\frac{4}{9}a^n b^2\right) + \frac{1}{2}b^m =$

.....

.....

.....

.....

iv) $(3a^3 \cdot a^m b^3 - 2a^{m+3}b^3) : (a^m b^2) =$

.....

.....

.....

.....

Ora devi risolvere un qualche esercizio su LM. es. pag.213/43 -217/8 – 224 - 227 – 229;

f) mcm di monomi. LM pag.206.

mcm tra duo o più monomi serve per sommare duo o più frazioni.

Esempio: $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$; calcolo mcm (4;6) = 12; ottengo $\frac{9+10}{12} = \frac{19}{12}$

Con le lettere capita la stessa cosa: $\frac{3}{a} - \frac{5}{b} =$;

calcolo mcm (a; b) =..... Ottengo:

.....

.....

Calcola l'mcm dei seguenti gruppi di monomi.

$a - 2a =$ .....; $a^2 - 2a =$ .....

$8x^2\ y^3 - 12\ x^3\ y^5 =$ .....

Somma le seguenti frazioni algebriche, dopo aver definito la Condizione d'esistenza delle stesse.

$\frac{3}{a} - \frac{5}{2a} =$ .....

$\frac{3}{a^3} - \frac{5}{2a} =$ .....

$\frac{3b}{a^3} - \frac{5b}{2a} =$ .....

$\frac{3+b}{a^3} + \frac{5-b}{2a} =$ .....

$\frac{3+b}{a^3} - \frac{5-b}{2a} =$ .....

$\frac{3-b}{a^3} - \frac{5+b}{2a} =$ .....

Ora devi risolvere un qualche esercizio su LM esercizi pag.231/2 e pag.403 – es.354 – 363.

g) MCD di monomi. LM pag.206

MCD serve a scomporre in fattori sfruttando la messa in evidenza (o raccoglimento a fattor comune), l'inverso della applicazione delle proprietà distributiva.

Esempio: $2x + 6y = 2(x + y)$; 2 è MCD tra 2 e 6.

Calcola MCD tra i seguenti gruppi di monomi.

$8a - 4b =$ .....; $8a^2 - 2a =$.....;

$8x^2\ y^3 - 12\ x^3\ y^5 =$.....;

$8\pi^2 - 16\pi^3 =$.....;

$\frac{3}{4}y^5 - \frac{5}{4}y^7 =$ ..... $-4x + 4y =$.....;

$8a - 4b + 12\ c =$ .....

$8x^2\ y^3 - 12\ x^3\ y^5 - 16\ x^4\ y^3 =$ .....

Scomponi in fattori raccogliendo il fattore comune (messa in evidenza)

$8a - 4b =$ .....; $8a^2 - 2a =$.....;

$8x^2\ y^3 - 12\ x^3\ y^5 =$.....;

$8\pi^2 - 16\pi^3 =$.....;

$\frac{3}{4}y^5 - \frac{5}{4}y^7 =$ ..... $-4x + 4y =$.....;

$8a - 4b + 12\ c =$ .....

$8x^2\ y^3 - 12\ x^3\ y^5 - 16\ x^4\ y^3 =$ .....

La scomposizione in fattori serve a semplificare delle frazioni algebriche.

Esempio: $\frac{a^4+a^3}{a^6} = \frac{a^3\cdot(a+1)}{a^6} =$ .....

Semplifica le seguenti frazioni algebriche dopo aver scomposto in fattori.

$\frac{x^2+3x}{x} =$ .....; $\frac{x^2+3x}{7x+21} =$ .....;

$\frac{9+3x}{3x} =$ .....; $\frac{5ab}{15a^2+15ab} =$ .....;

$\frac{-5x+10}{x-2} =$ .....; $\frac{4a-4}{2-2a^2} =$ .....;

$\frac{a+1}{a} =$ .....; $\frac{(x+1)^2}{(x+1)^3} =$ .....;

Ora devi risolvere un qualche esercizio su LM pag.400 – es.307 – 311.

Applicazioni prese da Lineamenti di matematica.

pag. 209 es. 8

Calcola i valori assunti dai seguenti monomi per i valori assegnati alle lettere.

a. $\frac{1}{2}a^2x; \quad a=-2, x=4.$ **b.** $-\frac{4}{15}axy; \quad a=-3, x=\frac{1}{12}, y=-5.$ [a) 8; b) $-\frac{1}{3}$]

.....

.....

.....

pag. 209 es. 7



EDUCAZIONE FINANZIARIA Mattia vuole comprare n penne. Nella cartoleria sotto casa costano 1,50 € l'una, mentre su un sito di e-commerce costano 1,10 € l'una più 5 € di spese di spedizione. Scrivi le espressioni che esprimono il prezzo totale nei due casi. Sono dei monomi?

.....

.....

.....

pag. 212 es. 43



INTORNO A NOI Una stampante laser è in grado di effettuare in media 30 stampe al minuto, mentre una stampante a getto d'inchiostro solamente 12 stampe al minuto. Indica con x i minuti ed esprimi il numero di stampe effettuate da ciascuna stampante in funzione dei minuti. Sono monomi simili?

.....

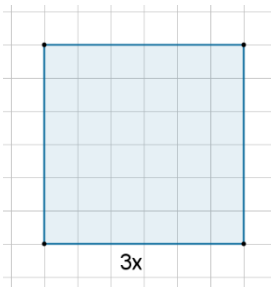
.....

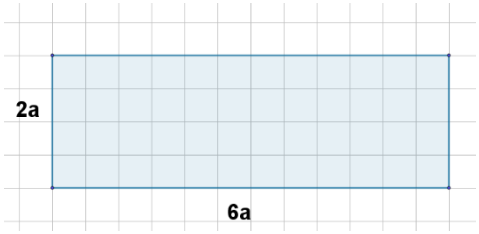
.....

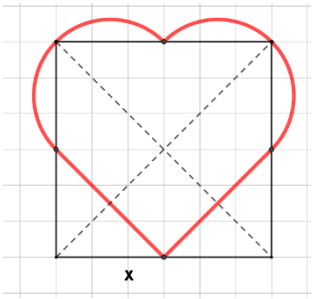
.....

Esercizi.

1) Trasforma le seguenti frasi in espressioni algebriche.
   a) Il successivo del doppio d'un numero.
   b) Il precedente del triplo d'un numero.
   c) Il quadruplo di x aumentato di 4.
   d) 8 diminuito della metà di y.
   e) La differenza tra 6 e il quadrato di b, moltiplicata per 4.
   f) Il triplo di a aumentato di 9 viene diviso per il quadrato di y sottratto a x.
   g) Si sottragga al doppio di b il cubo di x e si moltiplichi poi per il reciproco di $-\frac{3}{2}$.
   h) Si moltiplichi la differenza tra 20 e il doppio di y per 8.
2) Esprimi mediante un'espressione letterale il perimetro e l'area delle seguenti figure.







3) Quale sarà la misura della diagonale d'un cubo avente lo spigolo che misuri **4x?**