Il calcolo letterale. BM 13 – 23; NLM 311 – 357

1) Ricorda: Le lettere sostituiscono i numeri e puoi svolgere le medesime operazioni.

a + a = a + b = a – a = a – b = a . a = a . b =

a : a = a : b = a . a . a = a^{-n} = $a^{-n} \cdot b^m$ = $\sqrt[n]{a^n b^m}$ =

Ma attenzione ai segni e alle operazioni con le frazioni.

- $\left[-a^2 + \left(\frac{1}{5}a^3b^2\right) : \left(-\frac{2}{5}ab^2\right)\right] : (-6a) + [(-2a^2b)^4 : (+2a^3b^2)^2] : (+4a) =$ $\left[\frac{5}{4}a\right]$
- $[2a^{n+2}b^{n+3} : (-3a^n b^n)]^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2 =$ $\left[-\frac{2}{3}a^6b^9\right]$
- Calcola il rapporto tra l'area d'un triangolo equilatero di lato l = 2m e l'area del cerchio circoscritto al triangolo.

La proprietà distributiva.

- 23. 7 =.....
- 23 . 17 =.....
- $5a \cdot (3 - 2b) =$ .....
- $(5a - 2b) \cdot (3 - 2b) =$.....
- $(5a - 2b + 1) \cdot (3 - 2b) =$ .....

.....

☹☹☹ Ora puoi risolvere alcuni esercizi sul NLM da pag. 337 a 343. ☺☺☺

2) **La fattorizzazione.**

15 a – 10ab = ...

3x - 5y = ...; $-3m + 6n =$.....

$\frac{1}{2}a^2b^3 - \frac{1}{4}a^4b^2c =$ .....oppure: .....

$\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{2}x =$ .....oppure: .....

.....

$d\sqrt{3} - e\sqrt{3} =$ .....; $d\sqrt{8} - e\sqrt{50} =$.....

3 (a – b) – 7 (a – b) = ...

3 (a – b) – 7 (b – a) = ...

$x\,(a + b) - (\,a + b) =$ .....

$(x - 5y) - (x - 5y)^2 =$ .....

ax + bx + ay + by = ...

$3bc + 2ab - 2a - 3c =$ .....

$\frac{3}{4}xy + \frac{1}{2}y + 3x + \frac{1}{8}y^2 =$ .....

Con gli esponenti letterali procedo allo stesso modo.

Ricorda: $2^3 \cdot 2^4 =$ ..... dunque $2^n \cdot 2^4 =$ ..... ; $2^n \cdot 2^{n+3} =$ ..... ;

$2^3 \cdot 2 =$..... dunque $2^n \cdot 2 =$ .....; di conseguenza: $3^{n+3} =$ .....

Esercizio: Trasforma in prodotto / quoto di potenze.

$3^{2n} =$ ⋯ ... ... ; $3^{2n+3} =$..... ; $x^{3n} =$ ⋯ ... ... ; $x^{2n+m} =$..... ;

Sfruttando un'altra ..... nota proprietà delle potenze, analogamente avrai:

$3^{n-1} =$ ⋯ ... ... = ⋯ ... ... ; $x^{2-m} =$ ⋯ ... = ⋯ ... ... ; $x^{n-m} =$ ⋯ ... = ⋯ ... ... ;

Sfruttando le proprietà delle potenze, fattorizza le seguenti espressioni algebriche.

$10x^n + 5x^{n+1} =$ ..... = ...

$3x^n + 6x^{n-2} =$ ..... = ...

$-a^n + \frac{1}{3}a^{n+2} =$ ..... = ...

$\frac{3}{2}x^n y^{2n} + \frac{5}{2}x^{2n}y^n =$ ..... = ...

$xa^{n+2} - ya^{n+1} + za^n =$..... = ...

$(a+2)^n - (a+2)^{n+1} =$ ..... = ...

$(x-3)^{2n} - (3-x)^{2n+1} =$ ..... = ...

☹☹☹ **Ora puoi risolvere alcuni esercizi sul NLM da pag. 448 a 451.** ☺☺☺

Conclusioni:

A) Quando fattorizzi cosa devi determinare dei vari termini?

B) Quale delle seguenti uguaglianze è falsa? Motiva con il calcolo.

a) $mx + my = (x + y)m$

b) $ay + by + y = (a + b + 1)y$

c) $x^2 + x = x(x + 1)$

d) $am + mb + m = m\,(a + b)$

e) $ax^2 + bx^2 = (a + b)x^2$

f) $b - a = -(a - b)$

C) Applicazioni.

Determina l'insieme soluzione non approssimato delle seguenti equazioni.

a) $x\sqrt{3} + 2 = -1$

b) $x\sqrt{3} - 1 = 2x + 3$

c) $x(\sqrt{2} - 1) = x + \sqrt{6}$

d) $\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{3} + x = \frac{5}{3}$

e) $\frac{x+\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \frac{x-\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$ $\quad S = \{-3\sqrt{5}(\sqrt{2}+1)\}$

f) $\frac{4}{\sqrt{2}+1} - x = \frac{x}{\sqrt{2}-1}$ $\quad S = \{2(3\sqrt{2}-4)\}$

3) Le frazioni con termini letterali - frazioni algebriche.

a) Le condizioni d'esistenza d'una frazione.

Ricorderai che una frazione perde di significato se .....

Esempi:

$\frac{3}{a}$ = perde di significato se ..... dunque : $a \neq 0$; $a \in \cdots \ldots \ldots = a \in \cdots \ldots \ldots$

$\frac{3}{2-a}$ = perde di significato se ..... dunque : $a \neq \cdots \ldots$; $a \in \cdots \ldots \ldots$

$\frac{b}{a+\frac{1}{2}}$ = perde di significato se ..... dunque : $a \neq \cdots \ldots$; $a \in \cdots \ldots \ldots$;

mentre b può assumere ..... ; dunque $b \in \cdots \ldots \ldots$;

Determina le condizione d'esistenza delle seguenti frazioni algebriche.

$\frac{3}{5b} =$; $\frac{5b}{3} =$; $\frac{5b}{3a}$; $\frac{5b}{a+1} = \frac{b+1}{a+1} =$; $\frac{2a}{2a+1} =$; $\frac{3}{a-b} =$; $\frac{x}{x+\sqrt{2}} =$; $\frac{x+\sqrt{2}}{x} =$

b) Ricorda:

$\frac{3}{4} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$; dunque .....la frazione applicando la .....

nota proprietà ..... della .....

moltiplicando .....per lo stesso numero.

Con le frazioni a termine letterale procedo allo stesso modo, applicando le .....

note proprietà delle ....., per la parte letterale.

Esempio.

$\frac{1}{2} = \left\{\frac{9}{\ldots\ldots} ; \frac{\ldots\ldots}{2a} ; \frac{t^2}{\ldots} ; \frac{\ldots\ldots\ldots}{2(x+1)} ; \frac{\ldots}{2\sqrt{2}} = \cdots \ldots \ldots ; \frac{3^{-1}}{\ldots\ldots} ; \frac{\ldots\ldots}{x^n} ; \frac{b^{-3n}}{\ldots\ldots\ldots}\right\}$

Amplifica le seguenti frazioni.

Frazione	2	x	$2a^2b$	a +b	x - y	$\sqrt{2}$
$\frac{5}{3}$						
$\frac{a}{2}$						
$\frac{1}{x}$						
$\frac{7a}{5}$						
$\frac{7a^3}{5b^4}$						
$\frac{3}{x+y} =$						
$\frac{x}{x+y} =$						
$\frac{x-y}{x+y} =$						

c) Ricorda:

$\frac{30}{24}$ = ...; dunque .....la frazione applicando la .....
nota proprietà ..... della .....
dividendo .....per lo stesso numero.
Con le frazioni con termini letterali procedo allo stesso modo, applicando le .....
note proprietà delle ....., per la parte letterale.
Quando non posso più dividere numeratore e denominatore per lo stesso numero,
cioè ..... la frazione, dirò che è .....

Riduci le seguenti frazioni ai minimi termini.

$\frac{3abx^3}{2a^5x^2}$ =..... ; $\frac{3x^{2n}y^{4m}}{6x^ny^{3m}} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $\frac{3x^{2n}y^{4m-1}}{6x^{n+1}y^{3m}} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$;

$\frac{7x^2-14x}{21x} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$; $\frac{x^2-3x}{7x+21} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$;

$\frac{3a^2x^2-9a^3x}{ax^3-3a^2x^2} = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

☹☹☹ **Ora puoi risolvere alcuni esercizi sul NLM da pag. 465 a 466 es.1 - 13** ☺☺☺

4) La somma di frazioni algebriche.

Si procede come per la somma di numeri razionali.

$$\frac{4x}{y} - \frac{9x}{4y} = \frac{4x \cdot 4 - 9x \cdot 1}{4y} = \frac{16x - 9x}{4y} = \frac{7x}{4y}$$

$\frac{a}{2b} + 5 - \frac{3a}{2b^2}$ = ...

$\frac{5}{12a^2} + \frac{1}{4a} - \frac{2}{4a^2}$ = ...

$\frac{2x-4y}{20xy} - \frac{8y+3z}{30yz}$ = ...

$1 - \frac{x+a}{x-a}$ = ...

$\frac{1}{z-3} + \frac{4}{5z-15}$ = ...

$\frac{3}{7a+7} - \frac{a-5}{14a+14}$ = ...

$\frac{2a}{a-b} + \frac{3a}{b-a}$ = ...

$\frac{2y^2-xy}{2x-4y} + \frac{x^2-2xy}{6y-3x} + \frac{y}{2}$ = $\left[-\frac{x}{3}\right]$

☹☹☹ **Ora puoi risolvere alcuni esercizi sul NLM da pag. 471 es. 1- 8 -**☺☺☺

5) I prodotti notevoli.

Calcola: $(x + 2)(x - y) =$ .....

Per svolgere questo prodotto devi applicare la .....nota proprietà .....

Vi sono dei casi che si ripetono, essi sono detti **PRODOTTI NOTEVOLI**, ne vediamo alcuni.

a) Il quadrato d'un binomio.

$(a + b)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(a - b)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(-a - b)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

Calcola:

$(a + 3)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(2x - 3)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(a^2 + b^3)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(3a^2 - 2b^3)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$\left(\frac{1}{2}a + 3b\right)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$\left(\frac{7}{2}x - \frac{3}{5}y\right)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(0{,}8\,a^3 + 1{,}2b^5)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(1{,}\overline{6}x - 3{,}\overline{9y})^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$\left(\sqrt{a} + 3\right)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$\left(2\sqrt{a} - \sqrt{3}\right)^2 = \cdots$ ..... $= \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

Regola: .....

Applicazione: $19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \cdot 20 \cdot 1 + 1 = 400 - 40 + 1 = 361$

Calcola: $17^2 =$; $29^2 =$; $62^2 =$; $103^2 =$; $199^2 =$; $1003^2 =$

b) Il prodotto della somma per la differenza di due numeri.

$(a + b)(a - b) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(b + a)(a - b) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(-a - b)(a - b) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

Regola: .....

Calcola:

$(y + 7)(y - 7) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(2x - 3)(2x + 3) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(3a^2 + 2b^3)(3a^2 - 2b^3) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(0{,}8\,a^3 - 1{,}2b^5)(0{,}8\,a^3 + 1{,}2b^5) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(\sqrt{a} + 3)(\sqrt{a} - 3) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

$(2\sqrt{a} - \sqrt{3})(2\sqrt{a} + \sqrt{3}) = \cdots$ ..... $= \cdots$ .....

c) Alcuni prodotti notevoli particolari:

i) Le potenze d'un binomio. BM4 pag. 92 es. 43

$(a+b)^3 =$.....

$(a-b)^3 =$.....

$(a-b)^4 =$.....

$(a+b)^5 =$.....

ii) Il quadrato d'un trinomio.

$(a+b+c)^2 =$.....

$(a-b-c)^2 =$.....

iii) Cosa capiterà?

$(a+b+c+d)^2 =$.....

$(a+b+c+d+e)^2 =$.....

Calcola:

$(a+2b+3c)^2 =$; $(3x+2y+1)^2 =$; $(x+2y+3z+4w)^2 =$

iv) Il cubo d'un trinomio.

$(a+b+c)^3 =$.....

.....

☹☹☹ Ora puoi risolvere alcuni esercizi sul NLM da pag. 453-357 es. 1 - 63 ☺☺☺

6) La fattorizzazione d'un prodotto notevole.

Come con i numeri bisogna saper "leggere" l'espressione e riuscire a fattorizzarla.

Esempio: 120 = ...; 60'000'000= .....

Sapendo che: $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$ e che $(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2 =$

posso leggere entrambe l' uguaglianze in senso inverso e di conseguenza fattorizzare l'espressione letterale.

Fattorizzare usando i prodotti notevoli:

a) **Riconoscere il quadrato d'un binomio:** $x^2+2xy+y^2 = (x+y)^2$

$4a^2+4a+1 =$ .....; $x^4+1+2x^2 =$ .....

$6ab+9b^2+a^2 =$ .....; $0{,}25a^2+ab+b^2 =$; .....

$\frac{4}{25}x^4 - \frac{4}{15}x^2y + \frac{1}{9}y^2 =$ .....; $\frac{1}{9}x^2y^2 + \frac{1}{16}z^2 - \frac{1}{6}xyz =$ .....

$x^2+2x\sqrt{2}+2 =$.....; $t^2+2t\sqrt{3}+3 =$ .....

$5-4\sqrt{5}+4 = 9-4\sqrt{5} =$ ..... ; $6+4\sqrt{2} =$ .....

$x^{4n}+4+4x^{2n} =$ ..... $2x^{3n}+1+x^{6n} =$ .....

☹☹☹ Ora puoi risolvere alcuni esercizi sul NLM da pag. 452 a 454 es.1 - 53 ☺☺☺

b) **Riconoscere la differenza di due quadrati.** $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

$4a^2 - 100 =$ .....; $25y^2 - 81 =$ .....

$4a^2 - 1 =$ .....; $x^4 - 1 =$ .....

$y^8 - 1 =$ .....

$-9b^2 + a^2 =$ .....; $0{,}25a^2 - b^2 =$; .....

$\frac{4}{25}x^4 - \frac{1}{9}y^2 =$ .....; $-\frac{1}{9}x^2y^2 + \frac{1}{16}z^2 =$ .....

$x^2 - 2 =$.....; $5t^2 - 3 =$ .....

$x^{2n} - 4 =$ ..... $1 - x^{6n} =$ .....

$(a + b)^2 - b^2 =$.....

$(a + b)^2 - (a - b)^2 =$.....

☹☹☹ **Ora puoi risolvere alcuni esercizi sul NLM da pag. 454 a 456 es.1 - 36** ☺☺☺

c) Il trinomio tipico.

Calcola: $(x + a) \cdot (x + b) =$ .....

Ottieni: $x^2 + (a + b)\,x + a \cdot b$; vale a dire il coefficiente di x è dato dalla .....,

mentre il termine noto è dato dal .....dei due termini a e b.

Dunque: Per fattorizzare $x^2 + 7x + 10 =$ devo determinare due numeri in modo

che la loro ..... sia ..... e il loro prodotto sia .....

Ottengo: a = ... ; b = ... segue che $x^2 + 7x + 10 =$ .....

Oppure posso fattorizzare nel seguente modo:

$x^2 + 7x + 10 = x^2 + 2x + 5x + 10x =$ .....

Fattorizza i seguenti trinomi tipici in entrambi i modi:

$x^2 - 7x + 10 =$ .....

$y^2 - 7y - 10 =$.....

$a^2 - 8a + 15 =$ .....

$b^2 + 10b + 25 =$ .....

$t^2 + 19t + 48 =$ .....

☹☹☹ **Ora puoi risolvere alcuni esercizi sul NLM da pag. 458 a 459 es.21- 44** ☺☺☺
..e pag. 459 - 462 es.1-75

7) Equazioni di grado secondo grado o di grado superiore.

Osservazione: il grado d'una equazione è determinato dell'esponente dell'incognita.

Finora abbiamo risolto equazioni di primo grado, ora vedremo come procedere.

Ricorda il prodotto tra due numeri è nullo se .....

Esempio: 3 . m = 0 se .....; $(x+2)\,.\,3=0$ se .....

Dunque: $(x+2)\,.\,(x-3)=0$ se

x + 2 = ... e x - 3 = ...

x = ... x = ...

Segue: $S=\{\ldots\ldots;\ldots\ldots\}$

Ma $(x+2)\,.\,(x-3)=\cdots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ Dunque avrei anche potuto scrivere:

$x^2-x-6=0$, che è una equazione di II grado.

Ma anche: $x^2=x+6$ oppure , $x^2-x=6$ che sono tutte equazioni equivalenti.

Regola: .....

.....

Risolvi nell'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$, le seguenti equazioni, cercando di fattorizzare l'espressione letterale e uguagliare a zero il prodotto ottenuto.

$5x^2-3x=0$	$20y^2=-3y$	$x^2=100$	$x^3=100x$
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
$x^4=16$	$x^2=7$	$x^4=9$	$x^2=20x-100$
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....

$x^2=100x-99$; $(4y+3)\cdot(5-y)=0$; $(x^2-5)\cdot(x^2-9)=0$

Osservazione: Risolvi l'equazioni $x^2=-25$; $x^2+3x+3=0$ cosa noti?

Conclusione:.....

Verifica se x = - 3 è soluzione dell'equazione $x^2+10x=-16$

8) Equazioni di II grado particolari. (Grazie Luca! ☺)

a) $(3x-2)^2-1=0$

i) Risolvo utilizzando i radicali.

$(3x-2)^2=1$

$(3x-2)=\mp\sqrt{1}$

Da cui ottieni

$3x-2=+1$ e $3x-2=-1$

…… ……

…… ……

Per cui l'equazione è determinata con $S=\{\ldots\ldots;\ldots\ldots\}$

ii) Risolvo semplificando e fattorizzando l'espressione.

$(3x-2)^2-1=0$ da cui $9x^2-12x+4-1=0$

$9x^2-12x+3=0$ da cui $3\cdot(3x^2-4x+1)=0$

Ottenendo questa espressione che devo fattorizzare nel seguente modo:

$(3x^2-4x+1)=0$ che posso anche scrivere $3x^2-3x-x+1=0$

Che fattorizzo: ……

da cui ottengo: ……

……

Per cui l'equazione è determinata con $S=\{\ldots\ldots;\ldots\ldots\}$

b) $4-(5x-1)^2=0$

i) Risolvo utilizzando i radicali.

……

……

……

ii) Risolvo semplificando e fattorizzando l'espressione.

……

……

……

……

……

……

Esercizi:

Risolvi le seguenti equazioni di II grado applicando entrambi i metodi.

$(2x+1)^2-4=0$; $(5x-2)^2-1=0$; $(7x+3)^2+1=0$; $(x-2)^2-9=0$

Risolvi le seguenti equazioni di II grado applicando la fattorizzando.

$6x^2-17x+5=0$; $2x^2+3x-20=0$; $8x^2+10x-7=0$; $6x^2-5x-6=0$

Risolvi le seguenti equazioni di II grado utilizzando i radicali.

$(x-1)^2=\frac{3}{4}$; $(2x-3)^2=27$; $\left(x-2\sqrt{2}\right)^2=18$ $\left(\sqrt{5}-2x\right)^2-125=0$;

9) Moltiplicazione - Divisione di frazioni algebriche.

Svolgo moltiplicazione e divisione di frazioni algebriche come con le frazioni numeriche, rispettando, quando è il caso, le regole della fattorizzazione!

a) La moltiplicazione:

$\left(-\frac{28}{27}\right)\cdot\left(+\frac{63}{12}\right)=$ ..... ; $\left(-\frac{28x^4y^5}{27a^6b^7}\right)\cdot\left(+\frac{63a^9b^4}{12x^8y^2}\right)=$ ..... ;

$\frac{as-at}{bs+bt}\cdot\frac{s+t}{s-t}=$ .....=.....

$\frac{x^2-y^2+x-y}{y^2+x^2y^2}\cdot\frac{x^2+x^4}{x^2+xy+x}=$ .....=.....=.....

b) La divisione.

$\left(-\frac{28}{27}\right):\left(+\frac{63}{12}\right)=$ ..... ; $\left(-\frac{28x^4y^5}{27a^6b^7}\right):\left(+\frac{63a^9b^4}{12x^8y^2}\right)=$ ..... ;

$(a^2-b^2):(a+b)=$ ..... ; $\frac{ab+a^2b}{a^2-b^2}:\frac{a^3-a}{a+b}=$ ..... ; .....

$\frac{a^3+a}{a^2+4a-5}:\frac{a^4+a^2}{a^2+10a+25}=$ .....=.....=.....

$\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}:\frac{(9x+9y)^2}{(3x+3y)^2}=$ .....=.....=.....

10) Espressioni algebriche. BM4 pag. 91 es 41* - NLM 471 - 486 es. 88**

Semplifica il più possibile le seguenti espressioni.

a) $\frac{2x-y}{2x}-\frac{2x^2-y^2}{xy}+\frac{2x-y}{y}=$ .....

b) $\frac{5}{3-x}+\frac{3}{x-3}=$ .....

c) $\frac{3x-5y}{x^2-4y^2}\cdot\frac{x^2-4xy+4y^2}{9x^2-30xy+25y^2}\cdot\frac{x+2y}{x-2y}=$ .....

.....

d) $\frac{\frac{\pi r^2}{r-h}}{h^2}\cdot\frac{(r-h)^2}{\frac{2\pi r}{h}}=$ .....

e) $\frac{\frac{2}{x-4}-\frac{7}{x+1}}{\frac{1}{x+1}+\frac{4}{x-4}}=$ .....

11) Equazioni fratte. BM4 pag.22 es. pag.93 – 94. NLM es. Pag.532 – 534.

Ricorda: Una frazione pere di significato se ……

Esercizio:

Determina per quale valore della variabile la frazione è priva di significato.

a) $\frac{2}{a} =$ b) $\frac{b}{2} =$ c) $\frac{2}{a\,b} =$

d) $\frac{2}{m-1} =$ e) $\frac{2}{\sqrt{a}} =$ f) $\frac{2}{\sqrt{1-a}} =$

g) $\frac{\sqrt{a}}{2} =$ h) $\frac{\sqrt{1-a}}{2} =$ i) $\frac{2}{x^2} =$

j) $\frac{x^2}{2} =$ k) $\frac{2}{(x+1)^2} =$ l) $\frac{2}{x^2+7x+12} =$

Osservazioni:

a) Un'equazione è detta fratta quando l'incognita appare al denominatore.

Es. i) $\frac{1}{x} = 2$; ii) $2 = \frac{1}{x-1}$;iii) $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x}$; iv) $\frac{3\,(x-1)}{2x-2} = 1$; v) $\frac{2x}{x-3} - \frac{5}{x} = \frac{6x}{3x-9} + \frac{2}{3x}$

b) Prima di risolvere un'equazione fratta devo chiedermi quale(i) valore (i) non può (possono) assumere l'incognita al denominatore e di conseguenza **escluderlo** (i) dalle eventuali soluzioni.; questo valore è detto VALORE ECCEZIONALE : V.E.

c) Se non specificato, l'insieme nel quale risolviamo l'equazione è quello dei numeri reali $\mathbb{R}$.

Esercizio:

Determina i valori eccezionali negli esempi precedenti.

i) …… ii) …… iii) ……

iv) …… v) ……

Risolvi ora le equazioni fratte, evidenziando il valore eccezionale prima di risolvere l'equazione e verificandolo al termine.

i) $\frac{1}{x} = 2$ V.E. : x =……. ottengo 1 = 2x ; $\frac{1}{2} = x$

soluzione accettabile , equazione determinata $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$

ii) $2 = \frac{1}{x-1}$ V.E. : x =…….

$\frac{2(x-1)}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

$2x - 2 = 1$

…… = ……

…… = …… sol. ac. eq. Det. $\mathcal{S} = \{\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$

iii) $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x}$

iv) $\frac{3\,(x-1)}{2x-2} = 1$

v) $\frac{2x}{x-3} - \frac{5}{x} = \frac{6x}{3x-9} + \frac{2}{3x}$

Esercizi.
Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni fratte, specificando il V.E. all'inizio e verificandolo nell'eventuale insieme soluzione. Controlla il tuo lavoro con la visualizzazione CAS di GeoGebra

a) $\frac{2x-1}{x+3} = 1$ b) $\frac{2x-1}{x+3} = 2$ c) $\frac{2x-1}{x+3} = \frac{-7}{x+3}$

d) $\frac{x^2}{x-2} - 1 = \frac{6-x}{x-2}$ e) $\frac{2x}{x+10} + \frac{10}{x-10} = \frac{2x^2}{x^2-100}$

f) $\frac{2(x-2)}{x-3} - \frac{x-1}{x+2} = 1 + \frac{5}{x}$ PFC del 1993

g) $\frac{3-x}{1-3x} - 3 = \frac{9x^2}{3x-1}$ $\mathcal{S} = \left\{0; -\frac{8}{9}\right\}$ PFC del 1994

h) $\frac{5-x}{x^2-1} = 1$ $\mathcal{S} = \{-\mathbf{3}; \mathbf{2}\}$ PFC del 1996 i) $\frac{-3+x}{1-x} = x$ $\mathcal{S} = \left\{\pm\sqrt{\mathbf{3}}\right\}$ PFC del 1996

j) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{x}{x^2-1}$ $\mathcal{S} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ perché? PFC del 1996

k) $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{x-1} - \frac{4}{x^2-1}$ $\mathcal{S} = \{\ \}$ perché? PFC del 1996

l) $\frac{\frac{x}{2} - (x-1) + \frac{x+1}{3}}{\frac{x}{3} - x} = \frac{3}{4} - \frac{2}{x}$ $\mathcal{S} = \{\ \}$ perché? Ginnasio 85

m) $\frac{x}{x+\sqrt{2}} - \frac{1}{x-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2-x^2}$ $\boldsymbol{\mathcal{S}} = \{1\}$ solo, perchè ?

12)
13)