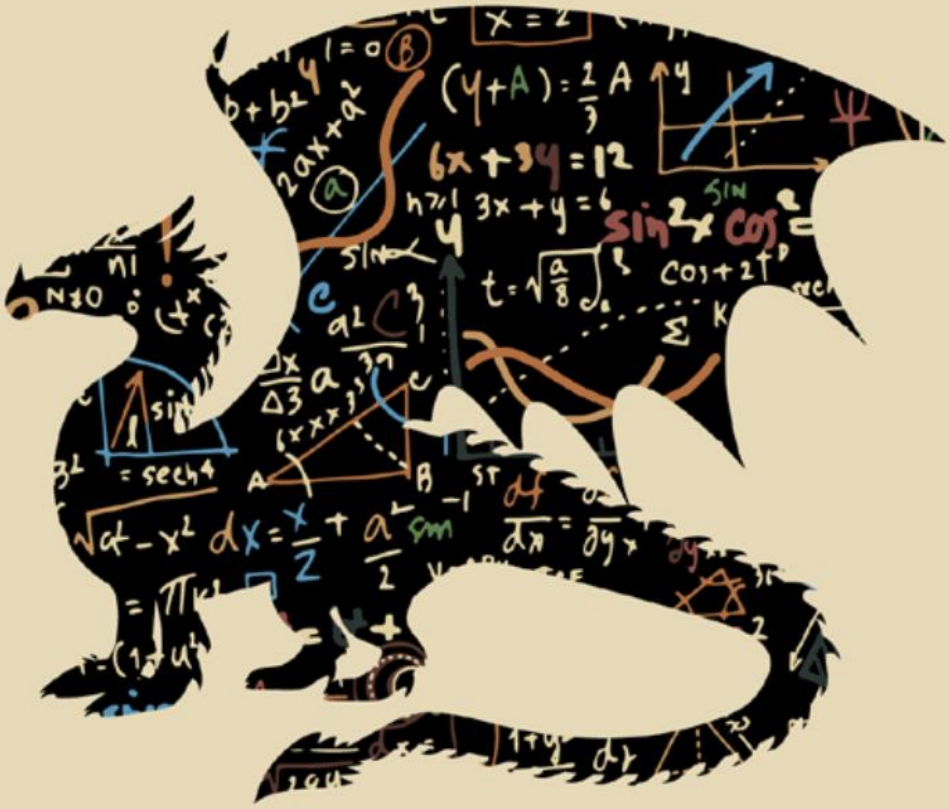
Paolo Alessandrini

Bestiario matematico

Mostri e strane creature nel regno dei numeri



MICROSCOPI
HOEPLI

1

Niente (e ancora meno)

Certamente zero e i numeri negativi hanno tutti i segni dell'artificio umano: destrezza, ambiguità, understatement.

Robert ed Ellen Kaplan, The Art of the Infinite (2003)

Lo zero è una strana bestia. Rappresenta il nulla, eppure è qualcosa. Un animale sospeso tra l'esistenza e la non esistenza. Un niente che possiamo pensare, scrivere, adoperare. Talmente bizzarro ed evanescente che i matemaghi lo crearono per ben tre volte: nei primi due casi, dopo un po' di tempo, lui scomparve (nel nulla, ovviamente). Soltanto al terzo incantesimo uscì un animale abbastanza longevo da arrivare in ottima salute fino a noi.

Per noi oggi lo zero è una presenza del tutto familiare. Ve lo immaginate un mondo senza? Niente promesse di "tolleranza zero" da parte di politici e amministratori contro ciò che non funziona. Nel calcio, nessun tormentone "zero tituli" di Mourinho, ma non si potrebbe nemmeno dire "uno a zero, palla al centro" (quale sarebbe, poi, il risultato di una partita finita senza reti?). I parrucchieri non taglierebbero i capelli a zero e non potremmo sparare a zero su qualcuno (casomai spareremmo a uno, ma volete mettere?). Non ci sarebbe neanche Renato Zero, tanto per dire: il noto cantante si sarebbe forse trovato un altro nome d'arte. Ma, soprattutto, senza lo zero tutto il nostro sistema di numerazione crollerebbe miseramente, come un castello di carte in una giornata ventosa.

Attenzione, però: non pensate allo zero come a un numero innocuo o banale. Secoli di sortilegi lo hanno parzialmente addomesticato, ma sotto sotto rimane una delle bestie matematiche più sconvolgenti e pericolose. Nel corso della storia fu ora ignorato, ora guardato con timore o diffidenza, ora venerato come divinità. Credo sia giusto inaugurare con lui il nostro viaggio alla scoperta delle creature matematiche più stravaganti.

C'era una volta un tempo in cui la bestia-zero non c'era. Perché non serviva. Il filosofo e matematico inglese Alfred North Whitehead, vissuto a cavallo tra Ottocento e Novecento, scrisse che nelle faccende di ogni giorno lo zero non serve proprio a niente: mica andiamo in pescheria e diciamo "Per favore, mi dia zero pesci". Analogamente, all'uomo preistorico non serviva un simbolo per indicare "zero bisonti catturati": era molto più semplice dire di non averne catturati o

ancora meglio tacere. Per la verità, non servivano nemmeno gli altri numeri: era sufficiente distinguere tra uno e molti, per il resto ci si poteva ingegnare.

Immaginate di essere un pastore primitivo: alla fine della giornata di pascolo, come fate a verificare che le pecore uscite dal recinto la mattina siano tutte rientrate? Be', non vi serve possedere il concetto dei numeri e conoscere i loro nomi. La mattina, ogni volta che una pecora esce dal recinto, raccogliete un sassolino da terra e lo mettete nella vostra sacca. Al ritorno, ne tirate fuori uno per ogni pecora che rientra. Se alla fine vi restano dei sassolini nella sacca, vuol dire che avete perso qualche pecora. Se invece, dopo averli tolti tutti, ci sono ancora pecore da far rientrare, avete stranamente guadagnato qualche pecora di un altro gregge.

Le idee che oggi vengono giudicate del tutto inutili potrebbero diventare indispensabili domani. Tra ciò che avviene oggi e ciò che accadrà domani c'è sempre il colpo di genio di qualche mente brillante, l'incantesimo di qualche matemago capace di plasmare o catturare una nuova portentosa creatura.

Per esempio, con l'intensificarsi delle attività economiche da parte delle prime civiltà (come Egizi e Sumeri), qualcuno si accorse che il generico concetto di molti cominciava a stare un po' stretto. Un bisonte, un albero e un uomo sono realtà molto diverse ma accomunate dalla loro natura di oggetti singoli, cioè dall'idea astratta di uno. In modo analogo, due bisonti, due alberi e due uomini hanno in comune il fatto di essere coppie: l'idea astratta di due. Estendendo il procedimento, si consolidò la consapevolezza dei numeri naturali (1, 2, 3 ecc.) e si svilupparono sistemi numerici che associavano speciali simboli a questi numeri.

E lo zero? Di lui nessuna notizia all'ombra delle piramidi. Ma in Mesopotamia…

Immaginate di trovarvi sulle rive del Tigri (o dell'Eufrate, scegliete voi) circa cinquemila anni fa. Non lontano, c'è un sumero, seduto. Ha scavato nella sabbia un solco della lunghezza di alcuni centimetri e vi ha depositato un sassolino. Ha così rappresentato l'unità. Ha perfino creato un simbolo grafico per rappresentarla su una tavoletta di argilla. Ora aggiunge un secondo sassolino: ecco il numero 2, al quale associa un altro simbolo. In teoria potrebbe andare avanti così all'infinito, ma c'è un problema: se per ogni numero deve inventarsi un simbolo, a un certo punto la fantasia si esaurirà. Come fare?

All'improvviso, ecco l'idea. Dopo aver collocato un bel numero di sassolini per rappresentare i numeri successivi, diciamo in tutto 59, non ne aggiunge più nella stessa scanalatura, ma traccia un secondo solco parallelo al primo: un sassolino in questa nuova scanalatura non vale 1, ma 60. Un numero come 70, quindi, può essere

rappresentato come 60 + 10, cioè un sassolino nel secondo solco e dieci nel primo: graficamente, basta tracciare il simbolo del numero 1 e poi quello del numero 10.

Due sassolini nel secondo solco valgono due volte 60, cioè 120, e così via fino ad arrivare anche qui a un massimo di 59 sassolini. Il sumero potrà poi estendere il suo abaco di sabbia con un terzo solco, in cui un sassolino avrà un valore di 60 · 60, cioè 3600, e avanti così: in questo modo, pur disponendo di soli 59 simboli, al sumero sembra possibile rappresentare qualsiasi quantità, anche le più enormi.

Un simile sistema di numerazione, in cui esiste una quantità finita di simboli per rappresentare le cifre e il loro valore dipende dalla posizione del simbolo all'interno del numero (cioè dal solco), è chiamato posizionale.

Grandioso! Ma il geniale matemago si accorge ben presto di un problema. Per esempio, mettendo tre sassolini nel primo solco (partendo da destra) e uno nel terzo solco (figura 1.1) si rappresenta una quantità diversa da quella che viene raffigurata con tre sassolini nel primo solco e uno nel secondo. Eppure, scritti sulla tavoletta d'argilla, questi numeri appaiono identici: il simbolo dell'unità seguito dal simbolo del 3.

Il sumero riflette. Per mostrare la differenza, serve indicare che, nel primo numero, un solco (il secondo) è rimasto vuoto. E così inventa un simbolo speciale di segnaposto.

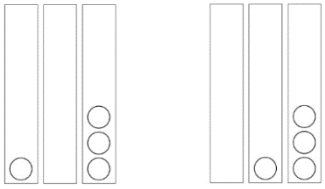
Ecco, fu più o meno così che prese forma una delle creature più potenti e tremende di sempre: lo zero. Ok, magari non andò esattamente in questo modo. Di certo numerazione posizionale, zero e tutto il resto non furono scoperti da un'unica persona e in un colpo solo. Ma sicuramente tra i Sumeri ci furono alcuni anonimi matemaghi che, nell'arco di generazioni, ebbero le idee giuste e coraggiosamente le misero in pratica.

Purtroppo l'incantesimo si rivelò effimero. La fragile creatura-segnaposto svanì con il declino della civiltà babilonese e per tutto il resto dell'antichità non fu più avvistata da nessuna parte.

Riapparve qualche millennio più tardi e a più di dodicimila chilometri di distanza dalla Mesopotamia: vale a dire, intorno al IV secolo d.C. e sull'altra riva dell'Oceano Atlantico. Anche la civiltà dei Maya, infatti, sviluppò un sistema di numerazione posizionale che prevedeva l'uso dello zero come segnaposto. Lo zero giocava un ruolo importante anche nel sofisticato calendario in uso presso quel popolo, che si articolava in un ciclo religioso, detto Tzolkin, e uno civile, detto Haab. Nel ciclo Haab l'anno era suddiviso in 18 mesi. Ogni mese aveva 20 giorni, per un totale di

360 giorni, ai quali veniva aggiunto un periodo finale di 5 giorni (considerato infausto).

Figura 1.1 Rappresentazioni del numero 3603 e del numero 63 in forma di abaco sumero.



Come facciamo noi, anche i Maya associavano un numero a ciascuno dei giorni del mese e anche a ciascuno dei mesi: ma a loro sembrò naturale etichettare il primo giorno di ogni mese, o il primo mese dell'anno, non con l'uno, ma con lo zero. Ecco, ciò che per i Sumeri era un mero segnaposto, ora assumeva anche un genuino significato numerico: rappresentava l'intero immediatamente precedente l'unità. In questo modo, il computo dei giorni dell'anno veniva elegantemente unificato al sistema di numerazione posizionale: in un ipotetico abaco Maya, il primo solco rappresenta il numero del giorno (da 0 a 19 sassolini), il secondo indica il numero del mese (da 0 a 17), il terzo e il quarto (nuovamente da 0 a 19) permettono di estendere il conteggio a epoche molto più lunghe. Mentre la base di numerazione sumera era sempre 60, il sistema Maya utilizzava basi diverse a seconda delle cifre: 20 per la prima cifra, 18 per la seconda e ancora 20 per la terza.

I Maya scrivevano i numeri compresi tra 0 e 19 utilizzando due diverse serie "grafiche": la prima formata da segni semplici e la seconda basata su complessi glifi con fattezze di volti grotteschi. Nella prima serie lo zero era rappresentato da una conchiglia: il passaggio dall'ultimo giorno di un mese al primo del mese entrante, o in generale da un periodo al successivo, era visto come l'evoluzione ciclica verso un livello superiore e simboleggiato dall'immagine della spirale.

Mediante **i glifi** i Maya raffiguravano le divinità associate alle cifre. Lo zero era impersonato da un volto con i capelli legati alla maniera tipica di una vittima sacrificale. Una mano veniva posta davanti alla bocca per indicare un genere di offerta particolarmente brutale che i Maya erano soliti praticare: la rimozione della mascella da una persona viva. Nella concezione religiosa dei Maya, infatti, il passaggio a un nuovo periodo era legato all'usanza di sacrificare esseri umani per favorire il progresso e l'evoluzione spirituale. Lo zero era insomma associato a un'immagine inquietante e macabra, una specie di "dio della morte".

E pensare che i Maya non erano consapevoli di tutti i "pericoli" che la bestia-segnaposto avrebbe portato con sé una volta che fosse stata analizzata e compresa fino in fondo.

I Greci ne ebbero un assaggio: quel che bastò per provare molta paura nei confronti di questa creatura e osservarla con ribrezzo. Concepito come quantità numerica di valore nullo, lo zero evocava l'idea del vuoto primordiale e questo era per loro motivo di sgomento. Come vedremo meglio nel prossimo capitolo, per i Greci un segmento di lunghezza zero non poteva esistere: sarebbe stato inconsistente, privo di esistenza. Perfino l'idea di un punto geometrico di lunghezza nulla era risultata indigesta ai pitagorici, alcuni dei primi matematici greci.

Il loro ragionamento era più o meno questo: provate voi, se ci riuscite, a tracciare un segmento mettendo in fila punti di misura uguale a zero! Forse l'impresa potrebbe avere successo disponendo di infiniti punti? Ma allora accogliere lo sconcertante animale dello zero significava anche accettare l'ancora più spaventosa idea dell'infinito! Di fatto i Greci fecero l'uno e l'altro, ma non lo dissero ad alta voce. Come non ammisero mai lo zero tra i loro numeri (nonostante gli astronomi greci ne avessero appreso l'esistenza dai colleghi babilonesi), così cercarono sempre di aggirare lo scivoloso concetto di infinito.

Per molti secoli dopo il tramonto dell'antichità, gli unici eruditi in Occidente furono i religiosi. I primi pensatori cristiani ereditarono dai Greci la repulsione per il vuoto e la paura dell'infinito: per loro lo zero, in quanto equivalente numerico del nulla, era addirittura una manifestazione di Satana. Il filosofo Severino Boezio propose un ragionamento che in effetti non faceva una grinza: se è vero che non esiste niente che Dio onnipotente non possa fare, e al tempo stesso il buon Dio non può commettere il Male, il Male non può che essere il nulla.

Intorno al 525 d.C., il dotto monaco Dionigi il Piccolo, incaricato dal papa di trovare un procedimento matematico per calcolare la data della Pasqua, decise di conteggiare gli anni non più a partire dalla fondazione di Roma, ma a partire dalla nascita di Gesù, che secondo i suoi calcoli era avvenuta nell'anno 753 *ab urbe condita*.[1] Inoltre, propose di etichettare come *1 anno Domini* il primo anno dopo la venuta del Salvatore e, non conoscendo lo zero, come 1 avanti Cristo l'anno immediatamente precedente. Il sistema introdotto da Dionigi si impose rapidamente in tutto il mondo cristiano, ma la mancanza di un "anno zero" nella numerazione di Dionigi è ancora oggi causa di fastidiosi inconvenienti nei conteggi dei periodi storici: per esempio, l'imperatore Augusto, nato il 23 settembre del

63 a.C. e morto il 19 agosto del 14 d.C., visse poco meno di 76 anni, ma se calcoliamo "algebricamente" la differenza tra le date di morte e di nascita otteniamo:

14 – (– 63) = 14 + 63 = 77

Temuta e disprezzata in Europa, la belva dello zero nacque per la terza volta in India.

A differenza degli Europei, gli Indiani non erano per nulla impauriti dal vuoto o dall'infinito. Nel pensiero indù l'universo ha tratto origine dal nulla e verso il nulla ogni anima mortale anela a ricongiungersi una volta terminato il ciclo delle reincarnazioni. La salvezza o liberazione suprema (*moksha*) consiste nel ritorno definitivo dell'anima individuale (*atman*) nella coscienza collettiva (*brahman*), che è al tempo stesso totalità dell'essere e nulla assoluto, anima cosmica presente ovunque e in nessun luogo, infinito e zero. In India questi due concetti non erano spaventosi come in Occidente, ma desiderabili.

Aggiungo un altro particolare. Per i Greci, i maggiori ostacoli all'accettazione dello zero e dell'infinito erano emersi dalla geometria e questo era per loro un problema serio. Invece agli Indiani, abilissimi nell'aritmetica e inventori dell'algebra, la geometria non importava granché.

Non stupisce, quindi, che gli Indiani abbiano affrontato, finalmente con serenità e coraggio, le vertiginose voragini del nulla e concesso allo zero lo status di numero vero e proprio. Già intorno al VI secolo d.C. era comparso in India un sistema numerico posizionale, non in base 60 come in Mesopotamia né in base 20 o 18 come in Centro America, ma in base 10, e su di questo si era innestato lo zero.

Fu il grande matematico indiano **Brahmagupta**, vissuto nel VII secolo d.C., a gettarlo nella mischia degli altri numeri e osservare il suo comportamento sul terreno delle operazioni aritmetiche. Nel suo trattato *Brāhmasphuṭasiddhānta*, enunciò una serie di regole relative alle addizioni, alle sottrazioni e alle moltiplicazioni che coinvolgevano lo zero. Queste regole erano perfettamente in linea con ciò che tutti noi abbiamo imparato a scuola. Sappiamo, per esempio, che sommare zero a un numero, oppure sottrarre zero dallo stesso numero, equivale a non fare nulla e fornisce come risultato il numero di partenza. Se moltiplichiamo un numero per zero, invece, otteniamo zero come risultato. Già queste semplici regole mostrano che lo zero non è un animale così ordinario, ma una creatura decisamente speciale.

E la divisione? Qui le cose si complicavano terribilmente e ogni matematico propose una soluzione diversa. **Brahmagupta** affermò che zero diviso zero fa zero e non si sbilanciò sul caso in cui un numero diverso da zero viene diviso per zero. Due secoli dopo, un altro matematico indiano, **Mahavira**, sentenziò, nel suo trattato *Ganita-Sara-Sangraha*, che dividendo un numero qualsiasi per zero si ottiene ancora il numero iniziale. Infine, uno dei più grandi matematici della storia, **Bhaskara II,** anche lui indiano ma vissuto nel XII secolo, ipotizzò che il risultato della divisione per zero fosse una quantità infinita.

In realtà tutti e tre i matemaghi sbagliavano. A scuola abbiamo imparato che, per esempio, $6 : 2 = 3$ perché $3 \cdot 2 = 6$. Se potessimo legittimamente estendere il concetto a una divisione del tipo $6 : 0 = a$, vorrebbe dire che $a \cdot 0 = 6$. Ma tutti sanno che moltiplicando un numero qualsiasi per zero si ottiene zero e non certo un numero come 6. Quindi la divisione per zero è impossibile.

Se invece considerassimo la divisione $0 : 0$ e ipotizzassimo che il risultato fosse uguale a un numero a, dovremmo dedurre che a moltiplicato per zero è uguale a zero. Ma, ancora una volta, qualsiasi numero a soddisfa questa uguaglianza. Dobbiamo allora concludere che la divisione $0 : 0$ potrebbe avere qualsiasi risultato. In matematica, tuttavia, non possiamo permetterci il lusso di avere operazioni a più risultati: sarebbe un po' come avere un mostro con molte teste. Anche la divisione $0 : 0$, quindi, non è definita.

Insomma, dividere per zero è un'operazione priva di senso. Ecco, dovrebbe essere ormai evidente che la bestia dello zero, una volta ammaestrata, accolta nello zoo dei numeri ed esaminata in tutte le sue caratteristiche, deve essere trattata con grande cautela: resta comunque un esemplare molto pericoloso e imprevedibile. Al punto che il 21 settembre 1997 riuscì a mettere in ginocchio un incrociatore lanciamissili americano da un miliardo di dollari! Quel giorno, infatti, uno dei tecnici della USS Yorktown, incaricato di risolvere un problema meccanico rilevato a una valvola del carburante, provò a resettare il dispositivo da remoto: si collegò al sistema di controllo della propulsione mediante l'apposita applicazione informatica e digitò uno zero in uno dei campi. Non l'avesse mai fatto! Lo sciagurato errore di divisione per zero era in agguato: l'applicazione andò in crash e bloccò totalmente la nave per due ore e quarantacinque minuti. La Yorktown veniva utilizzata con successo dal 1984, anche in operazioni di guerra, senza mai riportare incidenti: soltanto i superpoteri del numero nullo riuscirono a fermarla.

Se i matemaghi indiani non arrivarono a comprendere a fondo di che cosa fosse capace la bestia dello zero, dobbiamo però riconoscere loro un enorme merito: averla plasmata e classificata come creatura numerica a tutti gli effetti. Da quel momento in poi, la speciale cifra, assieme al sistema posizionale decimale, non ebbe più bisogno di essere rievocata secoli dopo da un'altra parte del mondo, ma cominciò a diffondersi come una benefica pandemia, verso la Cina da una parte e il Medio Oriente dall'altra.

Intorno all'820, il grande matematico arabo **Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi** descrisse l'invenzione indiana nella sua opera più famosa, intitolata *al-Kitab al-mukhtasar fi hisab al-jabr wa al-muqabala.*[2]

L'Europa, invece, ancora troppo impregnata di aristotelismo, non era pronta ad accogliere e metabolizzare le novità che arrivavano dall'Asia. Si dovettero attendere altri due secoli. Nel suo *Liber abbaci*, il mercante e matematico **Leonardo Pisano**, detto **Fibonacci**, descrisse il sistema numerico che aveva conosciuto durante i suoi viaggi d'affari in Nord Africa e Medio Oriente. Gradualmente i pratici numeri arabi (che più correttamente dovremmo chiamare indiani) rimpiazzarono i macchinosi numeri romani, ancora in uso in Occidente. Gradualmente anche da noi si cominciò a considerare lo zero non più come un segnaposto alla babilonese, ma come un vero numero. E molto gradualmente si arrivò anche a comprendere come la divisione per zero fosse un nonsense matematico.

Lo zero, chiamato *sunya* dagli Indiani e diventato sifr per gli Arabi, fu poi latinizzato in *zephirum*. Da qui derivarono le parole italiane cifra e, appunto, zero.

Il seme gettato da **Brahmagupta** alla fine germogliò. Lo zero rimane anche oggi un animale fuori del comune, ma grazie all'incantatore indiano e ai suoi successori possiamo maneggiarlo con una certa tranquillità, senza eccessiva paura di farci male.

Oggi siamo abituati a rappresentare lo zero come punto mediano di due semirette che si stendono a perdita d'occhio in direzioni diametralmente opposte. Su quella di destra si trovano i numeri positivi, su quella opposta abita un'altra famiglia di strane bestie: i numeri negativi.

Pensateci un attimo. Come e più che per lo zero, i numeri negativi rappresentano un concetto affatto naturale. Molto peggio dello zero. Che significato può avere qualcosa che vale meno di niente? Mettetevi nei panni di un uomo preistorico: se per lui non aveva senso l'espressione "zero bisonti", figuriamoci se poteva dire "–3 bisonti"! Se un uomo ha quattro pecore e ne vende una, può indicare la quantità

che rimane con l'espressione 4 – 1; ma che significato può avere un'espressione come 4 – 5? Se l'uomo ha quattro pecore, non può certo venderne cinque.

Anche per tutta l'antichità i numeri negativi furono ignorati. In particolare ai Greci, che come abbiamo visto furono soprattutto geometri, riusciva davvero impossibile attribuire un significato a un numero negativo. Qualcuno di voi ha mai visto un segmento con una lunghezza negativa? O una figura geometrica con un'area negativa? I numeri negativi erano del tutto incompatibili con il modo greco di ragionare. In epoca ellenistica, il matematico Diofanto definì "assurda" un'equazione come $4x + 20 = 4$, colpevole di avere come unica soluzione un numero negativo ($x = -4$).

Anche questi numeri furono alla fine catturati e addomesticati in Asia. Pare che il primo a concepire la pazza idea che un numero potesse essere negativo sia stato il cinese **Liu Hui**, vissuto nel III secolo d.C. Dalla Cina il concetto passò in India, dove il solito **Brahmagupta** incorporò senza problemi i numeri negativi nelle sue riflessioni algebriche. In particolare, fu lui a proporre una metafora "contabile" molto appropriata: i numeri positivi potevano essere visti come crediti e quelli negativi come debiti. In questo senso, anche lo zero assumeva un significato concreto: l'uguaglianza tra crediti e debiti, cioè il perfetto pareggio di bilancio. Anche gli Arabi accettarono i numeri negativi e proseguirono l'opera intrapresa dagli Indiani.

E in Europa? Da noi la discriminazione nei confronti di questa progenie numerica andò avanti ancora per molto tempo, non solo per il sospetto nutrito verso le novità provenienti dai paesi islamici, ma anche perché nella dottrina cristiana il concetto di debito era associato alla pratica peccaminosa dell'usura (i contabili, da par loro, escogitarono altre tecniche per indicare i debiti nelle loro scritture, per esempio segnandoli in rosso o mettendoli tra parentesi).

Ancora in epoca rinascimentale, matematici come il francese **Nicolas Chuquet** e il tedesco **Michael Stifel** qualificavano come "assurdi" i numeri negativi. Negli stessi anni, l'italiano **Gerolamo Cardano** li bollò come "finzioni". Fu l'inglese **John Wallis**, verso la fine del Seicento, a sdoganarli finalmente, definendoli "né assurdi né inutili" e mettendoli a fianco dei numeri positivi in una "retta dei numeri" che oggi ritroviamo ovunque, per esempio nei grafici e nei termometri.

Nonostante questi progressi, in piena epoca dei Lumi molti matematici consideravano ancora i numeri negativi come oggetti "raccapriccianti": un inglese come Francis Maseres li giudicò "privi di senso" e affermò che "oscurano l'intera

dottrina delle equazioni e rendono oscure le cose che sono nella loro natura eccessivamente ovvie e semplici". Fino all'Ottocento rimase pratica comune considerare "fittizie", e di conseguenza scartare, le eventuali soluzioni negative di un'equazione, un po' come di una banana si mangia la polpa e si getta via la buccia.

Oggi siamo abituati fin da bambini ad accogliere senza pregiudizi nello zoo dei numeri anche gli esemplari minori di zero. Non percepiamo più alcun senso di disagio. Ci sembra ovvio usare numeri negativi per rappresentare le voci passive di uno stato patrimoniale, il saldo di un conto corrente in rosso, le temperature al di sotto del congelamento dell'acqua e così via. Ci suona del tutto normale la celebre "regola dei segni", che abbiamo imparato a scuola e che fu enunciata già da Brahmagupta: moltiplicando tra loro due numeri positivi oppure due numeri negativi si ottiene un altro numero positivo; moltiplicando un numero positivo per un numero negativo (o viceversa) si ottiene un numero negativo (la regola si applica in modo analogo non solo alla moltiplicazione ma anche alla divisione).

Ma questo è il risultato di un lungo percorso culturale grazie al quale un'idea oggettivamente artificiosa è gradualmente diventata familiare. Quegli stessi animali, che un tempo apparivano oltremodo feroci, oggi scodinzolano docili e tranquilli in casa nostra.

1 Secondo la maggior parte degli studiosi moderni, Dionigi si sbagliò di qualche anno perché Cristo nacque tra il 7 a.C. e il 4 a.C.

2 Dal termine **al-jabr**, che significa "ricomposizione" (una delle operazioni descritte nel trattato per la risoluzione delle equazioni di secondo grado), è derivata la parola "algebra". Dal nome stesso di **al-Khwarizmı** discende invece il termine "algoritmo".

Dopo aver letto e riletto il testo prova a redigere un piccolo riassunto sulla storia dello zero e dei numeri negativi. Cosa intende l'autore per matemaghi ?A quali conclusione puoi trarre? Che valore ha per te lo zero? Che significato e valore hanno i numeri negativi?