ESAME DI AMMISSIONE

ALLE SCUOLE MEDIE SUPERIORI

MATEMATICA

Sussidi ammessi: - calcolatrice tascabile non programmabile e con visore non grafico

- formulario di matematica

- materiale per scrivere e disegnare

Tempo a disposizione: 3 ore

Valutazione: Ogni esercizio vale 8 punti.

La nota 4 è ottenuta con 36 punti, la nota 6 con 56 punti.

1. Calcolare e semplificare il più possibile:

a) $\dfrac{a^2b-2ab}{2ab-4b}$

b) $\dfrac{4x}{3x-3}-\dfrac{9x-1}{6x-6}-1$

c) $\dfrac{2x^{-3}}{\left(2x^{-1}\right)^2}:\dfrac{x^2}{2}$

2. Risolvere i seguenti sistemi (indicare l'insieme delle soluzioni):

a) $\begin{cases}\dfrac{1-x}{2}<\dfrac{x}{6}+\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{2x+1}{2}\le\dfrac{7}{6}\end{cases}$

b) $\begin{cases}2x-\dfrac{1}{4}(x-y)=11\\ 2y-\dfrac{1}{4}(y-x)=17\end{cases}$

3. È data l'equazione in $\mathbb{R}$ $\dfrac{a^2x}{a+1}=ax+1$, dove x è l'incognita e $a\in\mathbb{R}$.

a) Stabilire per quali valori di a l'equazione non ha senso.

b) Determinare per quale valore di a l'equazione ammette come soluzione 1.

c) Risolvere l'equazione per a = $\sqrt{2}$ (è richiesta la soluzione esatta).

d) Esistono dei valori per a tali che l'equazione data non abbia soluzione?

4. Un'organizzazione culturale, durante una festa di paese, incassa 840.- Fr grazie ad una lotteria.

   Se ogni suo socio fosse ricompensato con 25.- Fr per il lavoro svolto, resterebbe una certa somma da devolvere in beneficienza. Volendo invece devolvere il doppio di tale somma in beneficienza, ogni socio prenderebbe 5.- Fr in meno.

   Calcolare quanti sono i soci dell'associazione.

5. I lati di un quadrato vengono aumentati di 2, rispettivamente di 3 cm, in modo da ottenere un rettangolo avente un'area che supera di 96 cm^2 quella del quadrato di partenza.

   a) Determinare il lato del quadrato.

   b) Calcolare di quanto si è allungata la diagonale del quadrato (è richiesto il valore esatto).

6. Si considerano le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $x \mapsto y = 2 - \frac{2}{3}x$ e $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $x \mapsto y = \frac{4}{3}x^2 + 2$.

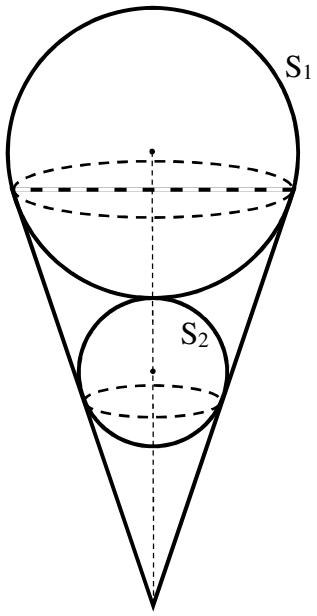
   a) Determinare se x = -1 ha un'immagine maggiore applicando la funzione f oppure la funzione g.

   b) Calcolare per quali $x \in \mathbb{R}$ $f(x) + 1 = g(2)$.

   c) Verificare che x = 0 soddisfa l'equazione f(x) = g(x).

      Ci sono altri valori che soddisfano tale equazione?

7. In un cono retto per il quale il raggio di base misura 60 cm e l'altezza 144 cm sono inserite due sfere S_1 e S_2:



S_1 è tangente al cono e lo interseca lungo la sua circonferenza di base,

S_2 è tangente sia al cono che a S_1.

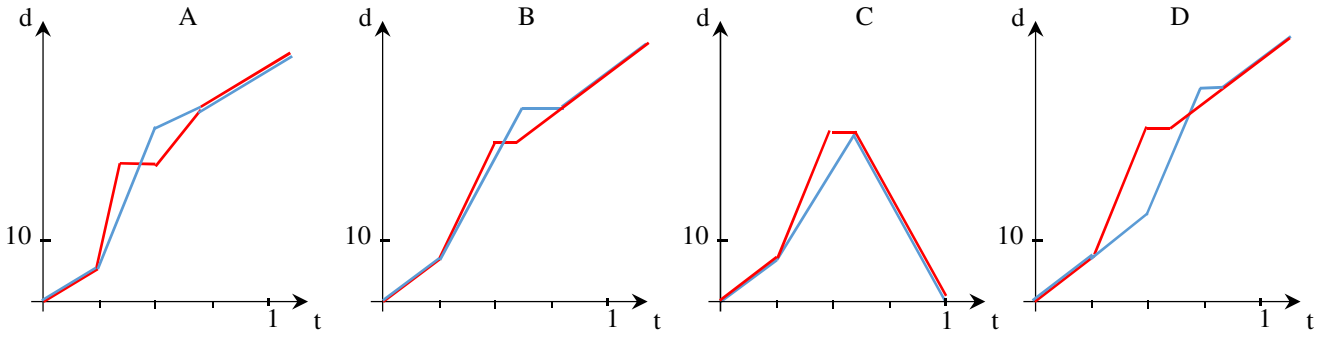
Determinare le misure dei raggi r_1 (di S_1) e r_2 (di S_2).

8. Aldo e Marco sono fratelli e hanno la passione per la bicicletta.

Un giorno essi partono assieme da casa alla stessa velocità,

ma dopo 15' Aldo accelera e stacca Marco; dopo altri 15' Aldo purtroppo fora e durante i 5' che impiega per la riparazione vede Marco passargli accanto e continuare senza chiedergli se avesse bisogno di aiuto. Quando Aldo riparte (alla stessa velocità di quando erano partiti) ritrova però Marco che si era fermato ad aspettarlo e riprendono a pedalare assieme fino al rientro a casa.

Trovare quale tra i grafici sottostanti corrisponde alla situazione descritta, indicando per quelli sbagliati il motivo.



Sull'asse delle ascisse è indicato il tempo t (in ore), sull'asse delle ordinate la distanza d (in km) percorsa dai due fratelli: in rosso Aldo, in azzurro Marco.

Valutazione:

Esercizio		Punti	Commento	Soluzioni
1	a)	2		$\frac{a}{2}$
	b)	3		$\frac{-7}{6}$
	c)	3		x^{-3}
	tot	**8**		
2	a)	4		$S =]\frac{1}{4}, \frac{2}{3}]$
	b)	4		$S = \{(5, 9)\}$
	tot	**8**		
3	a)	1		$a = -1$
	b)	2		$a = \frac{-1}{2}$
	c)	3		$S = \{\frac{-\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\} = \{\frac{-2-\sqrt{2}}{2}\}$
	d)	2		$a = 0$
	tot	**8**		
4	tot	8	2 punti per la prima equazione 2 punti per la seconda equazione 4 punti per la risoluzione del sistema	28 soci
5	a)	5	2 punti per l'impostazione dell'equazione 3 punti per la sua risoluzione	L = 18 cm
	b)	3		differenza = $29-18\sqrt{2}$ cm
	tot	**8**		
6	a)	2		$g(-1) = \frac{10}{3} > f(-1) = \frac{8}{3}$
	b)	3		$x = -2$
	c)	3		$x = \frac{-1}{2}$
	tot	**8**		
7	**tot**	**8**	2 punti per l'utilizzo dei triangoli simili (o il teorema di Euclide) 3 punti per r_1 3 punti per r_2	$r_1 = 65$ cm $r_2 = \frac{260}{9}$ cm
8	**tot**	**8**	2 punti per l'individuazione del grafico corretto 2 punti per il commento ad ogni altro grafico	B è corretto
Totale		**64**		

0-5	6-11	12-17	18-23	24-29	30-35	36-40	41-45	46-50	51-55	56-64
1	1 ½	2	2 ½	3	3 ½	4	4 ½	5	5 ½	6