ISTITUTO ELVETICO SALESIANI DON BOSCO Quarta Media B Cognome …… Nome ……

Verifica di matematica nr.9 **19 aprile 2021**

1) La Tecnica di calcolo.

a) Semplifica la seguente espressione algebrica.

$$\left(\frac{1}{m^2+2m}-\frac{1}{m+1}+\frac{1}{3m}\right)\left[\frac{1}{4}+\frac{3}{4(m-2)}\right]\cdot\left(\frac{5-2m^2}{4-m^2}\right)^{-1}=$$

b) Data l'espressione $-\frac{3}{2}\cdot\left(\sqrt{12}-\sqrt{20}\right)+\frac{15}{\sqrt{5}}$ **ridurla alla forma** $a\sqrt{3}+b\sqrt{5}$ **con a e b numeri reali.**

c) Risolvi le seguenti equazioni mostrando tutti i passaggi e specificando l'insieme soluzione.

i) $\frac{2}{x-5}-\frac{1}{x}=\frac{2\cdot(x-1)^2}{5x-x^2}+2$ **ii)** $x^2=15$ **iii)** $x^3+5x^2=14x$

d) Nel suo periodo di scuola media, Luca ha stabilito un singolare primato: nelle verifiche di matematica ha ottenuto sempre solo 3 e 5.
Egli vorrebbe sapere dal suo docente, che lo ha seguito tutti e quattro gli anni, quante note 3 e quante note 5 ha ricevuto.
Il docente risponde:
Sommando tutte le note si ottiene 146; inoltre la differenza fra il quintuplo e il triplo del numero delle verifiche che ha svolto è 72. Calcola:

- **i)** Quante note tre e quante note cinque ha ottenuto Luca nelle verifiche di matematica?
- **ii)** Quante verifiche ha svolto complessivamente nei quattro anni?
- **iii)** In media quante verifiche all'anno svolgeva Luca?
- **iv)** Quale media avrà Luca a matematica sui quattro anni?

2) Le disequazioni di grado superiore - fratte.

Risolvi le seguenti disequazioni specificando l'insieme soluzione nei te modi.

a) $x^2\geq 15$ **b)** $x^3+5x^2\leq 14x$

c) $\frac{-3}{2-x}\leq 0$ **d)** $\frac{x-3}{2-x}\geq 1$

3) Le funzioni.

Date le funzioni reali: $f: x\mapsto y=\frac{x-1}{2-x}$ **e** $g: x\mapsto y=-x+1$

a) Determina il dominio delle due funzioni, $D_{f(x)}=$; $D_{g(x)}=$

b) Determina l'insieme delle Immagini $Im_{f(x)}=$; $Im_{g(x)}=$

c) Rappresenta nell'intervallo $x\in[-2;5]$,con u = 2q le due funzioni, motivando la costruzione.

d) Risolvi graficamente l'equazione $f(x)=g(x)$

e) Verifica algebricamente la soluzione grafica

4) Si considerano le seguenti funzioni reali:

$\mathbf{f: x \mapsto y = -3x - \sqrt{2}}$ **e** $\mathbf{g: x \mapsto y = \sqrt{8} + x}$

a) Rappresentale sul piano cartesiano con u =2q, motivando il disegno.

b) Calcola, lasciando i radicali, cioè il valore esatto, le coordinate dei punti d'intersezione dei loro grafici con gli assi cartesiani tale che:

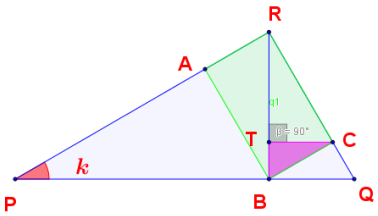
$\{A\} = g(x) \cap Ox$; $\{C\} = g(x) \cap Oy$; $\{B\} = f(x) \cap Ox$; $\{E\} = f(x) \cap Oy$

c) Calcola le coordinate del loro punto d 'intersezione: $\{D\} = f(x) \cap g(x)$

d) Calcola l'area del quadrilatero BOCD situato nel secondo quadrante delimitato dai grafici delle funzioni f e g e dagli assi cartesiani. (Sono richiesti valori non approssimati …utilizza dunque i radicali)

e) Calcola il perimetro del quadrilatero BOCD.

5) La similitudine nel piano.

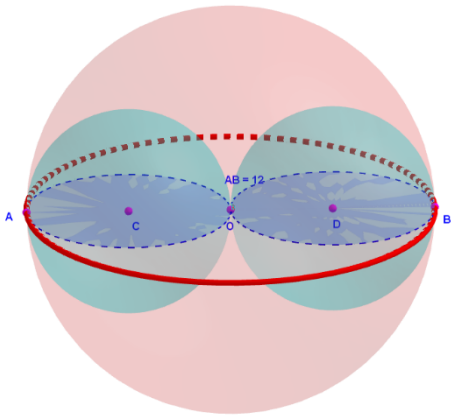


I lati RA e RC del rettangolo ABCR sono stati prolungati in modo d'ottenere il triangolo PQR, con PQ passante per B e perpendicolare a BR, come nella figura.

a) Dimostrare che i triangoli PBA e CTB sono simili, indicando le ampiezze dei loro angoli acuti in funzione di k dell'ampiezza dell'angolo di vertice P.

b) Determinare la misura dell'ipotenusa PBA nel caso in cui $|AR| = 21\ (\text{cm})$ e $|CR| = 28\ (\text{cm})$

6) La sfera. Data la seguente rappresentazione, con $|AB| = 12\ (cm)$



a) Fai uno schizzo della situazione.

b) Determina i raggi delle due sfere, grande e piccola.

c) Motiva come mai sono le due sfere sono simili e determina il rapporto **k** tra r = raggio della sfera piccola e R = raggio della sfera grande.

d) Verifica che il rapporto tra le aree delle due sfere rispetti le regole che abbiamo visto; motiva.

e) Verifica che il rapporto tra i volumi delle due sfere rispetti le regole che abbiamo visto; motiva.

f) Che percentuale di spazio occupano le due sfere piccole rispetto a quella grande?

Buon Lavoro!

$$\begin{cases} 3-\dfrac{4}{y-1}=\dfrac{x-2y}{1-y} \\ 3(2x-y)=1-2(x-2y) \end{cases} \qquad \left[S=\varnothing;\ S=\left\{\left(\tfrac{10}{3},\tfrac{11}{3}\right)\right\}\right]$$

370 $\left(\dfrac{1}{m^2+2m}-\dfrac{1}{m+1}+\dfrac{1}{3m}\right)\left[\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4(m-2)}\right]\cdot\dfrac{4-m^2}{5-2m^2}$ $\left[-\dfrac{1}{12m}\right]$

7)

Data l'espressione $4\cdot\left(\sqrt{48}+\sqrt{18}\right)-\dfrac{6}{\sqrt{2}}$ ridurla alla forma $h\cdot\sqrt{3}+p\cdot\sqrt{2}$ indicando i valori dei numeri reali h e p.

204 $\dfrac{2}{x-5}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{2(x-1)^2}{5x-x^2}+2$ $[S=\{-1\}]$

448 $x^3+5x^2-14x=0$

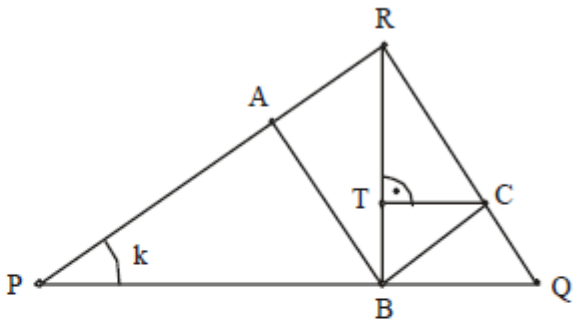
Nel suo periodo di studi ginnasiali, Curzio ha stabilito un singolare primato: negli "espe" di matematica ha ottenuto sempre e solo le note 3 e 5.
Egli vorrebbe sapere dal suo docente, che lo ha seguito in tutti e quattro gli anni, quante note 3 e quante note 5 ha ricevuto.
Il docente gli risponde così:
-Sommando tutte le note si ottiene 146; inoltre la differenza fra il quintuplo e il triplo del numero di "espe" che hai fatto è 72. -
Quante note 3 e quante note 5 ha ottenuto Curzio negli "espe" di matematica ?

Si considerino le seguenti funzioni reali:

$$f: x \mapsto 3x + \sqrt{2} \quad , \quad g: x \mapsto \sqrt{8} - x$$

Determinare area e perimetro del quadrilatero situato nel primo quadrante, delimitato dai grafici delle funzioni f e g e dagli assi cartesiani (sono richiesti valori non approssimati).

I lati RA e RC del rettangolo ABCR sono stati prolungati in modo da ottenere il triangolo PQR con PQ passante per B e perpendicolare a RB, come mostrato nella figura accanto.



i) Dimostrare che i triangoli PBA e CTB sono simili, indicando le ampiezze dei loro angoli acuti in funzione della misura k dell'ampiezza dell'angolo di vertice P.

ii) Determinare la misura dell'ipotenusa del triangolo PBA nel caso in cui |RA| = 21 cm e |RC| = 28 cm.