# INSIEME DEI NUMERI INTERI: $\mathbb{Z}$ ( Testo pag. 13 – 31; 79-103)

1) **Introduzione – concetto**.

   a) **La montagna più alta della Svizzera è la Punta Dufour,** nel Canton Vallese con 4'634 metri.

**Locarno** situata a 193 m s.l.m. è il punto più basso, mentre nel suo lago con i suoi 372 m sotto il livello del mare, abbiamo il punto più profondo.



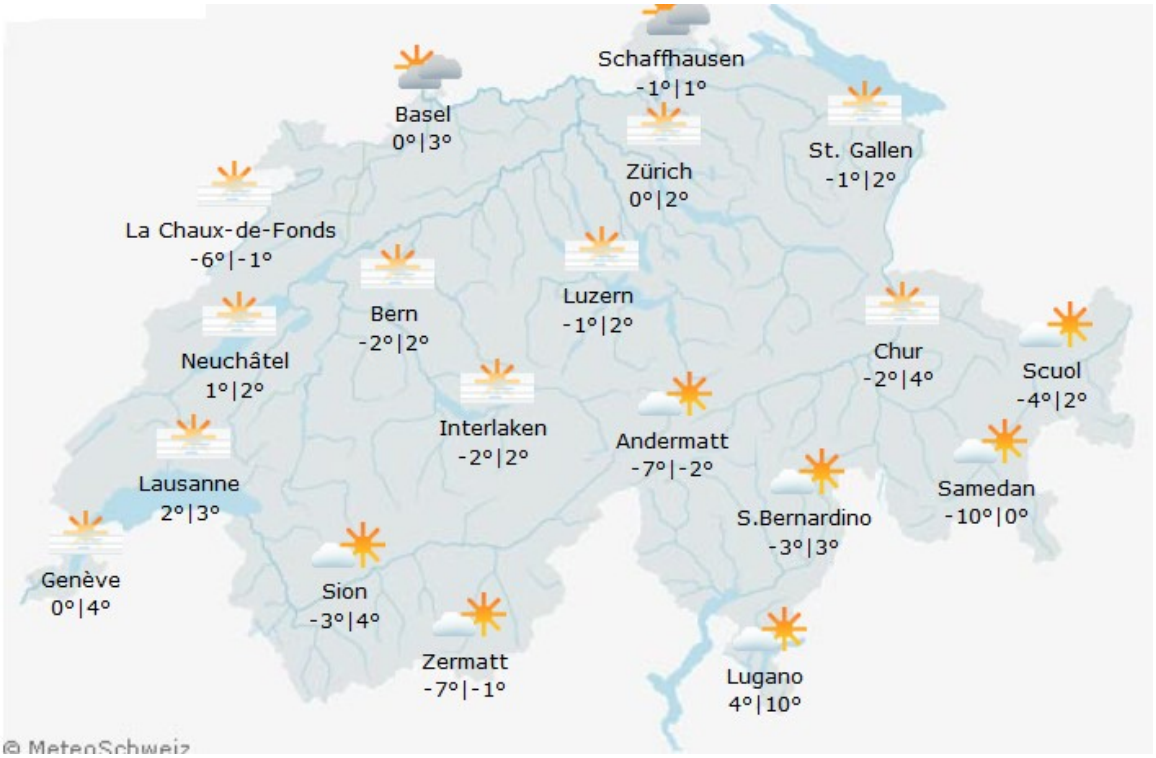



Rappresenta la situazione graficamente.

Qual è il punto di riferimento? .....

Vi sono altre situazioni nelle quali i numeri naturali non bastano:

   b) **La temperatura.**




Cosa rappresenta questa cartina?

.....

In quali località:

i) Hai la temperatura più bassa? ……

ii) Hai la temperatura più alta? ……

iii) V'è stata la maggiore escursione termica? ……

iv) V' è stata la minore escursione termica? ……

Qual è il punto di riferimento? ……

**c) Le date storiche.**



Césare, Gaio Giulio (latino Iulius Caesar) - Generale romano (Roma 100 a.C. - 44 a. C.).

Cosa indica a. C.? ……

Quanti anni visse? ……

Tu, quanti anni dopo Giulio Cesare sei nato?

……

Qual è il punto di riferimento?

……

**d) La gestione contabile.** Commenta questo titolo.

# Il preventivo di Locarno vede rosso ma non troppo

**CONTI** / Malgrado le difficoltà legate alla pandemia per il 2021 si stima un disavanzo tutto sommato contenuto di 2,4 milioni
Rimane alto il livello degli investimenti a favore del territorio, come l'autosilo dei Monti o il nodo semaforico del Debarcadero

……

……

Qual è il punto di riferimento?

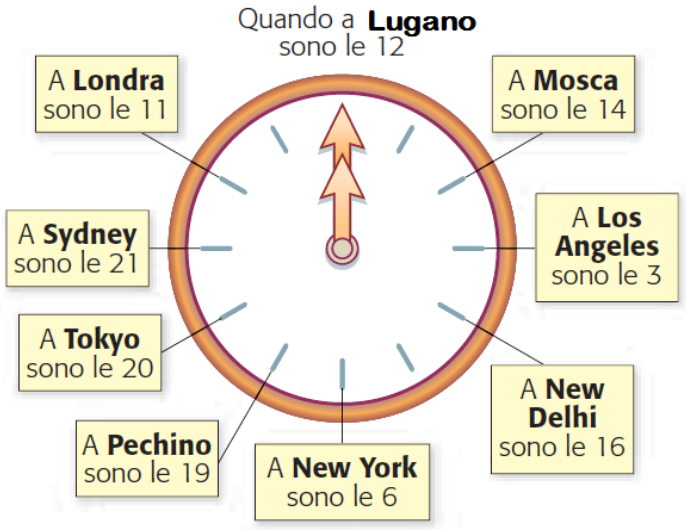
……

Qual è lo stato delle finanze cantonali? …e di quelle Federali?

……

**e) Il fuso orario.**

Commenta questa immagine, a cosa si riferisce?.....




L'orologio segna l'ora di alcune delle maggiori città del mondo, nel medesimo istante.

Quante ore di differenza abbiamo tra Lugano e Mosca?

.....

E tra Lugano e Los Angeles?

.....

Cos'è la linea del cambiamento di data?

.....

.....

.....

Qual è il punto di riferimento? .....

**f) I cambi.**

Commenta questa immagine, a cosa si riferisce?

| Simbolo | Denaro | Lettera | Massimo | Minimo | Var. | Var. % |
|---|---|---|---|---|---|---|
| EUR/USD | 1,1694 | 1,1695 | 1,1697 | 1,1636 | +0,0054 | +0,47% |
| USD/JPY | 104,69 | 104,72 | 104,81 | 104,47 | -0,00 | -0,00% |
| GBP/USD | 1,2992 | 1,2993 | 1,2996 | 1,2903 | +0,0080 | +0,62% |
| USD/CHF | 0,9156 | 0,9160 | 0,9194 | 0,9156 | -0,0029 | -0,32% |
| USD/CAD | 1,3136 | 1,3140 | 1,3235 | 1,3137 | -0,0077 | -0,58% |
| EUR/JPY | 122,42 | 122,48 | 122,48 | 121,82 | +0,58 | +0,48% |
| AUD/USD | 0,7125 | 0,7130 | 0,7132 | 0,7028 | +0,0074 | +0,71% |
| NZD/USD | 0,6676 | 0,6680 | 0,6683 | 0,6611 | +0,0047 | +0,71% |
| EUR/GBP | 0,8999 | 0,9002 | 0,9023 | 0,8999 | -0,0008 | -0,08% |
| EUR/CHF | 1,0708 | 1,0716 | 1,0719 | 1,0688 | +0,0016 | +0,15% |

.....

.....

.....

.....

Cosa puoi dire dei cambi di valuta?

.....

.....

Qual è il punto di riferimento?

.....

**g) L'ascensore.**




Cosa indicano i pulsanti con il segno negativo?

……

Ho posteggiato al – 3 , e l'uscita è situata al 6 piano , quanti piani devo salire?

……

Qual è il punto di riferimento?

……

h) **Le operazioni:** Puoi svolgere il calcolo 12 – 7 = ……. e 7 – 12 = ?

……

Cosa hanno in comune questi esempi?

……

**Conclusione**: Abbiamo dunque bisogno d'un altro insieme numerico.

2) **L'INSIEME DEI NUMERI INTERI RELATIVI.**

Modi di scrittura, matematicamente contrassegnato con $\mathbb{Z}$, esso comprende tutti i numeri interi sia positivi che negativi.

$\mathbb{Z} = \{\ldots..-4\,;\,-3\,;\,-2;\,-1\,;0\,;\,+1;\,+2\,;\,+3\,;\,+4:\,+5\,;\ldots\ldots\ldots..\}$

Come vedi mettiamo sempre il segno negativo ( - ) prima di un numero minore di zero e un segno positivo ( + ) prima di un numero maggiore di zero.

Lo zero è considerato ……

Dunque:

$\mathbb{Z}^+ = \{0;\,+1;\,+2;\,+3;\,+4;\,+5;\,+6\,;\ldots\ldots\ldots..\}$ definito per elencazione

$\mathbb{Z}^+ = \{x\ \in \mathbb{Z}|x \geq 0\}$ , definito per caratteristica,

è detto insieme dei numeri interi positivi e corrisponde a ……..

$\mathbb{Z}^- = \{\ldots..-5;\,-4\,;\,-3\,;\,-2\,;\,-1\,;0\}$ definito per elencazione

$\mathbb{Z}^- = \{x\ \in \mathbb{Z}|x \leq 0\}$ , definito per caratteristica, è detto insieme dei numeri interi negativi.

Esercizio:

i) Rappresenta gli Insiemi $\mathbb{Z}^+$ e $\mathbb{Z}^-$ con un unico diagramma di Venn. Cosa noti?

Completa.

+ 8 ……$\mathbb{Z}^-$ ; -13……$\mathbb{Z}^-$ ; 0 ……$\mathbb{Z}^-$ ; 0 ……$\mathbb{Z}^+$ ; + 8 ……$\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+ =$ …… ; $\mathbb{Z}^- \cap \mathbb{Z}^+ =$ …… ; $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^+ =$ …… ; $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^- =$ …… ;

ii) Rappresenta l'insieme dei Numeri Naturali, $\mathbb{N}$, e l'insieme dei numeri interi $\mathbb{Z}$, con un unico diagramma di Venn. Cosa noti? Come lo scrivi matematicamente?

È vero che tutti i numeri naturali sono anche numeri interi?

iii) Definisci nel modo mancante (elencazione o caratteristica)

A = $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \geq +4\}$ =……

B =$\{x \in \mathbb{Z} \mid x < +4\}$ =……

C =$\{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < +3\}$ =……

D = $\{+8; +10; +12; +14 \ldots\}$ =……

E = $\{\ldots; -8; -7; -6; -5\}$ =……

F = $\{-8; -7; -6; -5\}$ =……

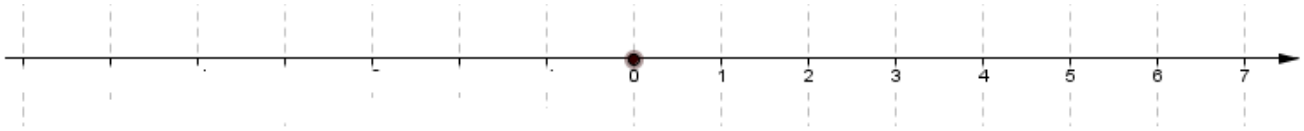
**<u>Osservazione</u>**: Due numeri interi eventi lo stesso segno sono detti **concordi**, nel caso contrario son detti **discordi**.

Es. – 3 e +5 sono …… ; mentre – 15 e -45 sono ……;

+8 e -8 sono detti ……; dunque due numeri opposti sono sempre……

**3) La rappresentazione sulla retta numerica.**

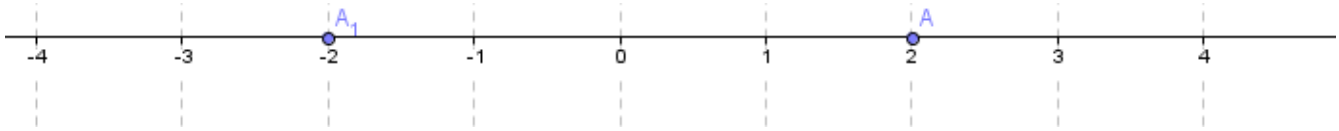
a) **Inserisci** sulla retta i numeri interi negativi, che risultano …….
rispetto al punto ……




Due numeri simmetrici rispetto allo zero sono detti OPPOSTI.
+ 3 è l'opposto di ……. . ; - 4 è l'opposto di …….. ; 0 è l'opposto di …….. ;
Qual è il numero opposto di zero?……
La somma di due numeri opposti è sempre ……

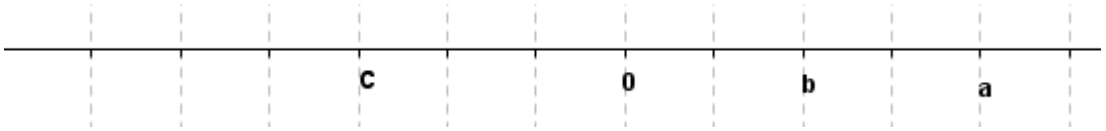
b) **Confronto** tra numeri relativi.
Completa opportunamente con < ; > .
17……..+3 ; +12 ……..- 3 ; - 5……..+3 ; - 5……..0 ; - 5……..-1 ; - 51……..-52 ;
Conclusione: ……

c) Cosa puoi dire di (+ 2) e ( – 2) ?




Quali sono altri numeri con la stessa caratteristica? ……
Quando due numeri hanno la stessa distanza dall'origine, matematicamente diremo che hanno lo stesso **valore assoluto** e scriveremo: $|-2| = |+2| = 2$
Completa: $|-5| = |+ \ldots\ldots| = \cdots\ldots\ldots$ ; $|\ldots\ldots| = |-89| = \cdots\ldots\ldots$ ;

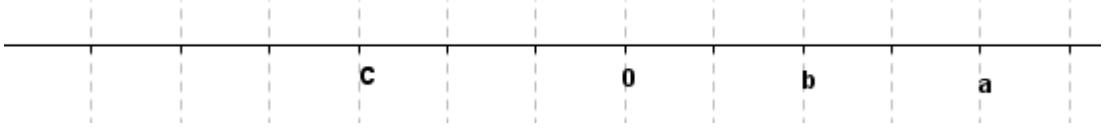
d) Sapendo che a, b, c ∈ ℤ , rappresenta - a ; - b ; - c ; a – b ; b – a ; c + b; c – a




Completa con < ; >; =

a ……b ; c …… b ; c …… a ; - a …… c ; - b …… c ; a – b …… b; a – b …… b – a

e) Sapendo che a, b, c ∈ ℤ , rappresenta $\frac{3}{4}a$ ; $-\frac{3}{4}a$; $\frac{3}{2}b$ ; $-\frac{3}{2}b$ ; $\frac{5}{3}c$ ; $-\frac{5}{3}c$

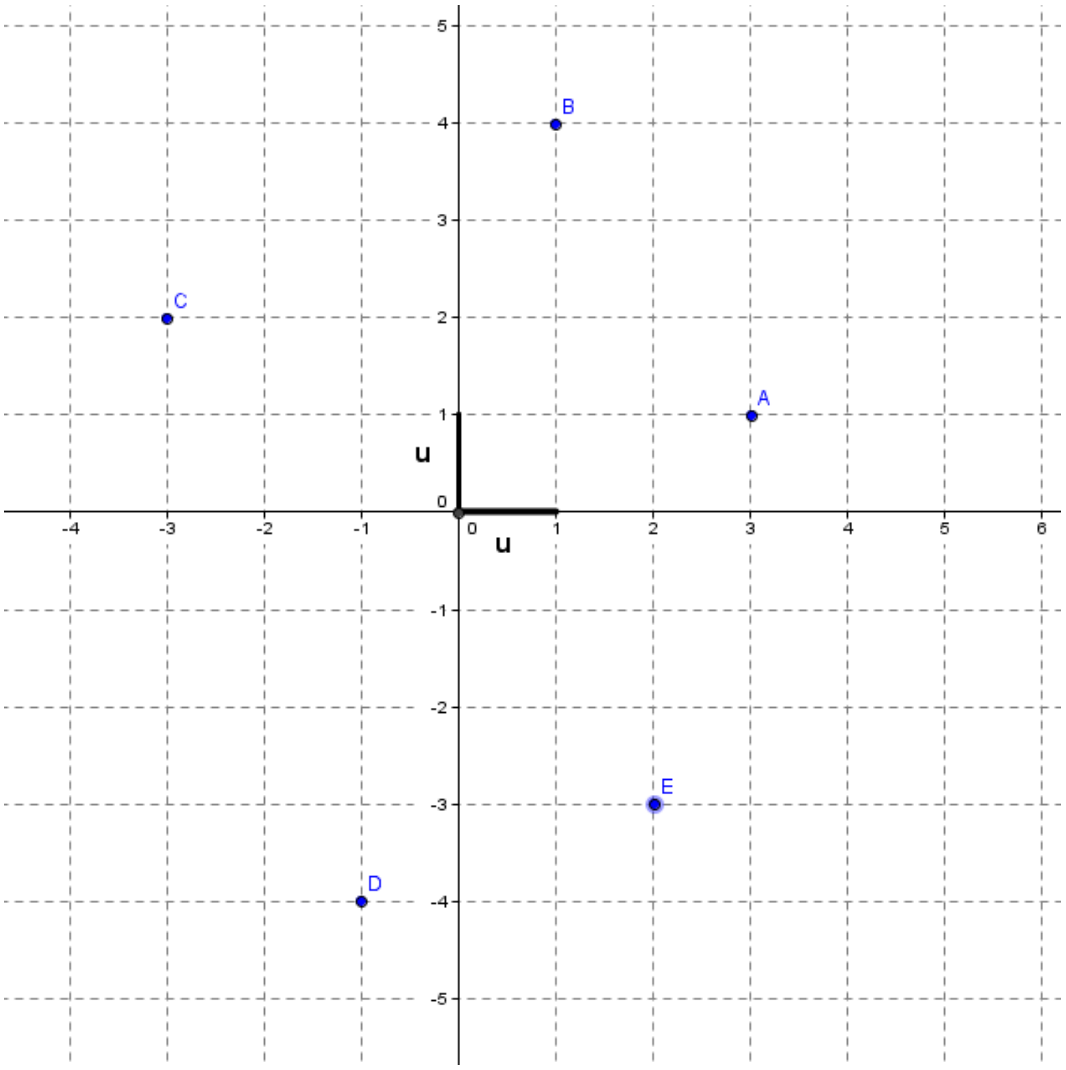



Completa con < ; >; =

a ……$\frac{3}{4}a$ ; $\frac{3}{4}a$ …… $-\frac{3}{4}a$ ; $-\frac{3}{4}a$ …… $\frac{3}{2}b$ ; $-\frac{3}{2}b$ …… $\frac{5}{3}c$ ; $\frac{5}{3}c$ …… c ; $-\frac{3}{4}a$ …… c; $-\frac{3}{4}a$ …… $-\frac{5}{3}c$

## 4) Il piano Cartesiano con i numeri interi relativi ( $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ )

### a) Completa o inserisci le coordinate dei punti sul piano Cartesiano.




A ( ……..; ……..)

B ( ……..; ……..)

C ( ……..; ……..)

D ( ……..; ……..)

E ( ……..; ……..)

F ( + 5; - 3 )

G ( - 3 ; + 5 )

H ( - 4 ; - 2)

I ( - 3 ; - 2)

L ( + 4 ; - 2)

M ( + 4 ; 0)

P ( 0 ; + 3 )

S ( - 4 ; 0)

T ( 0 ; - 2)

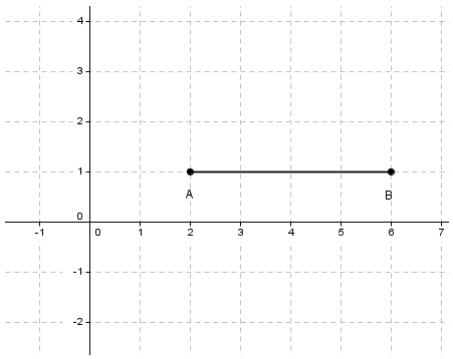
Ricorda:

- Un punto viene rappresentato con una coppia di valori, detti **coordinate cartesiane**, dove il primo valore rappresenta lo spostamento **orizzontale** ( **x** ) , e il secondo lo spostamento **verticale** ( **y** ) . Esempio A ( x = ……. ; y = = ……. ) che scriviamo semplicemente A (……. ; ……. ).
- L'asse orizzontale, detto asse delle ASCISSE, rappresenta i valori delle x, va orientato con una freccia solo nel verso positivo.
- L'asse verticale, detto asse delle ORDIANTE, rappresenta i valori delle y, va orientato con una freccia solo nel verso positivo.
- Gli assi sono perpendicolari, e la loro intersezione rappresenta l'origine del piano cartesiana e si contrassegna con il punto O ( 0 ; 0 )
- Per ogni asse devi scegliere l'unità di misura **u**.

- Ricerca: Chi ha "inventato" il piano cartesiano? In quale periodo?

## b) Distanza tra due punti sul piano cartesiano.

i) Coordinate di A ( ……..; ……..) ;B ( ……..; ……..)

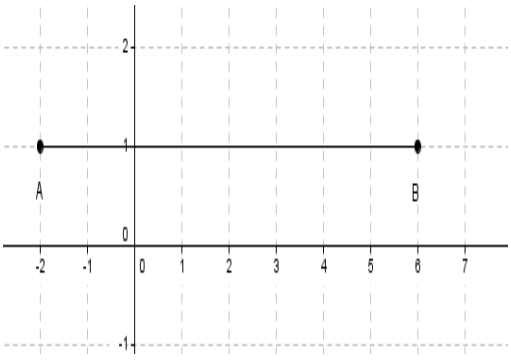



Conta quante unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

ii) Coordinate di A ( ……..; ……..) ;B ( ……..; ……..)

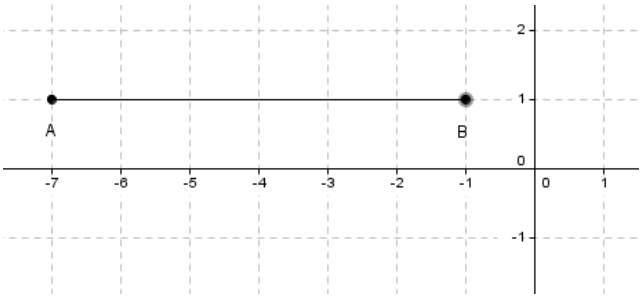



Conta quante unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

iii) Coordinate di A ( ……..; ……..) ;B ( ……..; ……..)

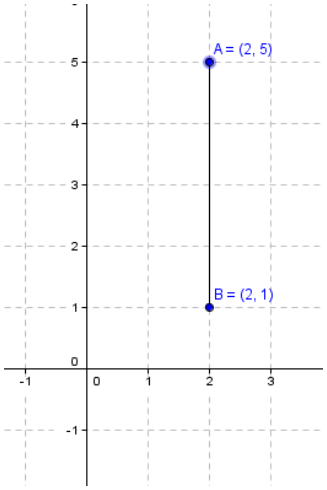



Conta quante unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

iv) Coordinate di A ( ……..; ……..) ;B ( ……..; ……..)

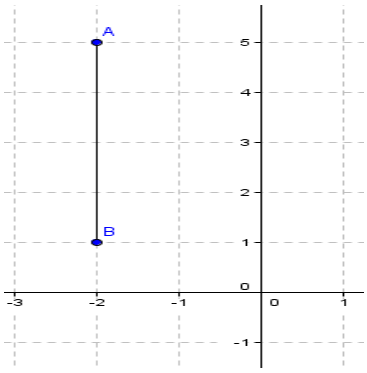



Conta quante unità hai tra A e B ……..; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

v) Coordinate di A ( ……..; ……..) ;B ( ……..; ……..)

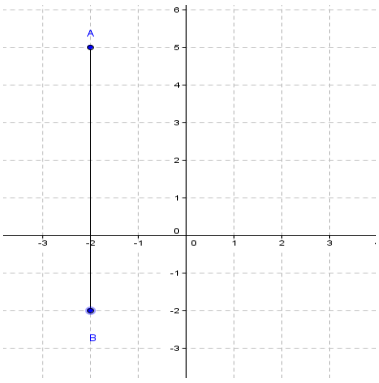



Conta quanti unità hai tra A e B ……; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

vi) Coordinate di A ( ……; ……) ;B ( ……; ……)

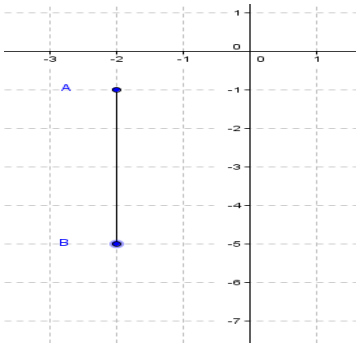



Conta quanti unità hai tra A e B ……; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

vii) Coordinate di A ( ……; ……) ;B ( ……; ……)

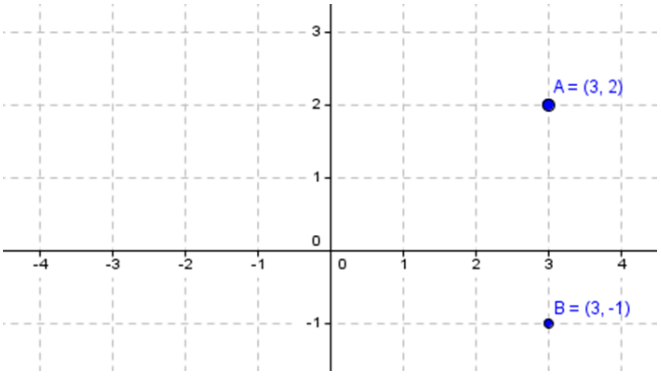



Conta quanti unità hai tra A e B ……; dunque $|AB| =$ …… . Come potresti calcolarlo conoscendo le coordinate di due punti? Sai determinare la regola?

……

……

viii) Dato il punti A ( 3; 2) costruisci il simmetrico rispetto all'asse y A ' ( …; ……)




Dato il punti B ( 3; -1) costruisci il simmetrico rispetto all'asse y B ' ( …; ……)

Ottieni il ……ABB'A , la cui altezza AB misura :…… (u ) ; mentre la base BB' misura ……; il perimetro misura……; mentre l'area misura……

## 5) Le operazioni con i numeri interi relativi.

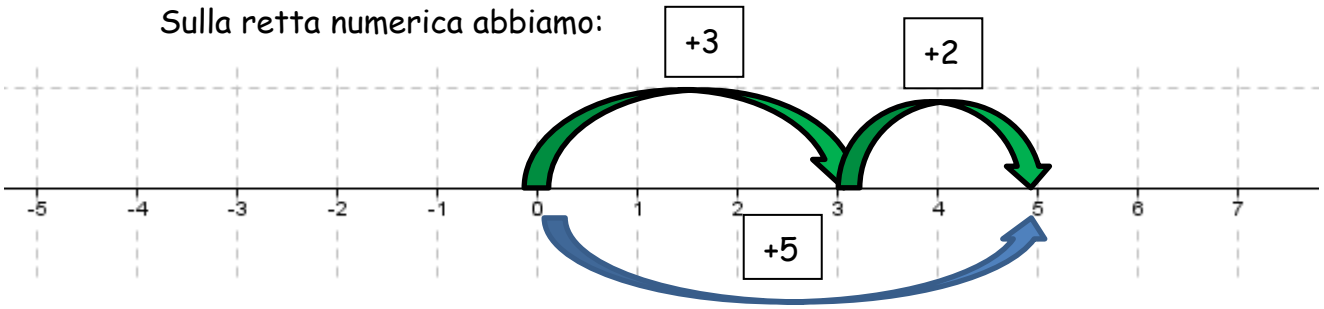
### a) L'addizione:

**i) Qual è il risultato di ( +3 ) + ( +2 ) = ?**

essendo due numeri naturali possiamo semplificare la scrittura in:

( +3 ) + ( +2 ) = 3 + 2 = ( +5 )

Sulla retta numerica abbiamo:




Osservazione: Aggiungere un numero positivo corrisponde dunque spostarmi verso destra.

Calcola, semplificando la scrittura:

( +13 ) + ( +24 ) = …… = ……; ( +19 ) + ( +34 ) = …… = ……..

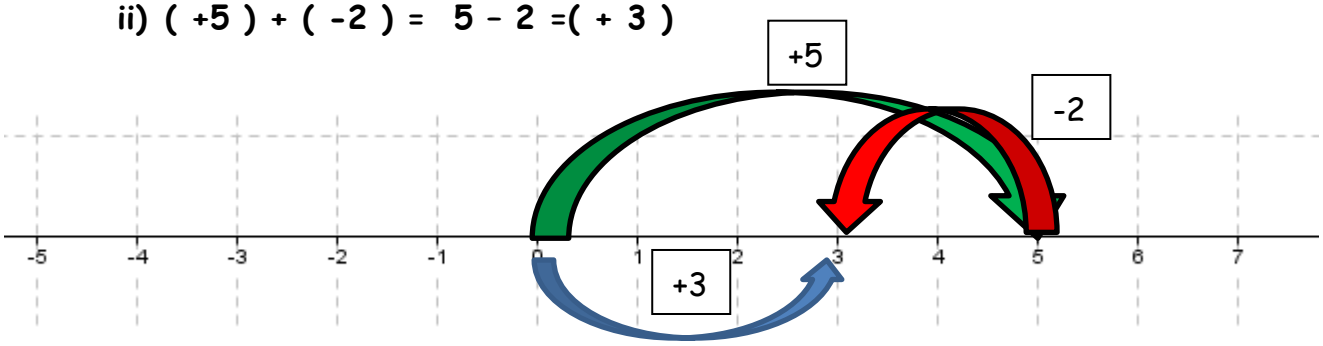
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}+\frac{3}{8}=$ ……; $\left(+\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$……;= ……..

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( +12m ) + (+ 19 m) = …… = ……; $\left(+\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{7}{10}y\right)=$……;= ……;

**ii) ( +5 ) + ( -2 ) = 5 – 2 =( + 3 )**




Osservazione: Aggiungere un numero negativo corrisponde dunque spostarsi verso sinistra.

Calcola, semplificando la scrittura:

( +13 ) + ( -4 ) = …… = ……; ( +19 ) + ( -14 ) = …… = ……;

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$ ……; $\left(+\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)=$……;

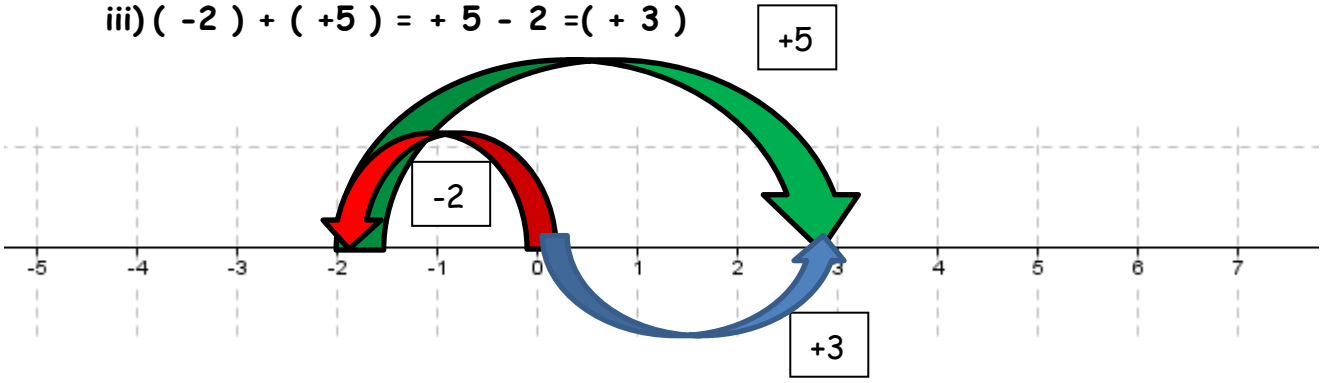
Con le lettere si procede allo stesso modo:

( +19m ) + (- 12m) = …… = ……; $\left(+\frac{5}{3}y\right)+\left(-\frac{7}{10}y\right)=$……;= ……;

( +19m ) + (- 12m) + ( - 4m) =……

$\left(+\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{7}{10}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)=$……

**iii) ( -2 ) + ( +5 ) = + 5 - 2 =( + 3 )**




**Osservazione 1**: Ti ricordi che l'addizione possiede la proprietà commutativa, dunque:

**( -9 ) + ( +15 ) = ( +15 ) + ( -9 ) = 15 - 9= ( +6)**

Calcola , semplificando la scrittura:

( -3 ) + ( +4 ) = …… = ……; (-9 ) + (+14 ) = …… = ……;

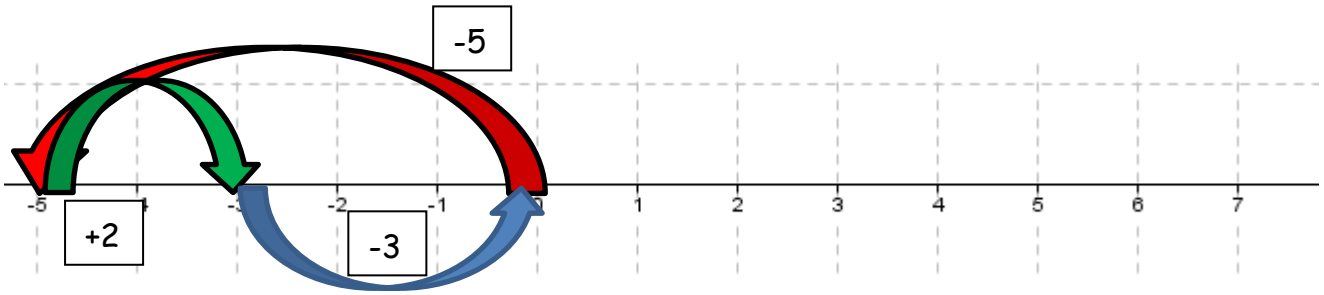
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{3}{8}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right) = -\frac{3}{8}+\frac{5}{6}=$ ……; $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$……;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( -9m ) + (+ 12m) = …… = ……; $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{13}{6}y\right)=$……;= ……;

**iv) ( -5 ) + ( +2 ) = - 5 + 2 =( - 3 )**




Calcola, semplificando la scrittura:

( -13 ) + ( +4 ) = …… = ……; (-19 ) + (+14 ) = …… = ……;

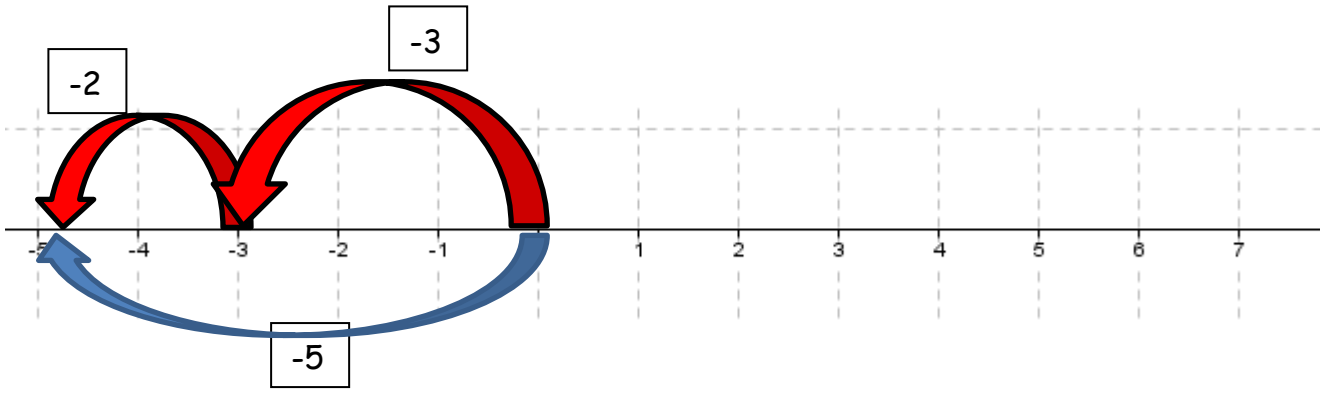
Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(+\frac{3}{8}\right)=\frac{5}{6}-\frac{3}{8}=$ ……; $\left(-\frac{8}{5}\right)+\left(+\frac{7}{10}\right)=$……;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( -19m ) + (+ 12m) = …… = ……; $\left(-\frac{5}{3}y\right)+\left(+\frac{7}{10}y\right)=$……;= ……;

**v) ( -3 ) + ( -2 ) = - 3 - 2 = (- 5 )**




Calcola, semplificando la scrittura:

( -13 ) + ( -4 ) = …… = ……; (-19 ) + (-14 ) = …… = ……;

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(-\frac{5}{6}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) =$ ……= ……; $\left(-\frac{8}{5}\right) + \left(-\frac{7}{10}\right) =$……= ……;

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( -19m ) + (+ 12m) = …… = ……; $\left(-\frac{5}{3}y\right) + \left(-\frac{7}{10}y\right) =$……;= ……;

**Riassumendo :**

(+4) + (+ 3)= …… = …… ; (+ 4) + (-3 ) = …… = …… ;

(-5 ) + (+ 4) = …… = …… ; (-2) + (-4) = …… = …… ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono !

( + 2 ) + ( + 3 ) = ……; $( + \frac{5}{6} ) + ( + \frac{4}{3} )$ = ……;( -2y ) + ( -3y ) = ……;

( + l ) + ( + 7 ) = ……; $( - \frac{5}{6} ) + (-\frac{4}{5} )$ = ……; ( -6a ) + ( + 3a) = ……;

( + 2 ) + ( -3 ) = ……; $( - \frac{5}{8} ) + ( + \frac{3}{4} )$ = ……;( -5ab ) + ( -4ab ) = ……;

( + l ) + ( - 7 ) = ……; $( + \frac{8}{9} ) + ( + \frac{7}{6} )$ = ……; ( $-6x^2$) + ( $-3x^2$) = ……;

( - 18 ) + ( - 17 ) = ……; $( -\frac{41}{9} ) + ( + \frac{33}{6} )$ = ……;( -41yz ) + (-33yz) = ……;

( -45 ) + ( -37 ) = ……;$( - \frac{24}{14} ) + (- \frac{69}{21} )$ = ……;( -45m) + (+ 37m ) = ……;

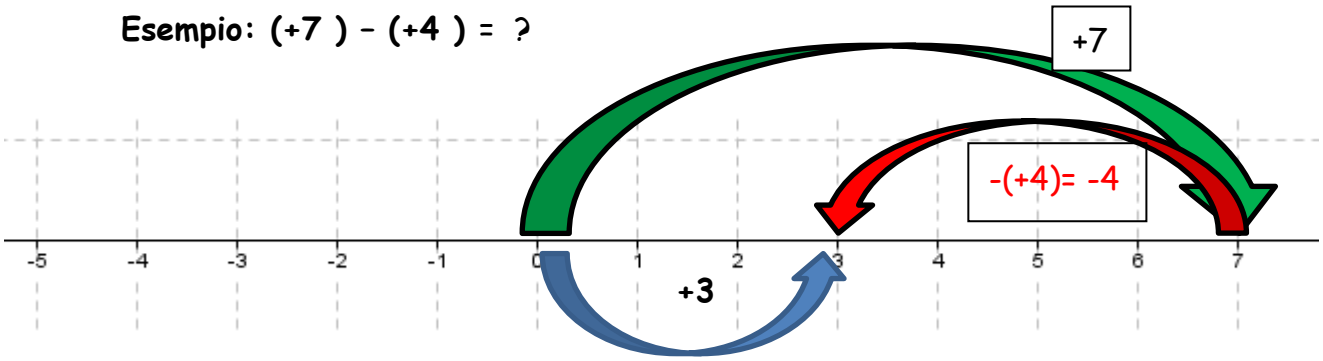
( + 3 ) + ( -7 ) + ( + 2 ) = ……; (- 9x ) + ( - 8x ) + ( - 6x ) = ……;

$( - \frac{5}{6} ) + ( - \frac{4}{3} ) + ( - \frac{7}{12} )$ = …… ……;$( - \frac{5}{4}$ z) + ( $- \frac{4}{5}$z ) + ( $+ \frac{7}{2}$ z) = ……;

## b) La sottrazione.

i) Sottrarre un numero **positivo** corrisponde ad uno spostamento sulla retta numerica verso sinistra.

**Esempio: (+7 ) – (+4 ) = ?**




(+7 ) – (+4 ) = (+7) + (- 4 ) = 7 – 4 = ( + 3 ); (+9 ) – ( +3 ) = (+..... ) + (..... ) = .. – .. = ( + … );

Come vedi sottrarre ( +4) è come ..... ( ..... );

sottrarre ( +3) è come ..... ( ..... ); dunque:

una sottrazione può essere trasformata in un' addizione dell'elemento opposto.

(+9 ) – ( +5 ) = (+..... ) + (..... ) = .. – .. = ( + … );

Calcola, trasformando le sottrazioni in addizioni dell'elemento opposto:

( +13 ) - ( +24 ) = ..... = .....; ( +19 ) - ( +34 ) = ..... = .....

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

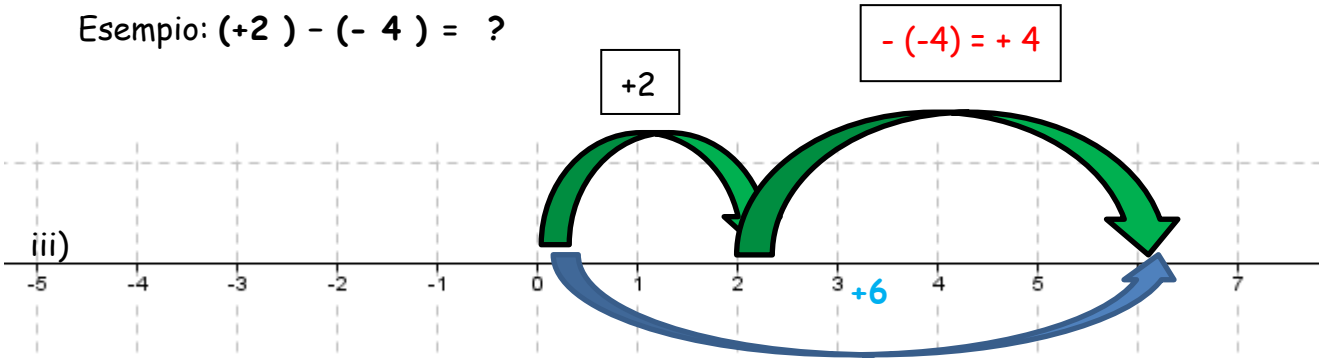
$\left(+\frac{5}{6}\right) - \left(+\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{6} - \frac{3}{8} =$ .....; $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{7}{10}\right) =$.....;= .....

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( +12m ) - (+ 19 m) = ..... = .....; $\left(+\frac{5}{3}y\right) - \left(+\frac{7}{10}y\right) =$.....;= .....;

ii) Sottrarre un numero **negativo** corrisponde ad uno spostamento sulla retta numerica verso destra.

Esempio: **(+2 ) – (- 4 ) = ?**




iii)

Cosa vorrà dire sottrarre ( - 4 ) ?

Come vedi sottrarre ( - 4 ) equivale a .....( +7), dunque :

(+2 ) – ( - 4 ) = (+2 ) + (..... ) = .... – .... = ( ..... );

(-9 ) – ( - 7 ) = (-9 ) + (..... ) = .... – .... = ( ..... );

(-23 ) – ( - 34 ) = (-23 ) + (..... ) = .... – .... = ( ..... );

(-23 ) – ( - 34 ) + (- 17) = (-23 ) + (..... ) – (..... ) = .....

Calcola, trasformando le sottrazioni in addizioni dell'elemento opposto:

( +53 ) - ( -24 ) = …… = ……; ( -53 ) - ( -24 ) = …… = ……..

Con le frazioni si procede allo stesso modo:

$\left(+\frac{5}{6}\right) - \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{5}{6} + \frac{3}{8} =$ ……; $\left(+\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{7}{10}\right) =$……;= ……..

Con le lettere si procede allo stesso modo:

( +52m ) - (- 19 m) = …… = ……; $\left(+\frac{5}{3}y\right) - \left(-\frac{7}{10}y\right) =$……;= ……;

**Riassumendo :**

(+4) - (+ 3)= …… = …… ; (+ 4) - (-3 ) = …… = …… ;

(-5 ) - (+ 4) = …… = …… ; (-5 ) - (- 4) = …… = …… ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono !

( + 12 ) - ( + 3 ) = ……; ( + $\frac{5}{6}$ ) - ( + $\frac{2}{3}$ ) = ……;( +2y ) - ( +3y ) = ……;

( + l ) - ( + 7 ) = ……; ( + $\frac{5}{6}$ ) - (+ $\frac{4}{5}$ ) = ……; ( -6a ) - ( + 3a) = ……;

( + 2 ) - ( -3 ) = ……; ( - $\frac{5}{8}$ ) - ( - $\frac{3}{4}$ ) = ……;( -5ab ) - ( -4ab ) = ……;

( - l ) - ( - 7 ) = ……; ( + $\frac{8}{9}$ ) - ( + $\frac{7}{6}$ ) = ……; ( $-6x^2$) - ( $-3x^2$) = ……;

( - 18 ) - ( - 17 ) = ……; ( - $\frac{41}{9}$ ) - ( - $\frac{33}{6}$ ) = ……;( -41yz ) - (-33yz) = ……;

( -45 ) + ( -37 ) = ……;( - $\frac{24}{14}$ ) + (- $\frac{69}{21}$ ) = ……;( -45m) + (- 37m ) = ……;

( + 3 ) - ( -7 ) - ( + 2 ) = ……; (- 9x ) - ( - 8x ) - ( - 6x ) = ……;

( - $\frac{5}{6}$ ) - ( - $\frac{4}{3}$ ) - ( - $\frac{7}{12}$ ) = …… ……;( - $\frac{5}{4}$ z) - ( - $\frac{4}{5}$z ) - ( + $\frac{7}{2}$ z) = ……;

Calcola il valore delle seguenti espressioni , semplificando prima la scrittura.

a) (+44) + (+73) + (-88) - (+27) + (-16) - (-12) =

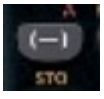
b) (+19) - (+75) + (-44) - (+81) - (-15) + (-56) =

c) (-23) + (-23) - (-45) + (+34) - (-56) =

Completa le seguenti tabelle.

| a | +1 | -2 | 0 | +2 | -3 | +3 | -1 | +4 | -5 | -10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | 0 | -2 | -3 | +1 | -5 | -3 | -10 | -5 | +4 | +4 |
| **a + b** | | | | | | | | | | |

| a | -2 | -2 | -3 | +2 | -10 | +3 | -1 | -7 | +8 | -9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | 0 | -3 | -3 | -5 | -5 | -1 | -10 | -5 | +8 | +4 |
| **a - b** | | | | | | | | | | |

Numeri relativi e calcolatrice: Utilizza il tasto 

per inserire il segno negativo.

## c) La moltiplicazione.

Ricorda la moltiplicazione è un modo più semplice per calcolare un'addizione di stessi termini ed inoltre possiede la proprietà commutativa, dunque non ti sarà difficile calcolare :

( +3 ) . ( +2 ) = ( +2 ) + ( +2 ) ( +2 ) = (+6 ) perché (+6 ) : (+2 ) = ( +3)

( +3 ) . ( - 2 ) = ……;

( - 3 ) . ( +2 ) = ……;

**Quale sarà il prodotto di due numeri negativi? Verifica con la calcolatrice. ☺**

**( -3 ) . ( - 2 )** = ……..;

**Regola dei segni per la moltiplicazione in** $\mathbb{Z}$ possono essere riassunte in una tabella:

| · | + | - |
|---|---|---|
| + | + | - |
| - | - | + |

Consideriamo infine alcune analogie tra lingua italiana e i segni nella moltiplicazione algebrica, esaminando il significato di alcune frasi:

a) **Voglio** che tu **legga** …… significa: devi leggere (+) . (+) = **(+)**

b) **Voglio** che tu **non legga** ……. significa: **non** devi leggere (+) . (–) = **(–)**

c) **Non voglio** che tu **legga** ……. significa: **non** devi leggere (–) . (+) = **(–)**

d) **Non voglio** che tu **non legga** ….. significa devi leggere (–) . (–) = **(+)**

**Dunque :**

(+4) . (+ 3)= …… = …… ; (+ 4). (-3 ) = …… = …… ;

(-5 ) . (+ 4) = …… = …… ; (-5 ) . (- 4) = …… = …… ;

Con le lettere rispetti le regole dei segni e quelle della moltiplicazione nel calcolo letterale.

(+4a) . (+ 3)= …… = …… ; (+ 4x) . (-3x ) = …… = …… ;

(-5$b^2$ ) . (+ 4a) = …… = …… ; (-5$x^2y^3$ ) . (- 4$xy^5$) = …… = …… ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono !

( + 12 ) . ( + 3 ) = ……; ( +2y ) . ( +3y ) = ……;

( + l ) . ( + 7 ) = ……; ( -6a ) . ( + 3a) = ……;

( + 2 ) . ( -3 ) = ……; ( -5ab ) . ( -4ab ) = ……;

( - l ) . ( - 7 ) = ……; ( -6$x^2$) . ( -3$x^2$) = ……;

( - 8 ) . ( +7 ) = ……; (+4yz ) . (-3yz) = ……;

( -4 ) . ( -9 ) = ……; ( -5$m^2n$) . (- 7$m^4n$ ) = ……;

( + 3 ) . ( -7 ) . ( + 2 ) = ……; (- 9x ) . ( - 8x ) . ( - 6x ) = ……;

## d) La divisione.

Essendo la divisione l'operazione inversa della moltiplicazione e conoscendo le regole dei segni della moltiplicazione, ottieni:

( +10 ) : ( +2 ) = ( + 5) perché ( + 5) . ( +2 ) =……..
( +10 ) : ( - 2 ) =……;
( -10 ) : ( + 2 ) =……;

**Quale sarà il quoto di due numeri negativi? Verifica con la calcolatrice. ☺**
**( -10 ) : ( - 2 )** =……;

**Le regole per i segni nella divisione sono identiche a quelle della moltiplicazione.**

**Dunque :**
(+24) : (+ 3)= …… = …… ; (+ 24): (-3 ) = …… = …… ;
(-28 ) : (+ 4) = …… = …… ; (-28 ) : (- 4) = …… = …… ;
Con le lettere rispetti le regole dei segni e quelle della moltiplicazione nel calcolo letterale.
(+24a) : (+ 3)= …… = …… ; (+ 24x) : (-3x ) = …… = …… ;
(-40$b^2$ ) : (+ 4b) = …… = …… ; (-50$x^5y^3$ ) : (- 25$x^2$y) = …… = …… ;

Se hai capito come funziona, prova ad eseguire gli esercizi che seguono !
( + 12 ) : ( + 3 ) = ……; ( +21y ) : ( +3y ) = ……;
( + 2l ) : ( - 7 ) = ……; ( -6a ) : ( + 3a) = ……;
( + 24 ) : ( -3 ) = ……; ( -32ab ) : ( -4a ) = ……;
( - 2l ) : ( - 7 ) = ……; ( -6$x^4$) : ( -3$x^2$) = ……;
( - 38 ) : ( - 7 ) = ……; (-24yz ) : (-3yz) = ……;
( +45 ) : ( -9 ) = ……; ( -56$m^2$n) : (+7$m^4$n ) = ……;
[( + 6 ) . ( -7 )] : ( + 2 ) = ……; [(- 24 x ) : ( - 8x )] . ( - 6x ) = ……;

Completa le seguenti tabelle.

| a | -2 | +2 | -1 | +2 | -10 | -5 | -1 | -7 | +8 | -9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | +1 | -3 | -2 | -1 | +11 | -+1 | -7 | -2 | -3 | -4 |
| **a . b** | | | | | | | | | | |

| a | -2 | +12 | -6 | +20 | -10 | -5 | -21 | -16 | +8 | -32 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | +1 | -3 | -2 | -1 | -5 | +1 | -7 | -2 | -4 | +4 |
| **a : b** | | | | | | | | | | |

## e) L'elevazione a potenza.

Ricorda : $3 . 3 = 3^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$

Con i numeri interi capita la stessa cosa, facendo però molta attenzione ai segni!

$(+3) . (+3) = (+3)^{\cdots\cdots} = + \ldots\ldots$ E anche $(-7) . (-7) = (-7)^{\cdots\cdots} = + \ldots\ldots$

Ma attenzione : $(-2) . (-2) . (-2) = (-2)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ; $(-1) . (-1) . (-1) = (-1)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ;

$(-4) . (-4) . (-4) = (-4)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ; $(-1) . (-1) . (-1) . (-1) = (-1)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ;

$(-x) . (-x) . (-x) = (-x)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ; $(-y) . (-y) . (-y) . (-y) = (-y)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ;

$(-4x) . (-4x) . (-4x) = (-4x)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ; $(-2y) . (-2y) . (-2y) . (-2y) = (-2y)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ;

...e ancora attenzione!

$(-4x^2) . (-4x^2) . (-4x^2) = (-4x^2)^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$ ;

$(-2y^3) . (-2y^3) . (-2y^3) . (-2y^3) . = (-2y^3) . ^{\cdots\cdots} = \ldots\ldots$;

Dunque: $(+5)^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ; $(+4)^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ;

$(-5)^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ; $(-4)^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ;

$(+3)^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ; $(-2)^3 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ;

Conclusione:

……

……

Osservazione:

$(-3)^2 = (-3) . (-3) = +9$ ma $-3^2 = -3 . 3 = -9$ ; $(-1)^2 = (-1) . (-1) = \ldots$ ma $-1^2 = -1 . 1 = \ldots\ldots$ ;

$(-2)^4 = (-2) . (-2) . (-2) . (-2) = \ldots\ldots$ ma $-2^4 = -2 . 2 . 2 . 2 = \ldots\ldots$ ;

Calcola

$(-2)^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ; $-2^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ; $(-a)^2 = \ldots\ldots = \ldots\ldots$ ;

**Completa la seguente tabella.**

| a | -2 | -1 | +2 | -1 | -3 | -3 | -4 | -2 | -3 | -2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| b | +1 | +3 | +2 | +4 | +2 | +3 | +2 | +3 | +2 | +5 |
| $a^b$ | | | | | | | | | | |

Ricorda: $3^0 = \ldots\ldots$ ; con i numeri interi ( in $\mathbb{Z}$ ) vale la stessa regola.

$(+3)^0 = \ldots\ldots$ ; $(-3)^0 = \ldots\ldots$; $+3^0 = \ldots\ldots$ ; $-3^0 = \ldots\ldots$; $-5^0 = \ldots\ldots$;

Calcola :

$(+7)^0 = \ldots\ldots$ ; $(-4)^0 = \ldots\ldots$; $+8^0 = \ldots\ldots$ ; $-9^0 = \ldots\ldots$; $-23^0 = \ldots\ldots$;

$(+a)^0 = \ldots\ldots$ ; $(-x)^0 = \ldots\ldots$; $+x^0 = \ldots\ldots$ ; $-x^0 = \ldots\ldots$; $-2 . x^0 = \ldots\ldots$;

**f) Le proprietà delle potenze con i numeri interi ( in $\mathbb{Z}$ ).**

Applicandole correttamente le operazioni fra potenze possono essere semplificate.

| **P R O P R I E T A `** | Calcola: |
|---|---|
| **Prodotto di potenze di <u>uguale base</u>**<br>$a^n \cdot a^p = a^{n+p}$ | $(-3)^2 \cdot (-3)^3$ = .....<br>$(-2)^3 \cdot (-2)^4$ = .....<br>$(+10)^2 \cdot (+10)$ = .....<br>$\mathbf{(+2)^3 \cdot (-2)^4}$ = .....<br>$\mathbf{(-2)^3 \cdot (+2)^4}$ = .....<br>$\mathbf{-5^2 \cdot (+5)^4}$ = ..... |
| **Quoto di potenze di <u>uguale base</u>** Se $n \geq p$<br>$a^n : a^p = a^{n-p}$<br>**Ricorda:** $a^0 = 1$<br>$(-7)^0$ = .....; $-7^0$ = ..... | $(+2)^5 : (+2)^3$ = .....<br>$(-8)^7 : (-8)^2$ = .....<br>$(+8)^7 : (-8)^2$ = .....<br>$(-8)^7 : (+8)^2$ = .....<br>$(-8)^7 : (-8^2) : (+8)^3$ = .....<br>$[(+3)^8 : (-3)^7] \cdot (+3)^2$ = .....<br>$(+10)^5 : (-10)^5$ = .....<br>$\mathbf{(-5)^6 : (+5)^4}$ = .....<br>$\mathbf{-5^6 : (+5)^4}$ = ..... |
| **Potenza di una potenza**<br>$(a^n)^k = a^{n \cdot k}$ | $[(+2)^3]^4$ =.....<br>$[(-3)^2]^4$ =.....<br>$\{[(-10)^3]^4\}^5$ = ..... |
| **Prodotto di potenze con <u>esponenti uguali</u>**<br>$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ | $(-5)^2 \cdot (-3)^2$ = .....<br>$(+3)^3 \cdot (-2)^3$ = .....<br>$-2^3 \cdot (+3)^3$ = .....<br>$-5^2 \cdot (-3)^2$ = .....<br>$(-10)^3 \cdot (+5)^3$ = .....<br>$(-7)^2 \cdot (+3)^2 \cdot (+5)^2$ = ..... |
| **Quoto di potenze con <u>esponenti uguali</u>**<br>$a^n : b^n = (a : b)^n$ | $(-49)^3 : (+7)^3$ = .....<br>$(+1'000)^2 : (-125)^2$ = .....<br>$(-30)^4 : (-3)^4$ = ..... |