1) La fattorizzazione.

Scomponi in fattori le seguenti espressioni letterali, utilizzando i vari metodi che abbiamo visto.

a) Messa in evidenza.

i) $abx^2 + 2ab^2x + a^2bx =$ $[abx(x + 2b + a)]$

ii) $x^4y^2 + x^6y^4 - x^3y^3 =$ $[x^3y^2(x + x^3y^2 - y)]$

iii) $15a^{10} - 20a^8 + 25a^6 =$ $[5a^6(3a^4 - 4a^2 + 5)]$

iv) $\frac{3}{2}x^n y^{2n} + \frac{5}{2}x^{2n}y^n =$ $\left[\frac{1}{2}x^n y^n(3y^n + 5x^n)\right]$

v) $(x-y)^2 + 2(x-y) - xy(x-y) =$ $[(x-y)(x-y+2-xy)]$

b) Raccoglimento parziale.

i) $4a^2 - 2a + 6ab - 3b =$ $[(2a - 1)(2a + 3b)]$

ii) $2x^2 - 3ax + xy - 2bx + 3ab - by =$ $[(x - b)(2x - 3a + y)]$

iii) $(a - 1)y + 1 - a =$ $[(a-1)(y-1)]$

iv) $x^n y^n - y^{2n} + x^n - y^n =$ $[(x^n - y^n)(y^n + 1)]$

v) $x^{2n} - 2x^n + 2x^m - x^{n+m} =$ $[(x^n - x^m)(x^n - 2)]$

vi) $(a+b)^2(a-b) - 4ax - 4bx + ab^2 + b^3 =$ $[(a+b)(a^2 - 4x)]$

c) La differenza di due quadrati.

i) $x^6y^2 - 1 =$ $[(x^3y + 1)(x^3y - 1)]$

ii) $x^4y^8 - 1 =$ $[(x^2y^4 + 1)(xy^2 + 1)(xy^2 - 1)]$

iii) $\frac{9}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2 =$ $\left[\left(\frac{3}{2}x - \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\right]$

iv) $x^{2n} - 1 =$

v) $9x^{6n} - 4y^{8n} =$

vi) $(a + b)^2 - (x - y)^2 =$ $[(a + b - x + y)(a + b + x - y)]$

d) Il quadrato d'un binomio.

i) $x^2 + 9 + 6x =$ $[(x + 3)^2]$

ii) $4a^2 + 9 - 12a =$ $[(2a - 3)^2]$

iii) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2 =$ $\left[\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)^2\right]$

iv) $0,\bar{1}y^4 + 0,\bar{3}xy^2 + 0{,}25x^2 =$

v) $(a - 1)^2 - 2(a - 1) + 1 =$ $[(a - 2)^2]$

vi) $x^{2n} + 6x^n + 9 =$

vii) $4^n + 2^{n+1} + 1 =$

e) Il trinomio di II grado.

i) $x^2 - 2x - 15 =$ $[(x - 5)(x + 3)]$

ii) $2a^2 + 7a + 3 =$ $[(2a + 1)(a + 3)]$

iii) $4a^2 - 11ab + 7b^2 =$ $[(4a - 7b)(a - b)]$

iv) $x^4 + 4x^2 - 45 =$ $[(x^2 - 5)(x^2 + 9)]$

v) $3a^2 + a - 10 =$ $[(3a - 5)(a + 2)]$

2) I radicali.

a) Semplifica le seguenti espressioni numeriche con i radicali.

i) $\sqrt{75}+3\sqrt{18}-2\sqrt{12}-2\sqrt{50}=$

ii) $2\sqrt{\frac{27}{8}}+5\sqrt{\frac{3}{50}}+7\sqrt{\frac{27}{98}}-5\sqrt{\frac{147}{50}}=$

iii) $(1+\sqrt{2})^2=$

iv) $(2+\sqrt{a})^2=$

v) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{3})=$

vi) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{3})+(\sqrt{3}-2)^2+\sqrt{48}=$ [6]

vii) $\left[(3\sqrt{2}-2)\cdot(3\sqrt{2}+2)-(\sqrt{2})^3-14\right]:\sqrt{32}=$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$

b) Semplifica le seguenti espressioni, razionalizzando il denominatore.

i) $\frac{3}{\sqrt{27}}=$ ii) $\frac{6}{\sqrt{8}}=$ iii) $\frac{4}{\sqrt[3]{4}}=$ iv) $\frac{2}{\sqrt[3]{6}}=$

v) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=$ vi) $\frac{\sqrt{24}+\sqrt{40}}{\sqrt{8}}=$ vii) $\frac{2x}{\sqrt{3x}}=$ viii) $\frac{2x^2y}{\sqrt{x^3y}}=$ ix) $\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=$

c) Calcola:

i) $\frac{3+2\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}=$ $\left[\frac{1}{2}\right]$

ii) $\frac{\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{7-4\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}+2}=$ $[-2\sqrt{5}]$

d) Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni, specificando l'insieme soluzione.

i) $6-x=\frac{2x}{\sqrt{2}}$ $[6(\sqrt{2}-1)]$

ii) $\sqrt{3}(2-x)=2(\sqrt{3}-x)$ [0]

iii) $x-\sqrt{2}=\frac{1+x}{\sqrt{2}}$ $[3(\sqrt{2}+1)]$

iv) $\frac{x-1}{3\sqrt{2}}+\frac{x+3}{6\sqrt{2}}=\frac{x}{2}$ $\left[\frac{\sqrt{2}+1}{3}\right]$

d) Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti disequazioni, specificando l'insieme soluzione dopo averlo rappresentato sulla retta numerica.

i) $x\sqrt{2}-3\geq x-(\sqrt{2}+1)$ $[x\geq\sqrt{2}]$

ii) $-x\sqrt{3}+x<\sqrt{3}+1$ $[x>-2-\sqrt{3}]$

iii) $x\sqrt{5}-\sqrt{5}>5+2\sqrt{5}(x-1)$ $[x<1-\sqrt{5}]$

iv) $3x-\sqrt{3}+1\geq(3\sqrt{3}+2)x$ $\left[x\leq\frac{\sqrt{3}-4}{13}\right]$

3) Grandezze direttamente – inversamente proporzionali.

Risolvi i seguenti esercizi specificando il tipo di grandezza, la funzione che collega le due grandezze e rappresentando graficamente la situazione, se possibile con GeoGebra.

a) Andrea nella sua passeggiatina pomeridiana percorre 16 km in 1h 50 min. Calcola:

i) La sua velocità oraria.

ii) Quanto percorre in 35 minuti?

iii) Il tempo impiegato per percorrere 10 km e 500 m.

b) 8 Litri 'aria hanno una massa di 9,2 kg; qual è il volume di 550 g d'aria? Quale sarà la massa in un locale di 75 m^3?

c) Due città distano 120 km; qual è il tempo impiegato a percorrere il tragitto se:

i) Quanto tempo impiegherei a percorrere il tragitto se viaggiassi a 120 km/h?

ii) Quanto tempo impiegherei se viaggiassi a 150 km/h; 180 km/ ;200 km/h ; 80 km/h ; 50 km/ h?