Le equazioni.

Un' equazione è un'uguaglianza tra due espressioni algebriche che ci permette di risolvere un problema. Il membro di destra deve essere uguale a quello di sinistra svolgendo delle operazioni.

Esempio

5 = 4 + 1 ; ma anche 5 – 1 = 4 ; oppure 5 – 4 = 1 sono tutte uguaglianze.

13 = 20 - 7 ; ma anche …… ; oppure ……

30 = 6 · 5 ; ma anche ……; oppure ……

3 = 12 : 4 ; ma anche ……; oppure ……

Tu sei in grado nelle quattro operazioni di determinare il numero mancante.

Esempi:

12 + ? = 17 …… ; 102 + ? = 207 ……

? – 12 = 17 …… ; ? – 102 = 207 ……

8 · ? = 72 …… ; 28 · ? = 168 ……

28 : ? = 4 …… ; 208 : ? = 26 ……

Per risolvere questi esercizi, devi calcolare il valore del punto di domanda (?) svolgendo l'operazione ……

Normalmente al posto del punto di domanda, noi matematici sostituiamo una lettera, detta **incognita**; si utilizzano specialmente le ultime lettere dell'alfabeto inglese.

Dunque, possiamo scrivere un'equazione nel seguente modo:

12 + x = 17 e otteniamo; ……

Che scriviamo nel seguente modo:

Verifica:

es.1) 12 + x = 17 // -12

12 -12 + x = 17 – 12

x = 5

$12 + 5 \stackrel{?}{=} 17$

17 = 17 ☑

Soluzione corretta.

Osservazione al termine mettiamo il tipo di soluzione che otteniamo, nel nostro caso:

Equazione determinata; $S = \{5\}$; che posso scrivere abbreviando: **eq. det.** $S = \{5\}$

es. 2) x – 12 = 17 // +12

Verifica:

x - 12 + 12 = 17 + 12

x = 29

eq. det. $S = \{\quad\}$

es. 3) $8 \cdot x = 72$ **Verifica:**

$8 \cdot x = 72$ // (:8)

$8x : 8 = 72 : 8$

$x = 9$

eq. det. $\mathcal{S} = \{\quad\}$

es. 4) $28 : x = 7$ **Verifica:**

$x = 28 : 7$

$x = 4$

eq. det. $\mathcal{S} = \{\quad\}$

es. 5) $12 - x = 7$ **Verifica:**

$12 - x = 7$ // + x

$12 - x + x = 7 + x$

$12 = 7 + x$ // (-7)

$12 - 7 = 7 - 7 + x$

$5 = x$

eq. det. $\mathcal{S} = \{\quad\}$

Risolvi le seguenti equazioni, cosa noti?

es. 6) $12 + x = 8$ // -12

$12 - 12 + x = 8 - 12$

$x =$ ……

In questo caso il valore ottenuto non appartiene all'insieme dei numeri naturali, dunque diremo che l'equazione è **impossibile in** $\mathbb{N}$ e l'insieme soluzione $\mathcal{S} = \{\quad\}$, più semplicemente scriveremo: **eq. imp. in** $\mathbb{N}$ **;** $\mathcal{S} = \{\quad\}$**,**

Esercizi

Risolvi in $\mathbb{N}$, le seguenti equazioni, svolgendo tutti i passaggi e specificando l'insieme soluzione.

a) $3 + x = 13$	b) $3 + x = 2$	c) $3 + 2x = 13$	d) $7 + 3x = 28$
e) $20 - x = 12$	f) $20 - x = 24$	g) $20 - 2x = 12$	h) $28 - 3x = 7$
i) $2 \cdot x = 24$	j) $2 \cdot x = 23$	k) $20 : x = 5$	l) $20 : x = 6$

Le equazioni servono per risolvere dei problemi.

Per risolvere un problema con un'equazione procedo nel seguente modo:

a) Leggo **attentamente** il problema.
b) Scelgo l'elemento sconosciuto, **l'incognita**, che mi permette di risolvere l'esercizio.
c) Metto in equazione il problema.
d) Risolvo l'equazione.
e) Verifico il risultato.
f) Metto la risposa al problema.

Esempi.

1) Ad un numero aggiungo 7 ed ottengo 13. Calcola il numero.
   a) Leggo attentamente il problema.
   b) Scelgo l'incognita: ……
   c) Metto in equazione: ……
   d) Risolvo l'equazione: ……
      ……
      ……
   e) Verifico il risultato: ……
   f) Metto la risposta al problema: ……

2) Al doppio di un numero aggiungo 7 ed ottengo 13. Calcola il numero.
3) Ad un numero tolgo 7 ed ottengo 13. Calcola il numero.
4) Al doppio di un numero tolgo 7 ed ottengo 13. Calcola il numero.
5) Ad un numero aggiungo il suo doppio ed ottengo 33. Calcola il numero.
6) Ad un numero aggiungo il suo successivo ed ottengo 103. Calcola il numero.
7) Al doppio di un numero aggiungo il suo successivo ed ottengo 104. Calcola il numero.
8) Al doppio di un numero aggiungo il suo precedente ed ottengo 104. Calcola il numero.
9) In un triangolo isoscele gli angoli alla base hanno ampiezza doppia del terzo angolo. Determina le ampiezze dei tre angoli.
10) Trova il numero che addizionato a 216 dà come somma il quadruplo del numero stesso
11) Determina l'ampiezza di ciascun angolo di un triangolo sapendo che il primo è doppio del secondo e che il terzo è triplo del secondo.
12) Laura ha il triplo di caramelle di Giada. Insieme hanno 100 caramelle. Quante ne ha Giada?
13) Edoardo ha lavorato quattro volte più di Anita. Edoardo e Anita ricevono 90 CHF per aver svolto il lavoro. Come se li dovrebbero dividere?

es. 7) $5x = x + 8$ **Verifica:**

$5x = x + 8$ // (-x)

$5x - x = x - x + 8$

$4x = 8$ // (:4)

$4x : 4 = 8 : 4$

$x = 2$

eq. det. $\mathcal{S} = \{\quad\}$

es. 8) $7x - 6 = x$ **Verifica:**

$7x - 6 = x$ // +6

$7x + 6 - 6 = x + 6$

$7x = x + 6$ // (- x)

$7x - x = x - x + 6$

$6x = 6$ // : 6

$6x : 6 = 6 : 6$

$x = 1$

eq. det. $\mathcal{S} = \{\quad\}$

es. 9) $5x - 6 = x + 2$ // (+ 6) **Verifica:**

$5x + 6 - 6 = x + 2 + 6$

$5x = x + 8$ // (- x)

$5x - x = x - x + 8$

$4x = 8$ // : 4

$4x : 4 = 8 : 4$

$x = 2$

eq. det. $\mathcal{S} = \{\quad\}$

Esercizi.

Risolvi in $\mathbb{N}$, le seguenti equazioni, svolgendo tutti i passaggi e specificando l'insieme soluzione.

a) $x + 5 = 2x$ b) $6x - 2 = 4x$ c) $2 - x = x$ d) $4 + x = 5x$

e) $7x + 2 = 2x + 12$ f) $7x - 2 = 2x + 13$ g) $7x - 2 = 18 - 2x$ h) $10 + 4x = 24 - 3x$

es. 10) $3x + 8 + x - 2 = 2x + 22 - x - 4$ **Verifica:**

$4x + 6 = x + 18$ // - 6

$4x + 6 - 6 = x + 18 - 6$

$4x = x + 12$ // -x

$4x - x = x - x + 12$

$3x = 12$ // : 3

$3x : 3 = 12 : 3$

$x = 4$

eq. det. $\mathcal{S} = \{4\}$

Osservazione: ……

……

es. 11) $2 \cdot (x + 3) = 20$

Per risolvere questo tipo d'equazioni ho due possibilità:

a) Applico la proprietà distributiva e sciolgo le parentesi; ottengo:

$2x + 6 = 20$ // -6

$2x + 6 - 6 = 20 - 6$

$2x = 14$ // : 2

$2x : 2 = 14 : 2$

$x = 7$

eq. det. $\mathcal{S} = \{7\}$

b) Divido entrambi i membri per 2 e ottengo:

$2 \cdot (x + 3) = 20$ // : 2 **Verifica:**

$2 \cdot (x + 3) : 2 = 20 : 2$

$(x + 3) = 10$ // - 3

$x + 3 - 3 = 10 - 3$

$x = 7$

eq. det. $\mathcal{S} = \{7\}$

Esercizi.

Risolvi in $\mathbb{N}$, le seguenti equazioni, svolgendo tutti i passaggi e specificando l'insieme soluzione.

a) $2x + 7 - x = 3x - 1$

b) $2 \cdot (x + 3) = x + 15$

c) $2 \cdot (x + 4) = (x + 1) \cdot 5$

d) $120 = (2x + 8) \cdot 6$

e) $2 \cdot (x + 4) = (2x + 1) \cdot 2$

f) $x + 2 \cdot (3x + 2) - 1 = 10$

Osservazione:

Non tutte le equazioni hanno una soluzione. Risolvi le seguenti equazioni, cosa noti?

Es.12) x - 2 = x **Verifica:**

x - 2 = x // + 2

x + 2 -2 = x

x = x + 2 // - x

x – x = x – x + 2

0x = +2

Osservazione: ……

Dunque, l'equazione è impossibile e scriveremo: **eq.imp.** $\mathcal{S} = \{\}$

es. 13) $2x + 2 = 2 \cdot (x + 1)$ **Verifica:**

……

……

……

……

……

Osservazione: ……

Dunque l'equazione è ……e scriveremo: eq.ind. $\mathcal{S} = \cdots$ … … … ….

Esercizi:

Risolvi in $\mathbb{N}$, le seguenti equazioni, svolgendo tutti i passaggi e specificando l'insieme soluzione (attenzione) .

a) $9x + 2 = 3 \cdot (3x + 2)$

b) $2 \cdot (2n + 2) = -3n + 4 + 7n$

c) $k = k + 3$

d) $(s - 7) \cdot 2 = (s + 3) \cdot 2$

Esercizi.

1) Completa la seguente tabella.

Equazione data	Incognita	Soluzione	Controllo
73 + a = 100	a	a = 27	73 + 27 = 100
73,2 = c + 3,2			
d – 0,7 = 2,3			
14 · h = 210			
m : 7 = 40			
5 · p + 2,5 = 17			
81,4 = 9 x + 0,4			
1,4 · y – 3,6 = 4,8			
42 = 13 z – 42			

Risolvi i seguenti problemi con un'equazione, svolgendo tutti passaggi e la risposta.

2) Calcola il numero.

a) Qual è quel numero che diviso per 9 dà 7?

b) Qual è quel numero che diviso per 9 dà come quoziente 7 e resto 5?

c) Se al triplo di un numero sottraggo 5 trovo 13: qual è quel numero?

d) Ho scelto un numero, l'ho moltiplicato per 7 e al risultato ho aggiunto 13: ho così trovato 76. Quale numero ho scelto?

3) L'orto di Pierino.

Con 40 m di rete metallica Carlo ha recintato il suo orto rettangolare lungo 8m.

Quanto è largo l'orto?

4) Acquisti mediatici.

a) Il signor Müller compera 2 CD a 20 CHF l'uno e un certo numero di DVD a 34 CHF l'uno. Il tutto gli costa 618 CHF. Quanti CD ha comperato?

b) Il signor Schmidt compera un certo numero di CD a 20 CHF e un numero doppio di DVD a 34 CHF l'uno. In tutto ha pagato 1320 CHF. Quanti CD e quanti DVD ha comperato?

5) Figurine.

Damiano ha 20 figurine in meno di Elisa; insieme i due amici ne hanno 104.

Quante figurine ha ciascuno dei due amici?

6) Angoli di un triangolo.

I tre angoli di un triangolo differiscono di 10° uno dall'altro. Determinare l'ampiezza di ciascuno di essi.

7) Sorella di tre gemelli.

Le età dei tre gemelli Leo, Meo e Teo, sommate con quella della loro sorella Dea, più "vecchia" di loro di 4 anni, fanno 44 anni. Quanti anni ha Dea?

8) Le sorelle Brambilla

Se si sommano le età della tre sorelle Brambilla si ottiene 40. Si sa inoltre che la maggiore ha 10 anni più della minore e che la differenza fra l'età della maggiore e della secondogenita è di 7 anni. Quanti anni ha ciascuna delle tre sorelle?

9) Confronto di capitali

a) Dopo aver esaminato il contenuto dei loro borsellini, Maurizio dice ad Ambra: Tu hai esattamente 5,50 CHF più di me. Ambra completa, dicendo: Insieme abbiamo 60 CHF. Quanti soldi ha nel borsellino ciascuno dei due?

b) Dopo aver esaminato il contenuto dei loro borsellini, Karin dice a Urs: Tu hai esattamente il triplo di quello che ho io. Urs completa, dicendo: Insieme abbiamo 72 CHF. Quanti soldi ha nel borsellino ciascuno dei due?

c) Dopo aver esaminato il contenuto dei loro borsellini, Arturo dice ad Zoe: Se tu mi dessi 12 CHF, avremmo entrambi la stessa somma di denaro. Zoe completa, dicendo: Insieme abbiamo 50 CHF. Quanti soldi ha nel borsellino ciascuno dei due?

10) Confronto d'età.

a) Un padre ha 35 anni, mentre il figlio ne ha 7; tra quanti anni l'età del padre sarà doppia di quella del figlio?

b) Tu hai ……anni, tua madre (padre) ne ha ……. Tra quanti anni l'età di uno dei tuoi genitori sarà doppia della tua?